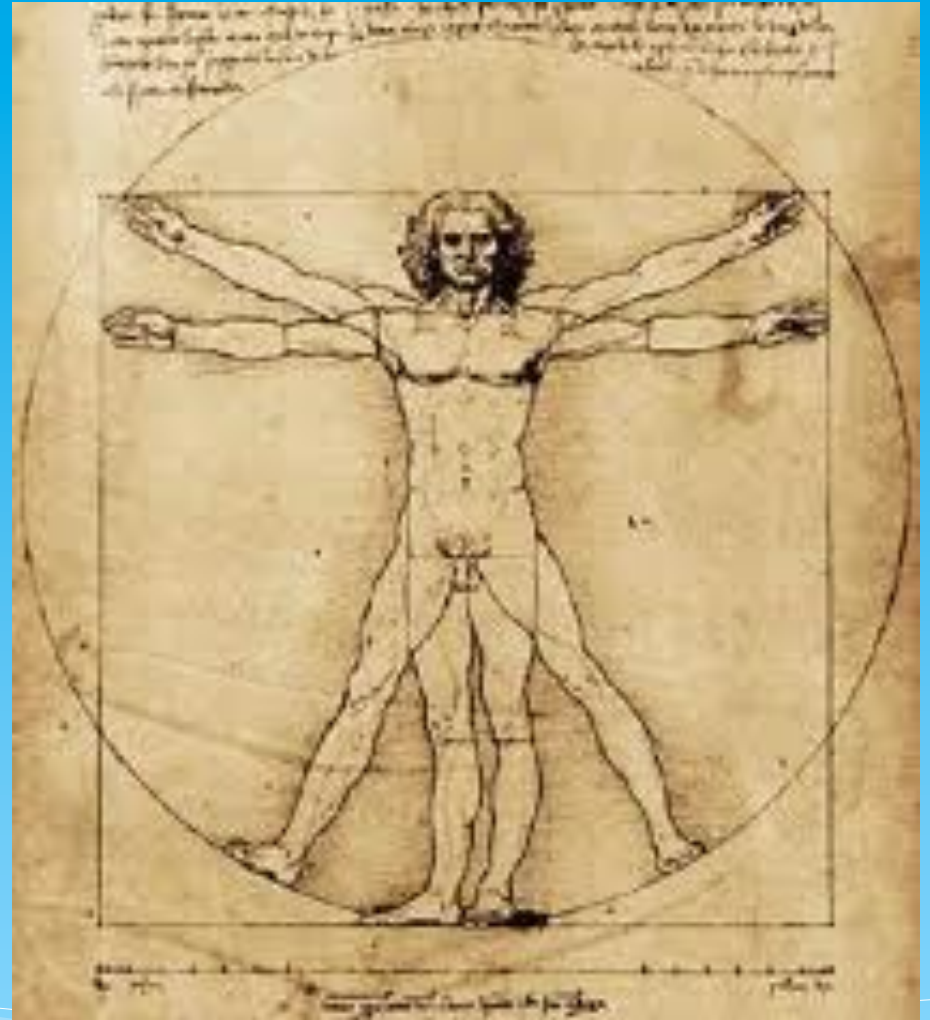


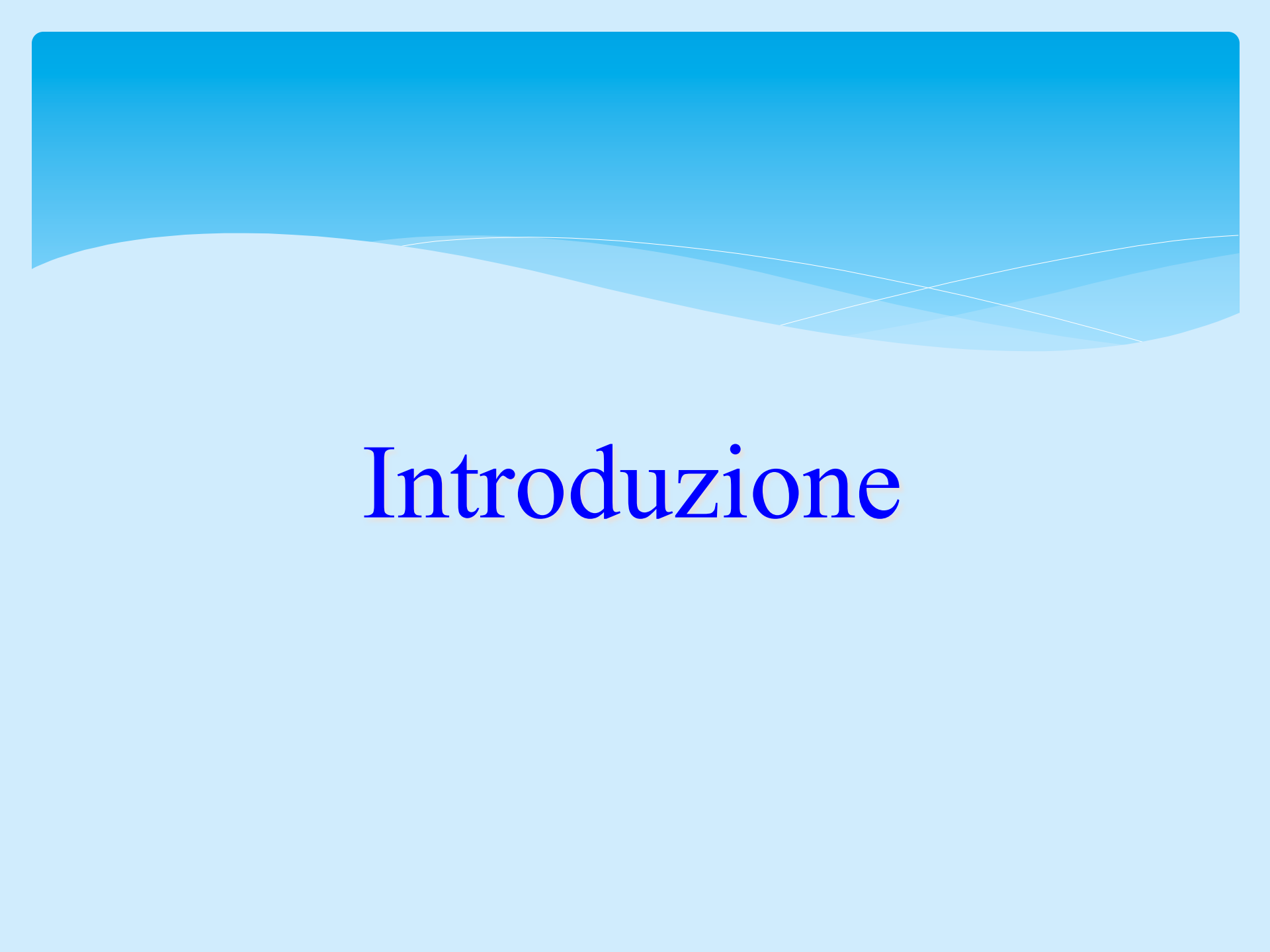
Vincenzo Pappalardo

LA DIVINA PROPORZIONE: La sezione aurea



Indice

- ✓ INTRODUZIONE
- ✓ UN PO' DI STORIA
- ✓ LA SEZIONE AUREA TRA MATEMATICA E GEOMETRIA
- ✓ I POLIEDRI NELL'ARTE
- ✓ LA SEZIONE AUREA NELLA SCULTURA
- ✓ LA SEZIONE AUREA NELLA PITTURA
- ✓ LA SEZIONE NELL'ARCHITETTURA
- ✓ ALTRI ESEMPI DI USO DELLA SEZIONE AUREA
- ✓ CONCLUSIONI

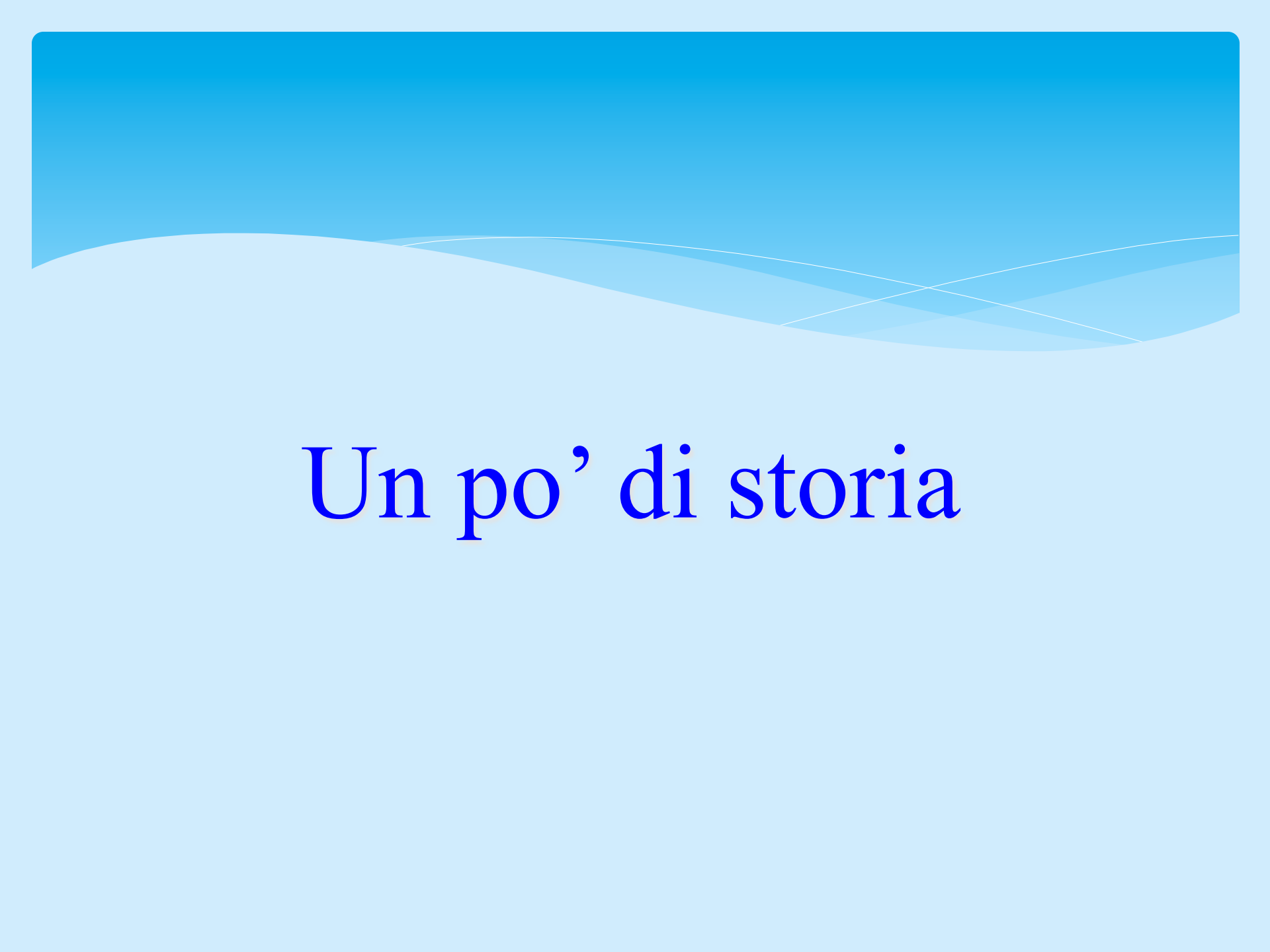


Introduzione

La delizia sensibile delle cose in giusta proporzione

Quale motivo potrebbero aver avuto tanti artisti di includere il **rapporto aureo** nelle loro opere? Questo rapporto aureo possiede davvero una superiorità estetica rispetto ad altre forme? Gli esseri umani sembrano reagire con un senso di piacere alle forme che possiedono certe simmetrie o che obbediscono a talune regole geometriche. In sostanza il rapporto aureo può essere considerato un canone universale di bellezza?

Una delle proprietà che contribuiscono alla riuscita estetica di un'opera è il suo essere proporzionata, ossia creare l'armonia sia delle parti tra loro sia delle parti col tutto. La storia dell'arte dimostra che nella ricerca di un canone della perfetta proporzione capace di infondere ad un'opera una gradevolezza estetica, il **rapporto aureo** ha occupato un ruolo importante.



Un po' di storia

La **sezione aurea**, **numero aureo** o “**divina proporzione**” sembra abbia rappresentato nel corso dei secoli lo standard di riferimento per quanto riguarda la perfezione, la grazia e l’armonia sia in architettura, scultura e pittura, sia nella stessa Natura.

Alcune delle più grandi menti matematiche di ogni tempo, da Pitagora a Euclide nella Grecia Classica, passando nel Medioevo per il matematico Leonardo da Pisa e nel Rinascimento con Luca Pacioli, Leonardo da Vinci e Keplero, fino ai protagonisti della scienza contemporanea come Penrose, hanno dedicato tempo e riflessione a questa proporzione e alle sue proprietà

La storia della **sezione aurea** (proporzione geometrica basata su di un rapporto specifico) è antica di tre millenni: appartiene alla storia del pensiero greco, e quindi alle origini del nostro pensiero.

La prima chiara definizione del rapporto aureo fu formulata da Euclide (III sec a.C.), anche se la scuola pitagorica nel VI sec. a.C. ne aveva già intuito il concetto.

I greci la utilizzarono ampiamente nella costruzione di molti templi e nella realizzazione di sculture. Ancora oggi queste opere evocano un senso di equilibrio, armonia e perfezione, che ci incanta con il ritmo delle loro proporzioni.

Per comprendere la nascita del concetto di “proporzione”, dobbiamo risalire agli albori della filosofia occidentale, quando la visione mitologica incontrava l’interpretazione razionale nella ricerca del principio unico e universale all’origine del tutto.

La civiltà greca classica tentò di unificare tutte le arti e le scienze secondo rapporti armonici universali; in ogni campo ogni individuo aveva un posto unico nella gerarchia di tutti gli individui. I rapporti gerarchici fra gli individui rispecchiavano i principi matematici, e in particolare la proporzione divina.

Gli antichi architetti dovevano realizzare la Simmetria (accordo delle misure) mediante il ripetersi di certi rapporti proporzionali privilegiati, che avrebbero prodotto e caratterizzato l'effetto di Eurytmia (armonia) tra le lunghezze, le superfici e i volumi dell'edificio, sia nella sua interezza sia nelle singole parti. In una progressione di divine proporzioni, ogni parte è un microcosmo, ossia una rappresentazione di tutto l'insieme.

Il fine era sempre quello di conferire agli edifici l'idea di equilibrio e perfezione, di raggiungere l'Armonia universale, intesa come “*unificazione della molteplicità frammista e messa in concordanza del discordante*” (Filolao), ossia come perfetto equilibrio tra l'opposizione dei principi.

Vitruvio, con il *De Architectura* (tra il 25 e 23 a.C.), intraprendeva un grandioso programma di costruzioni pubbliche a Roma e nell'Impero. Tra le varie indicazioni vi era proprio l'Eurythmia (la cura delle dimensioni e proporzioni dei singoli elementi) e la Simmetria (corrispondenza proporzionale fra una parte e il tutto di un'opera, misurata a moduli o frazioni di modulo).

La teorizzazione del modulo diventa il riferimento che giustifica la scelta progettuale.

La Teoria delle Proporzioni Vitruviana trae spunto dall'analisi del corpo umano. Si parla, infatti, di Meccanica Vitruviana riferendoci alle regole di armonia delle creazioni umane, indipendentemente dalla tipologia e dalla grandezza del modulo di riferimento.

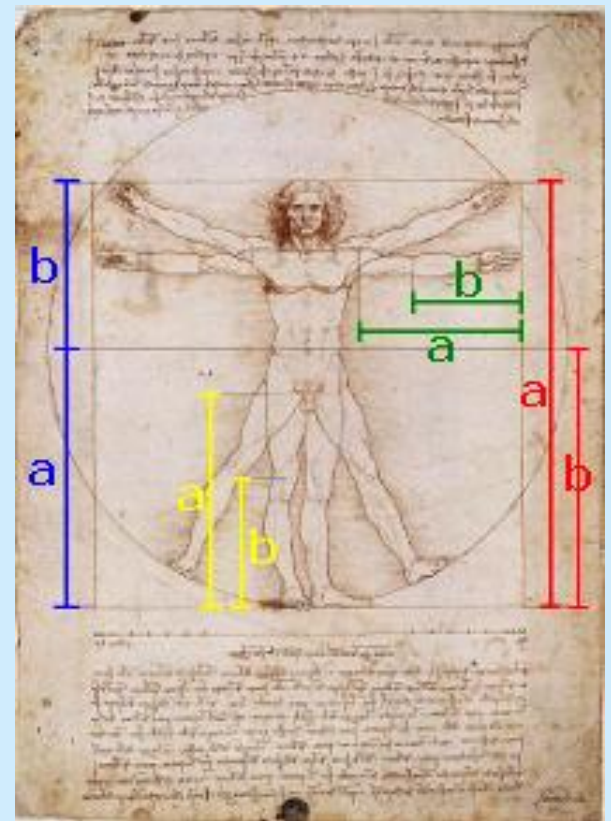
Il vero trionfo della sezione aurea si ebbe nel Rinascimento quando rappresentò per tutti gli artisti un canone di bellezza cui ispirarsi per ogni composizione artistica dall'architettura, alla scultura, alla pittura.

La sezione aurea suscitò grande interesse tra gli artisti e i matematici del Rinascimento, tra cui **Leonardo da Vinci**, **Piero della Francesca** e **Leon Battista Alberti**.

Alberti, primo importante teorico dell'arte rinascimentale, non parla mai nei suoi trattati del tipo di proporzionamento utilizzato per ottenere l'aspetto di armonioso equilibrio nella progettazione dei suoi edifici. Tuttavia indagini effettuate con diagrammi e rigorose riproduzioni hanno messo in evidenza che la sezione aurea è la regola che domina la connessione di tutte le parti di molte sue costruzioni.

Più di tutti contribuì alla diffusione della sezione aurea l'opera “*La Divina Proportion*” del matematico Luca Pacioli, stampata e diffusa in tutta Europa, incentrata proprio sulla proporzione come chiave universale per penetrare i segreti della bellezza non solo artistica, ma anche in natura.

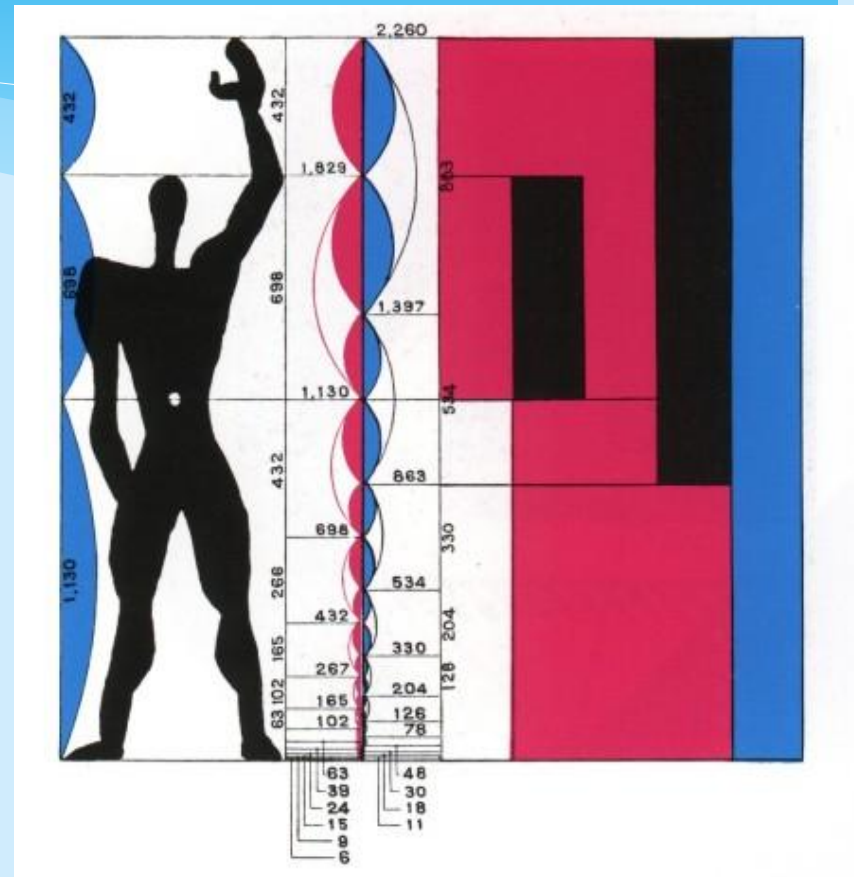
Al centro è collocato l'uomo, misura di ogni cosa, sospeso tra un quadrato ed un cerchio nell' *Uomo Vitruviano* di Leonardo.

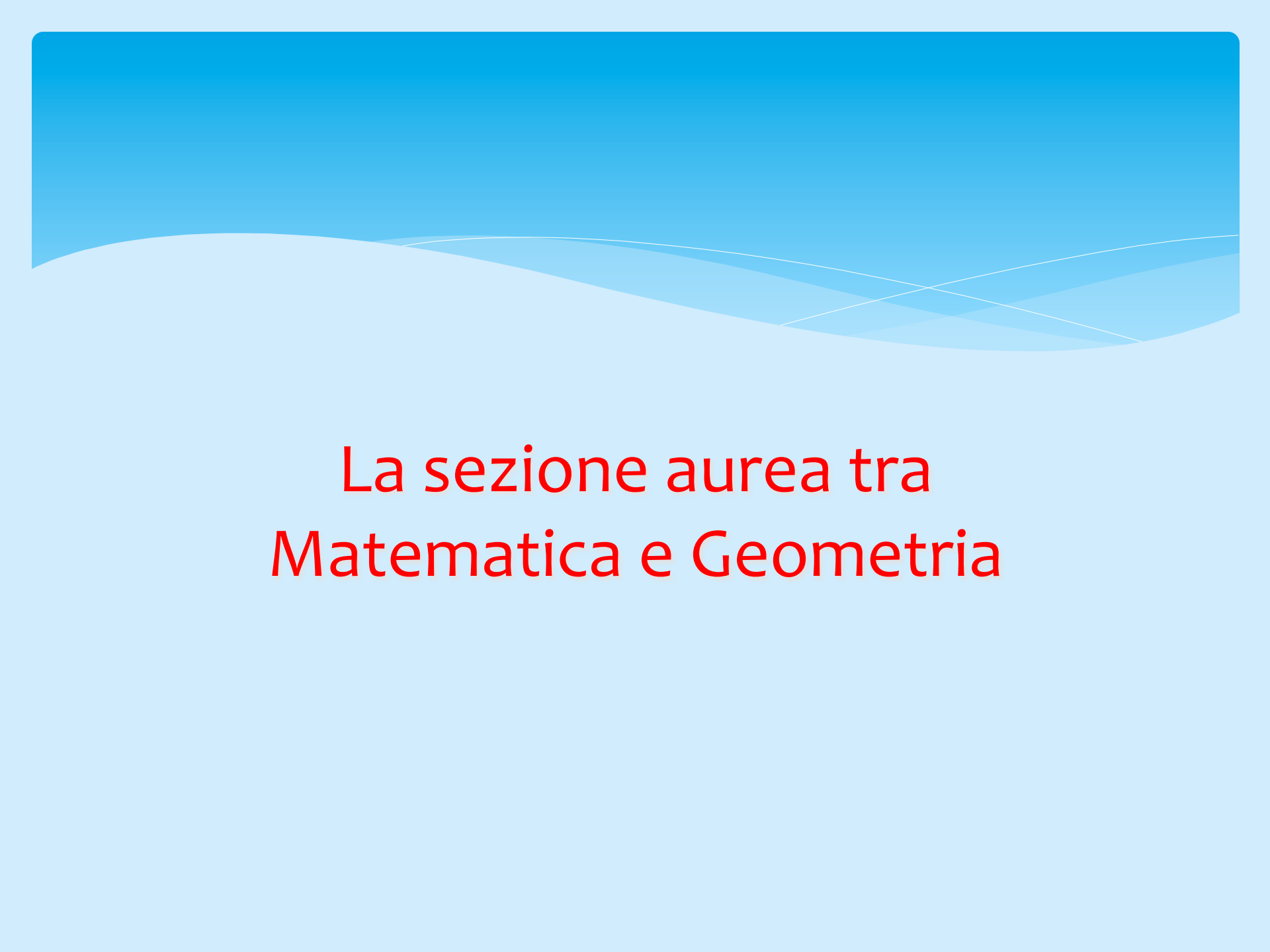


Il trattato, illustrato da sessanta disegni di Leonardo, ebbe notevole influsso sugli artisti e sugli architetti del tempo, ma anche delle epoche successive.

La divina proporzione era proprio il rapporto aureo senza il quale “... *moltissime cose de admiratione dignissime in philosophia, né in alcun altra scientia mai luce poteriono pervenire*”.

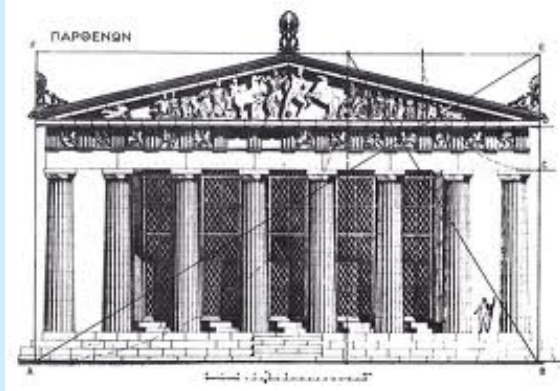
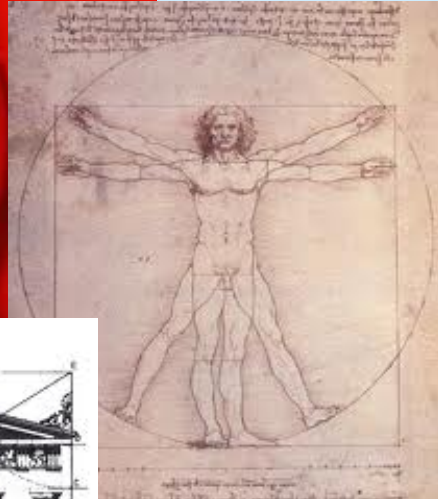
Arrivando al XX secolo, Le Corbusier getta un ponte tra la tradizione e la nuova modernità ponendo alla base della sua progettazione il **Modulor**, una scala di rapporti proporzionali riferita al corpo umano quale riferimento dimensionale individuando in particolare la serie rossa basata sull'altezza dell'uomo divisa in segmenti secondo il rapporto aureo e la serie blu basata sull'altezza dell'uomo con il braccio alzato e divisa in segmenti allo stesso modo.



The background of the slide is a light blue gradient. At the top, there is a solid blue rectangular bar. Below this bar, there are several overlapping, wavy, light blue shapes that create a sense of depth and movement. In the lower right area, there is a faint, light blue grid pattern. The main title is centered in the lower half of the slide.

La sezione aurea tra Matematica e Geometria

Introduzione



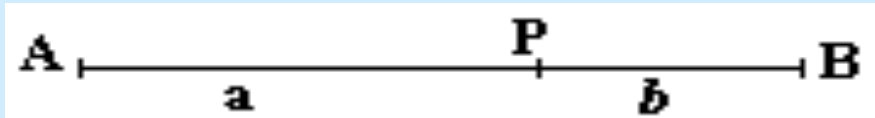
Cosa hanno in comune la disposizione dei petali di una rosa, l'uomo vitruviano di Leonardo, il Partenone di Atene, o la forma a spirale di molte galassie?



Per quanto possa sembrare strano, queste realtà così disparate condividono un numero, o una proporzione geometrica, noti fin dall'antichità e designata con una serie di definizioni che alludono all'oro, simbolo di nobiltà, come “numero aureo”, “rapporto aureo” o “sezione aurea”.

Definizione di sezione aurea

Definizione - Sia dato un segmento **AB**, si prenda sul segmento **AB** un punto **P** che divide il segmento **AB** in due parti disuguali **a** e **b**. Si dice che il punto **P** è la **sezione aurea** del segmento **AB** se il rapporto tra l'intero segmento **AB** ed il segmento maggiore **a** è uguale al rapporto tra il segmento maggiore **a** ed il segmento minore **b**, ossia:



$$(a + b) : a = a : b$$

Risolvendo la proporzione si ottiene la seguente equazione di secondo grado: $a^2 - ab - b^2 = 0$ che risolta dà come soluzioni: $a_1 = 1,618$ $a_2 = -0,618$.

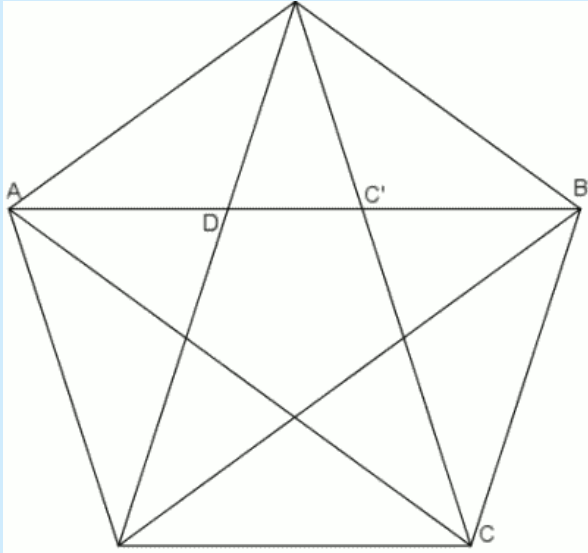
In definitiva:

$$AB/AP = AP/PB = 1,61803398\dots\dots\dots$$

Il valore di tale rapporto corrisponde ad un numero con infinite cifre dopo la virgola. Siffatti numeri si chiamano **numeri irrazionali**.

D'ora in poi quando parleremo di sezione aurea o numero aureo, che indicheremo con la lettera greca ϕ , ci riferiremo al precedente rapporto ed al suo relativo valore.

Figure geometriche auree



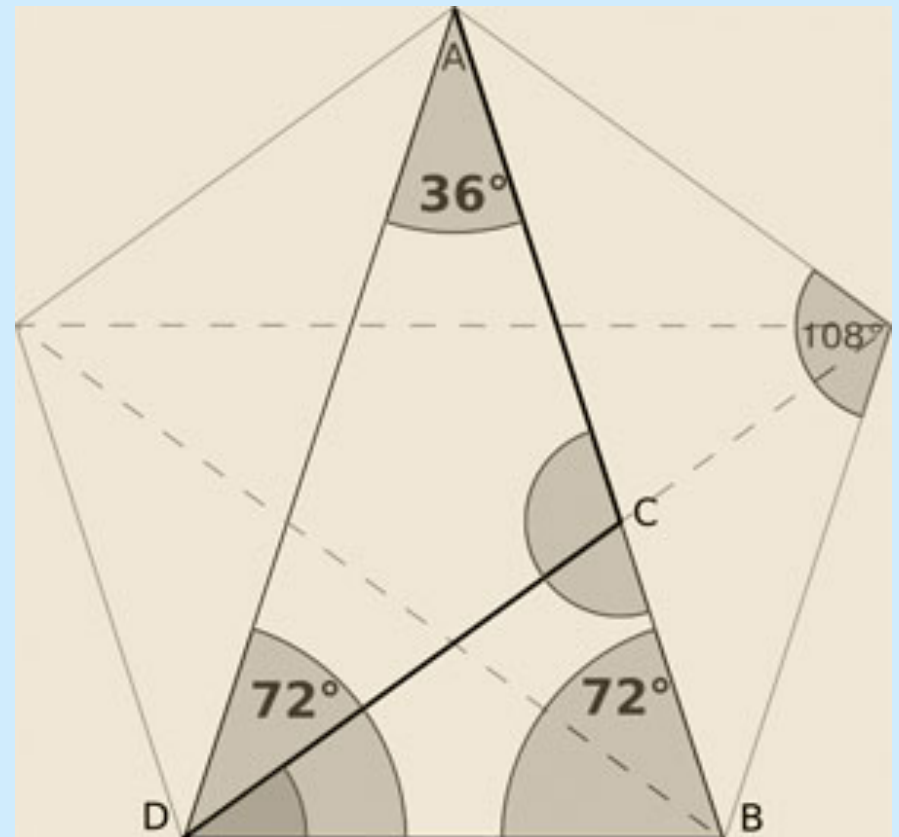
La sezione aurea è connessa con il pentagono (5 lati, un numero nel quale i pitagorici scorsero l'unione del principio maschile, associato al numero 3 e quello femminile, associato al numero 2), e con la stella a 5 punte in essa inscritta (simbolo dei pitagorici).



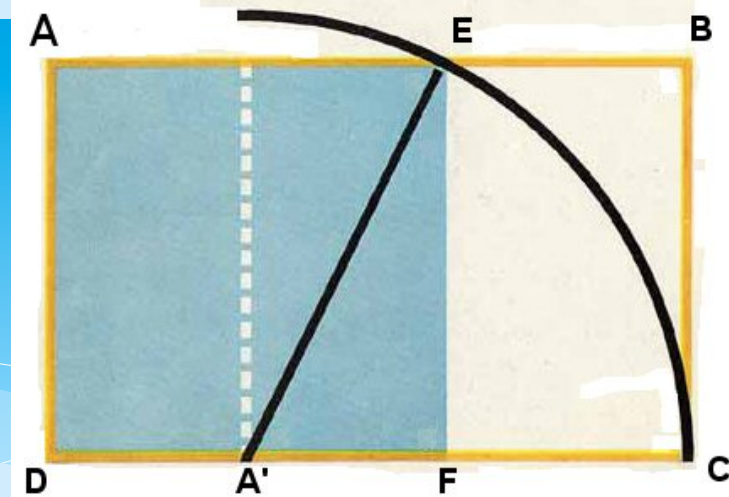
Un'altra figura geometrica che presenta proporzioni auree è il triangolo isoscele, che è uno dei 5 triangoli che compongono il pentagono stellato

La bisettrice di un angolo alla base divide il lato obliquo opposto in due segmenti in modo tale da creare una sezione aurea:

$$AB:AC=AC:CB=\phi$$



Costruzione di un rettangolo aureo



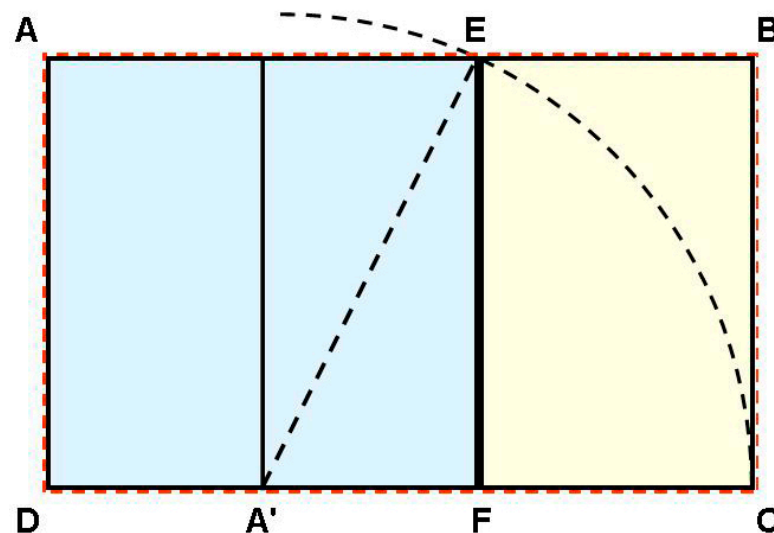
Esiste uno speciale rettangolo aureo nel quale il rapporto tra i lati corrisponde alla sezione aurea: $AB/BC = \Phi$

Per costruire il rettangolo aureo si disegni un quadrato i cui vertici chiameremo AEFD.

Quindi dividere il segmento AE in due chiamando il punto medio A'.

Utilizzando il compasso e puntando in A' disegnare un arco che da E intersechi il prolungamento del segmento DF in C.

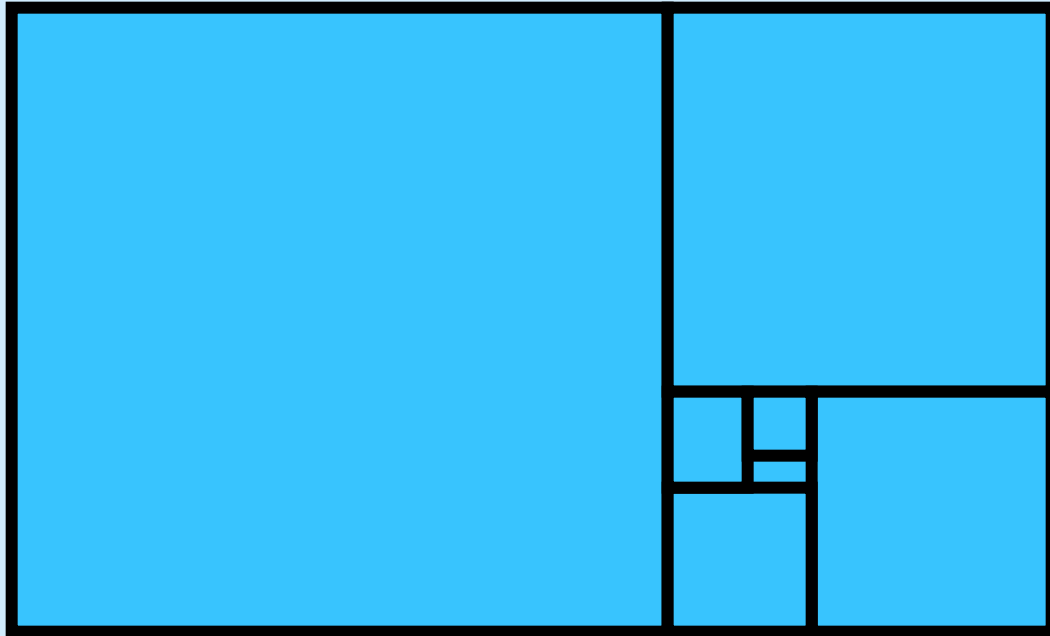
Con una squadra disegnare il segmento CB perpendicolare a DF, ed il segmento EB, perpendicolare a EF.



Il rettangolo ABCD è un rettangolo aureo nel quale il lato AB è diviso dal punto E esattamente nella sezione aurea:

$$AE:EB=AB:AE=\phi$$

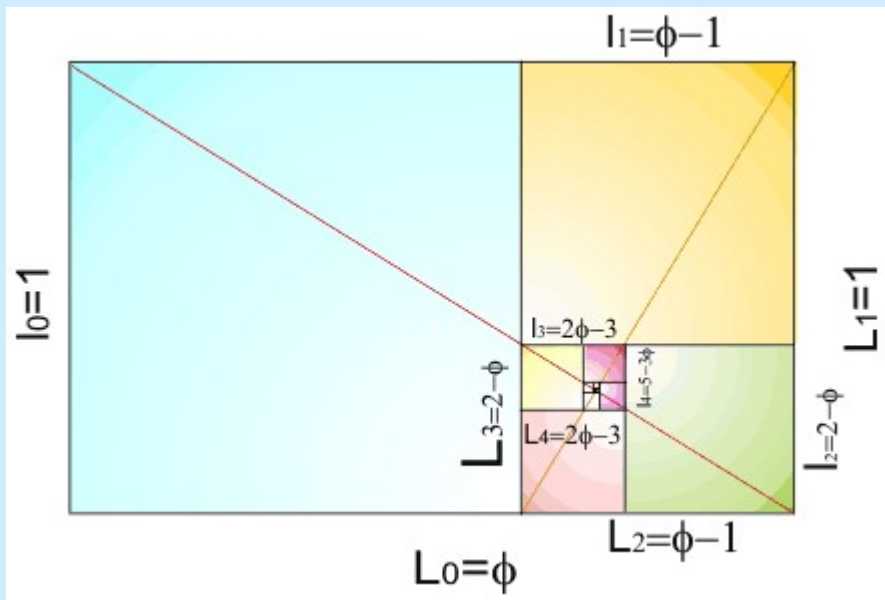
Proprietà del numero aureo



Sia dato un rettangolo aureo ed immaginiamo di sottrarre da questo rettangolo un quadrato di lato uguale al lato minore: il risultato sarà un rettangolo aureo. Le dimensioni del rettangolo figlio sono minori di quelle del rettangolo genitore di un fattore pari a ϕ .

Proseguendo si genera una serie di rettangoli aurei sempre più piccoli di un fattore pari a ϕ .

Esaminando ciascun rettangolo con una lente d'ingrandimento si constata che sono tutti identici.



Tracciando due diagonali che s'intersecano in ciascuna coppia di rettangoli, genitore e figlio, si trova che tutte le diagonali passano per un punto.

Si può dire che un insieme di rettangoli aurei sempre più piccoli converge verso questo punto senza mai raggiungerlo (in termini matematici si parla di serie geometrica).

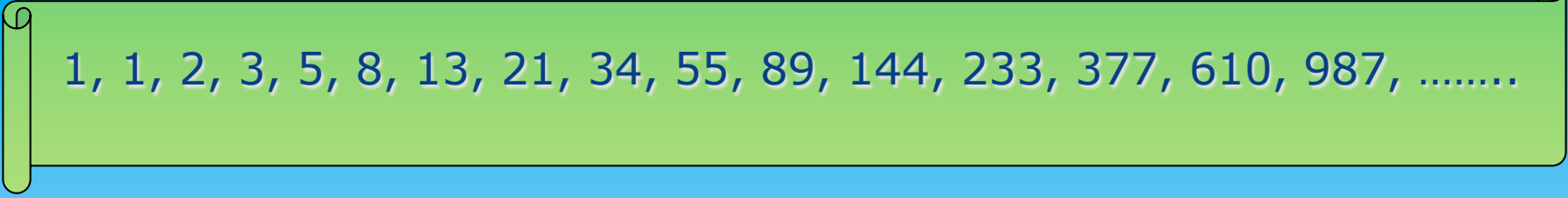
Questo punto è stato chiamato “l'occhio di Dio” in relazione alle proprietà “divine” attribuite al rapporto aureo.

Successione di Fibonacci

Fibonacci è stato il più grande matematico europeo del Medioevo, ed a lui si deve la scoperta della seguente successione di numeri che prende il suo nome:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, ...

dove ogni numero è la somma dei due numeri che lo precedono.



1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987,

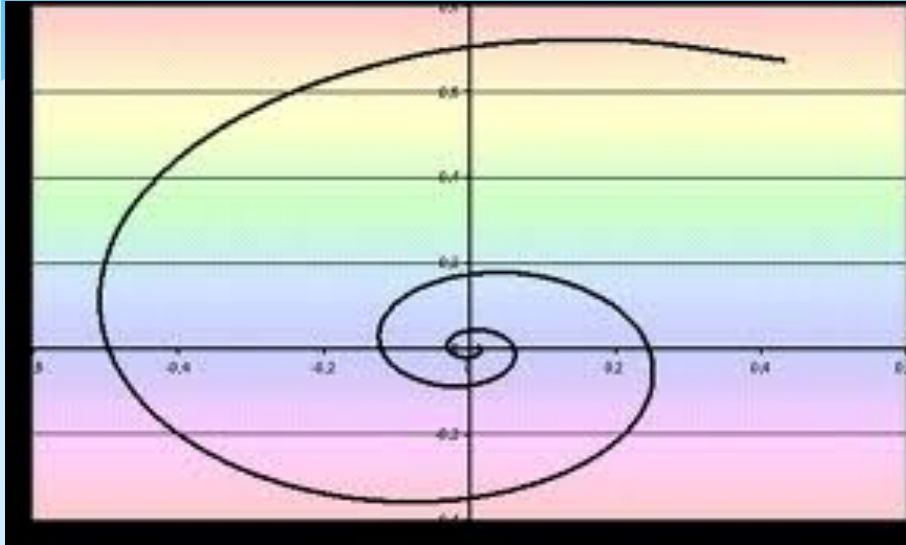
Vediamo perché questa successione è legata al rapporto aureo:
Il rapporto tra un termine ed il suo precedente oscilla intorno al
numero aureo ϕ e si avvicina sempre di più a ϕ mano a mano che
prendiamo coppie di termini più grandi:

$$377/233 = 1,618026$$

$$610/377 = 1,618037$$

$$987/610 = 1,618033$$

La spirale logaritmica

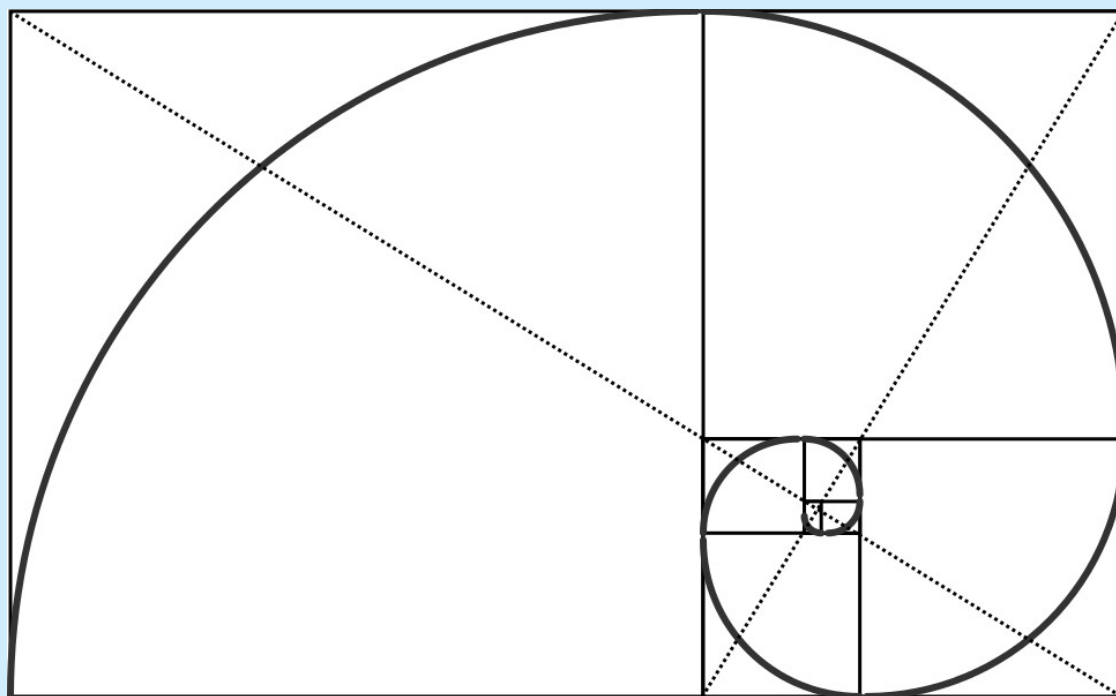


La spirale logaritmica, chiamata anche spira mirabilis (la spirale meravigliosa), è un particolare tipo di curva avvolta su se stessa, ed ha una singolare proprietà: crescendo non cambia forma.

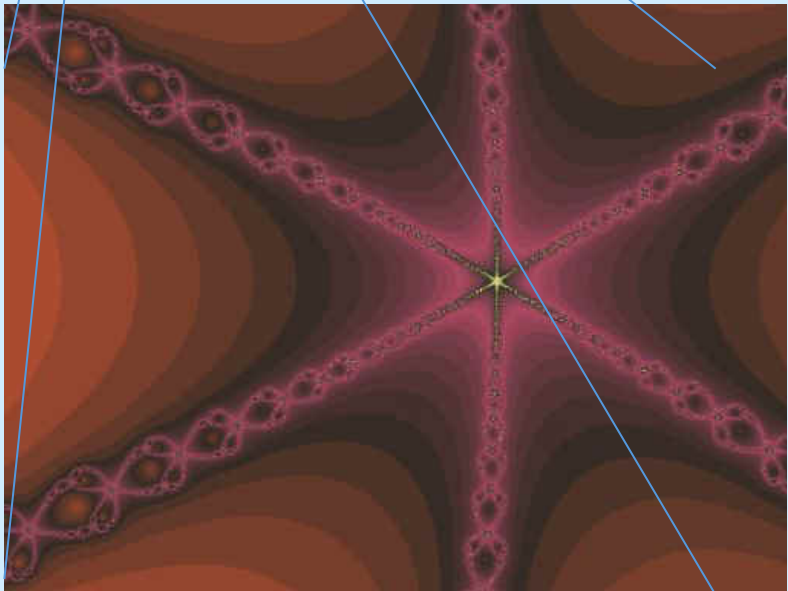
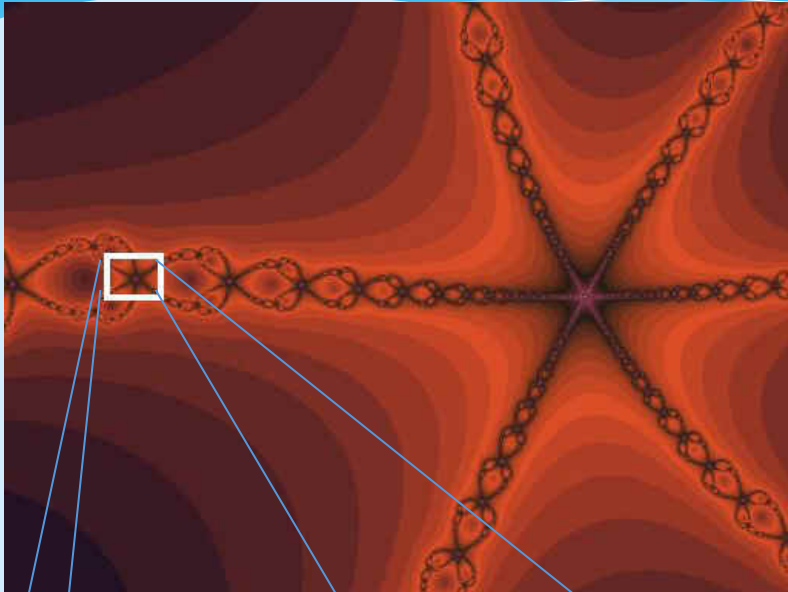
Crescendo, la spirale logaritmica diviene sempre più ampia e la distanza tra un giro e i successivi aumenta man mano che ci si allontana dall'origine, detta polo.

Il collegamento tra spirale logaritmica e rapporto aureo è assai stretto. Torniamo alla serie di rettangoli annidati.

Se si congiungono i punti in cui questo vortice di quadrati divide i lati secondo il rapporto aureo, si ottiene una spirale logaritmica che si sviluppa intorno al polo (l'occhio di Dio).



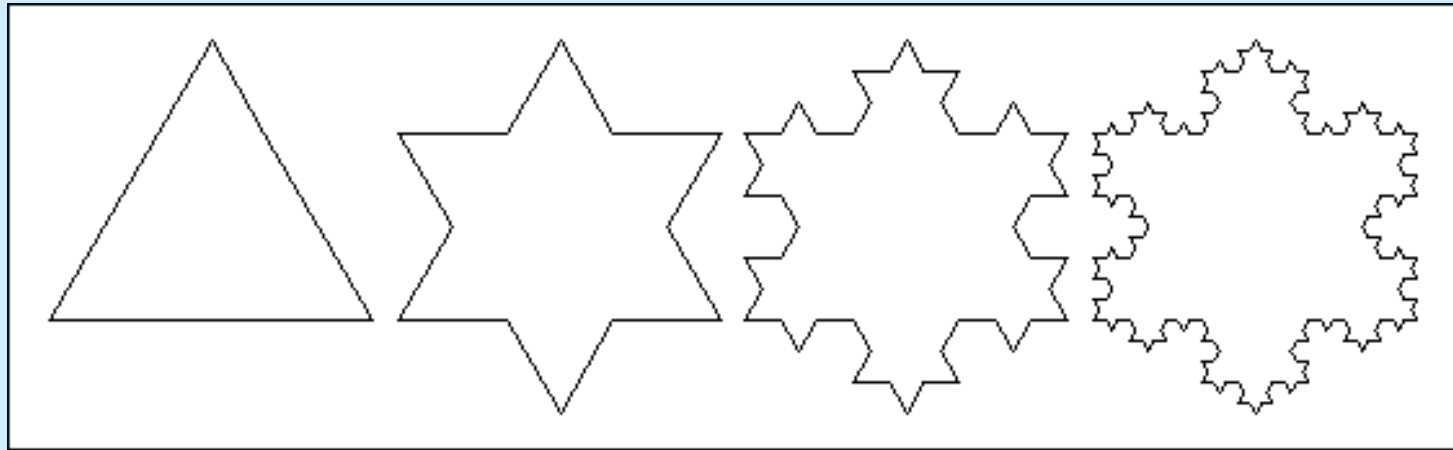
Frattali aurei



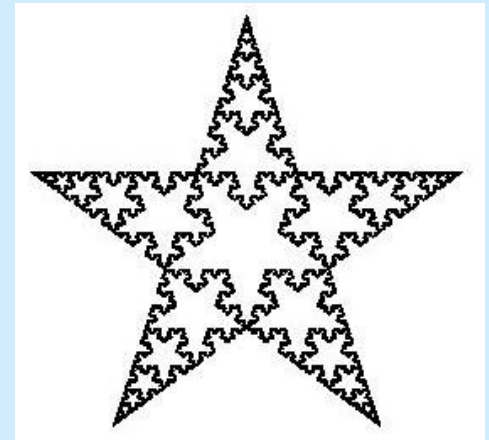
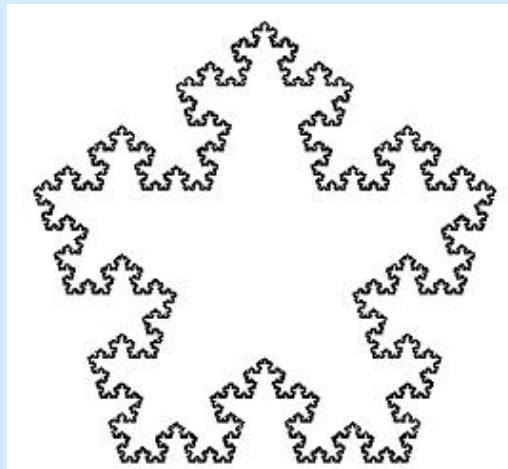
I frattali sono figure geometriche caratterizzate dal ripetersi sino all'infinito di uno stesso motivo su scala sempre più ridotta (autosimilarità).

I frattali possono essere costruiti sulla sezione aurea.

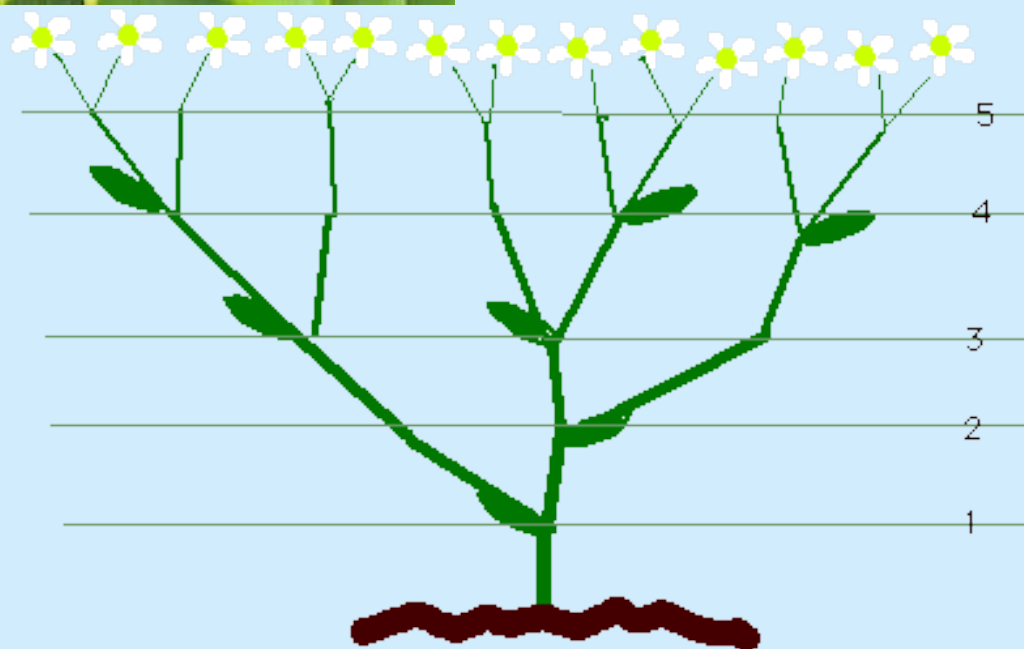
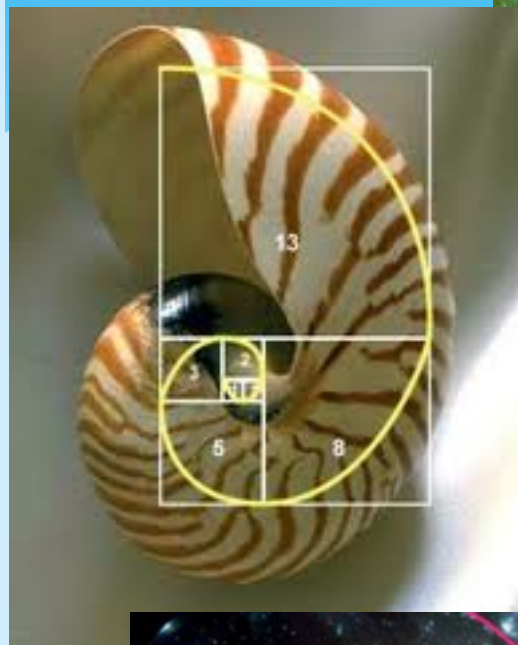
Il merletto di Koch (fiocco di neve) si può realizzare sulla base di un triangolo aureo. Tutti i triangoli isosceli che si vengono a formare sono tutti aurei.



Con lo stesso procedimento, possiamo costruire il pentagono frattale o la stella frattale:

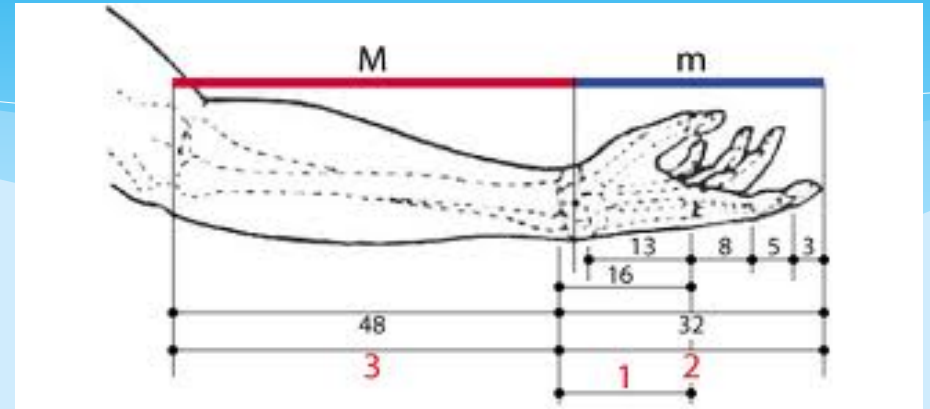


La sezione aurea in natura



La sezione aurea nell'uomo

E' aureo il rapporto tra la distanza tra gomito e punta del dito medio e la lunghezza dell'intero braccio. Così come i rapporti tra le lunghezze delle falangi del dito medio e anulare.

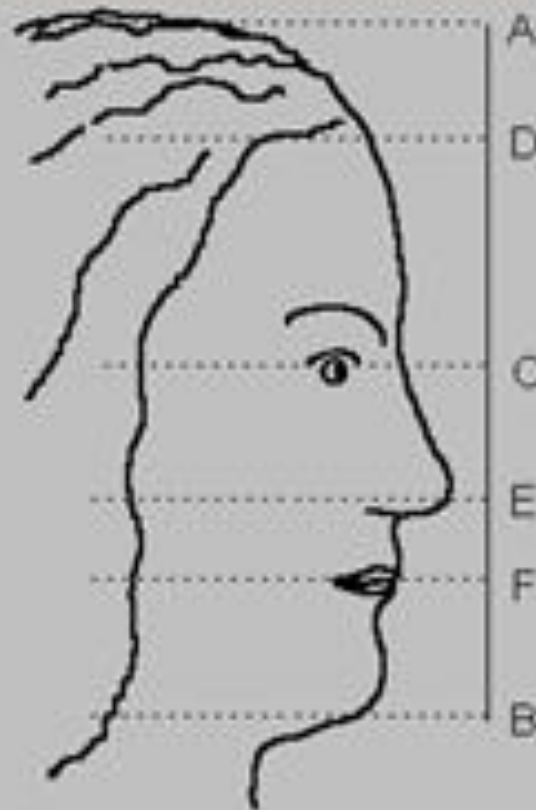
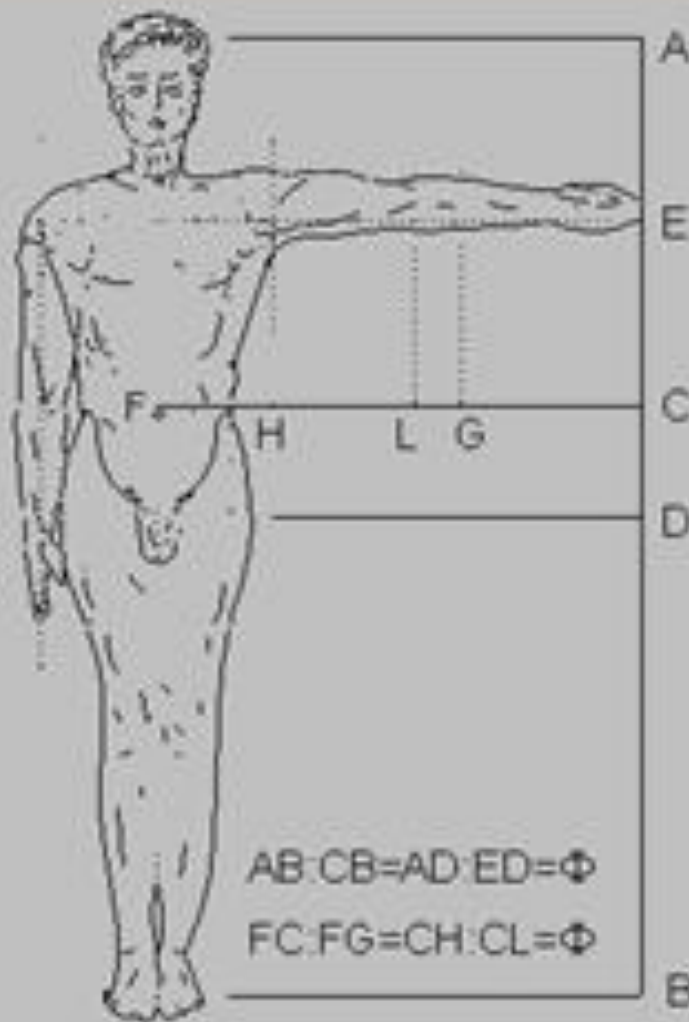


Così come i rapporti tra le lunghezze delle falangi del dito medio e anulare.



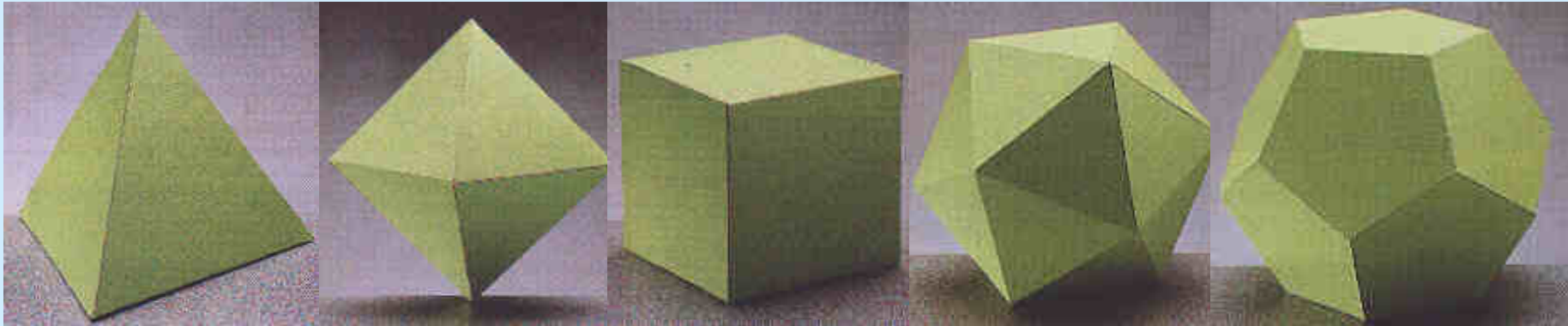
Il corpo umano è un insieme di sezioni auree

Fig. 8



I solidi platonici

Solidi platonici è il nome attribuito ai **poliedri regolari**



Tetraedro:
4 triangoli equilateri

Ottaedro:
8 triangoli equilateri

Esaedro o cubo:
6 quadrati

Icosaedro:
20 triangoli equilateri

Dodecaedro:
12 pentagoni regolari

I solidi platonici sono solo questi **5**: nessun altro poliedro può avere le **facce** formate da poligoni regolari tutti uguali e **angoli diedri** uguali fra loro!

Inoltre ciascun solido è circoscritto da una sfera in modo che tutti i suoi vertici si trovino su di essa.

Platone per spiegare le origini e il funzionamento del cosmo avanza l'ipotesi che la struttura della materia si fondi sui cinque solidi regolari o poliedri.

Nella teoria di Platone ciascuno dei quattro elementi (terra, fuoco, acqua, aria) corrisponde ad un tipo diverso di particella rappresentata da uno dei solidi regolari. L'elemento terra è legato allo stabile cubo, il fuoco che fa breccia al puntuto tetraedro, l'aria alla mobile forma dell'ottaedro e l'acqua allo sfaccettato icosaedro. Il quinto solido, il dodecaedro, fu collegato da Platone all'universo nel suo insieme; o, per usare le sue parole, il dodecaedro sarebbe la forma *“usata dalla divinità per ricamare le costellazioni sull'insieme dei cieli”*.

Il rapporto aureo occupa una posizione importante nelle dimensioni e nella simmetria di alcuni poliedri platonici. In particolare, un dodecaedro con lato unitario ha una superficie complessiva ed un volume, rispettivamente, pari a:

$$15\phi\sqrt{3-\phi}$$

$$5\phi^3 / (6 - 2\phi)$$



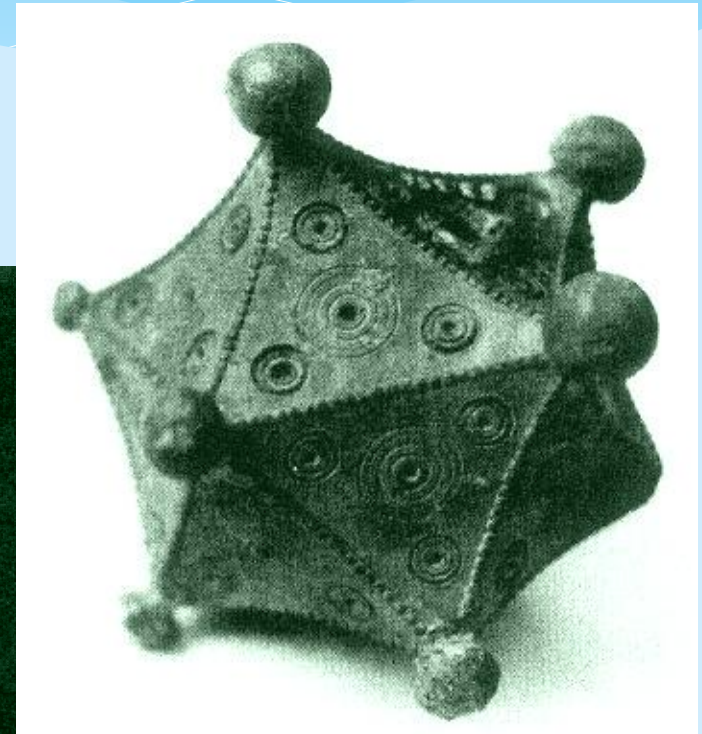
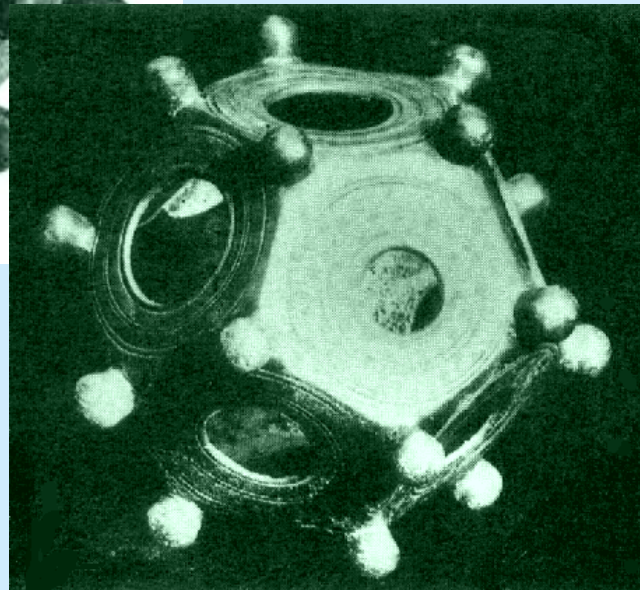
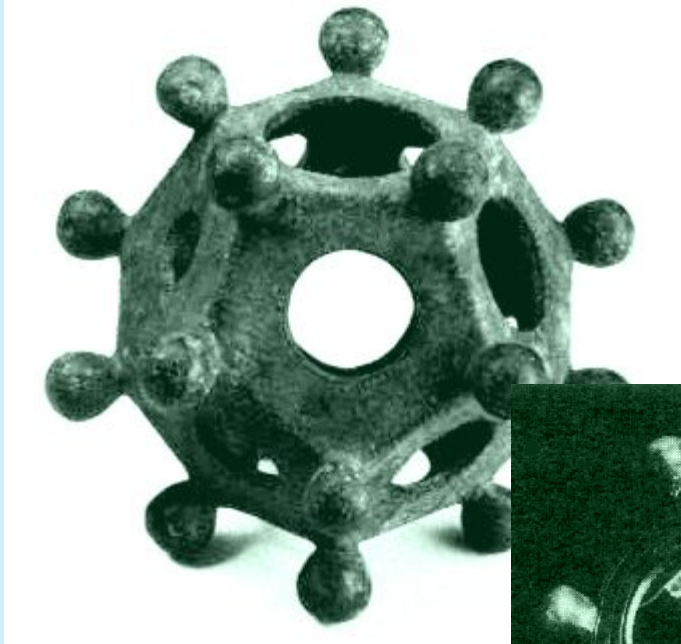
I poliedri nell'arte

Poliedri neolitici



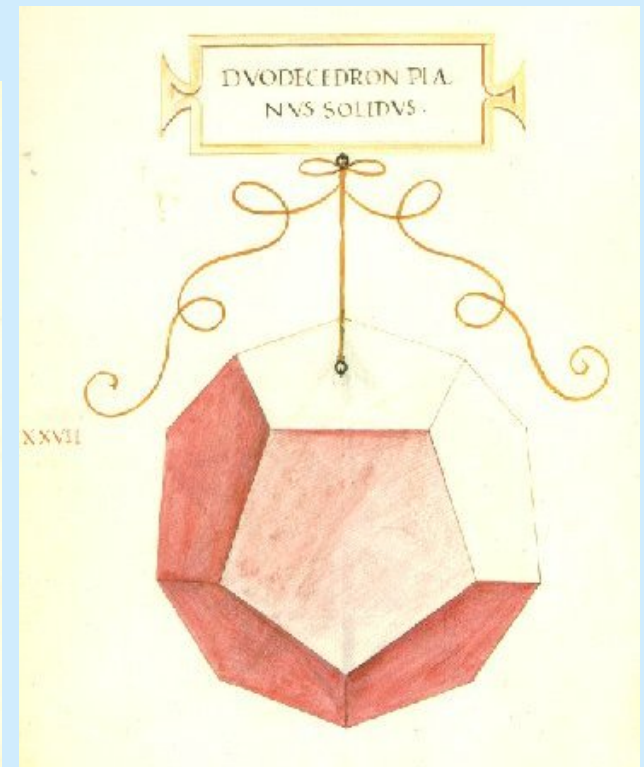
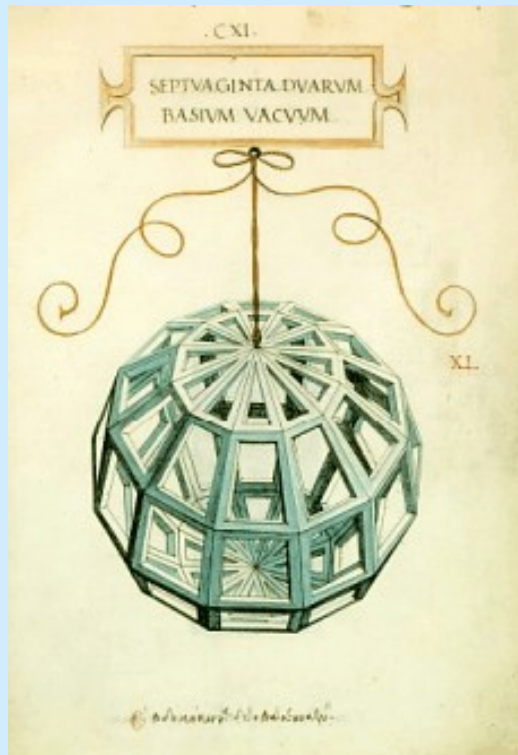
2000 a.C.

Dodecaedri romani



Luca Pacioli (1445-1517)

Con la pubblicazione del libro *De divina proportione*, testo illustrato con disegni di **Leonardo da Vinci**, contribuisce alla conoscenza e alla divulgazione della sezione aurea come metodo di suddivisione armonica.





In questo quadro di **Jacopo de Barbari** (1440-1515) è raffigurato Luca Pacioli mentre tiene una lezione di geometria.

Uno dei poliedri platonici, un dodecaedro, è visibile a destra, ed il frate, nel saio dei frati minori e vagamente simile ad un poliedro. Un solido trasparente, chiamato rombododecaedro, pieno d'acqua per metà e sospeso a mezz'aria, simboleggia la cristallina eternità della matematica.

Poliedri di Piero della Francesca

Pochi grandi pittori sono stati anche valenti matematici, e tra questi va certamente ricordato Pier della Francesca (c. 1412 – 1492), tra i cui interessi vi era anche il rapporto aureo.

Nelle opere *Libellus de quinque corporibus regularibus* (breve libro sui cinque solidi regolari) e *Trattato d'abaco*, Piero analizza numerosi problemi collegati al pentagono e ai cinque poliedri platonici, ed in molti procedimenti utilizza il rapporto aureo.

Anche Durer (1471-1528), come Piero della Francesca, mescolò interessi artistici e matematici, anzi si convinse che la matematica “*la più precisa, logica e graficamente costruttiva delle scienze*”, si dovesse considerare uno degli strumenti più preziosi del pittore, e si rammaricava che tanti suoi colleghi sapessero poco o nulla di geometria, una scienza “*senza la quale nessuno può essere o diventare un artista completo*”.

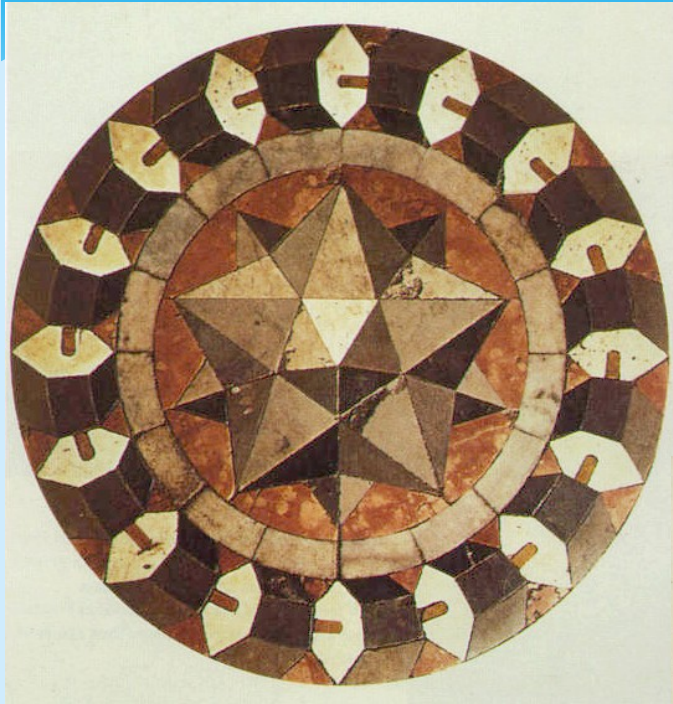
Un esempio è dato dall'incisione *Melencolia*, nella quale è presente un Romboedro a sei facce a forma di pentagono irregolare a cui sono stati troncati due vertici per poter essere inscritto in una sfera, e due facce a forma di triangolo equilatero.





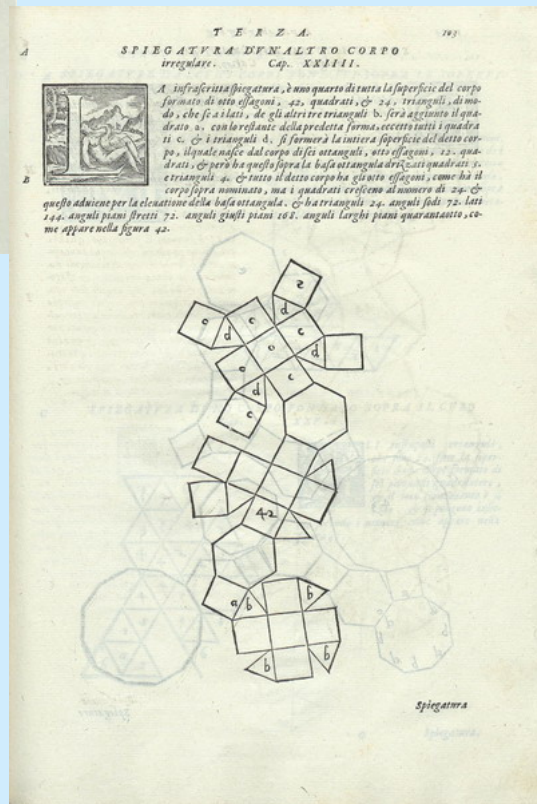
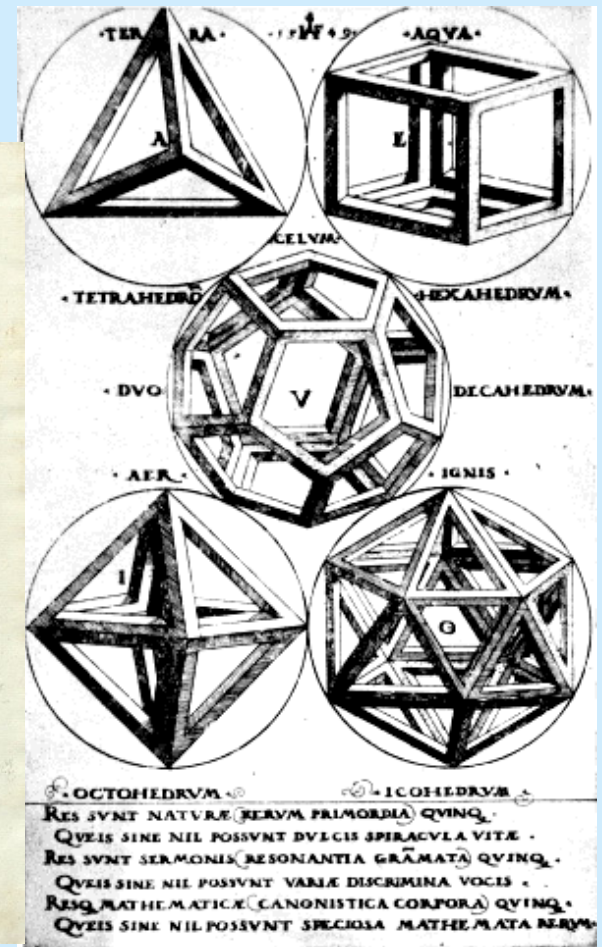
Gli angoli del solido così ottenuto hanno dato il via ad alcune discussioni. Per alcuni essi sono di 72° , collegandosi al rapporto aureo, per altri si tratta di angoli di 80° . Appoggiandolo a una delle facce triangolari e osservandolo frontalmente esso viene inoltre a coincidere con il Quadrato magico che l'artista rappresenta sulla parete alle spalle della figura alata.

Poliedri di altri artisti



Paolo Uccello
1397 - 1475

Augustin Hirschvogel
(1503 - 1553)

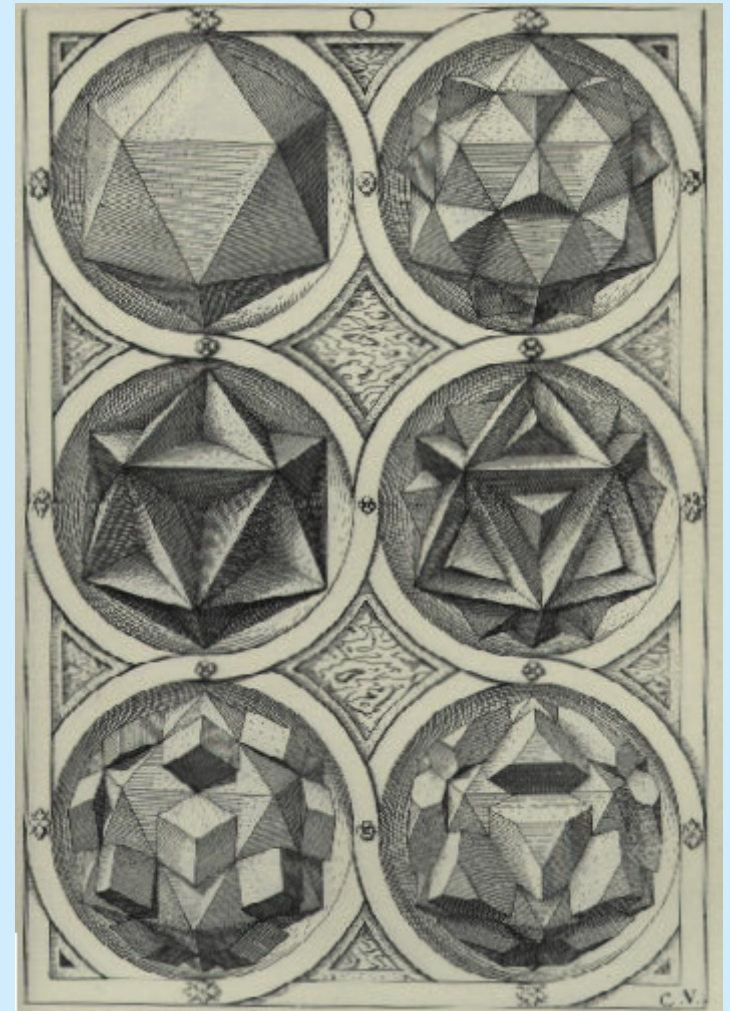
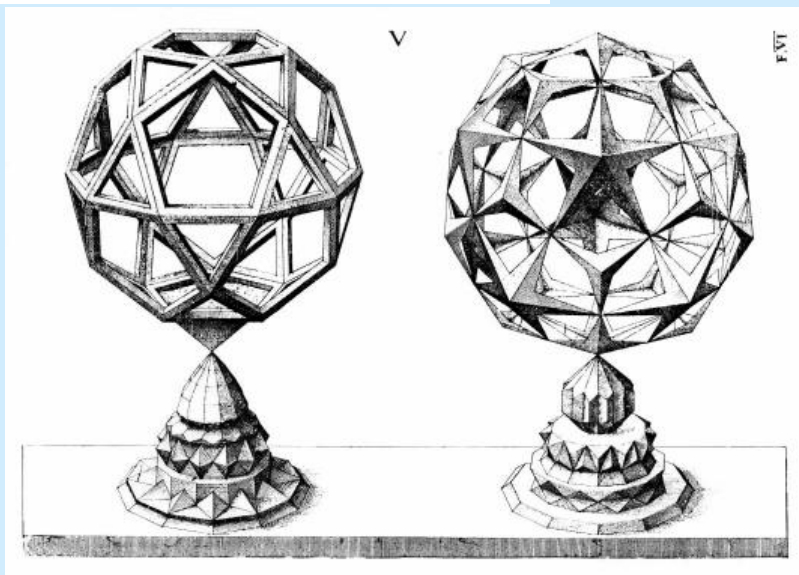
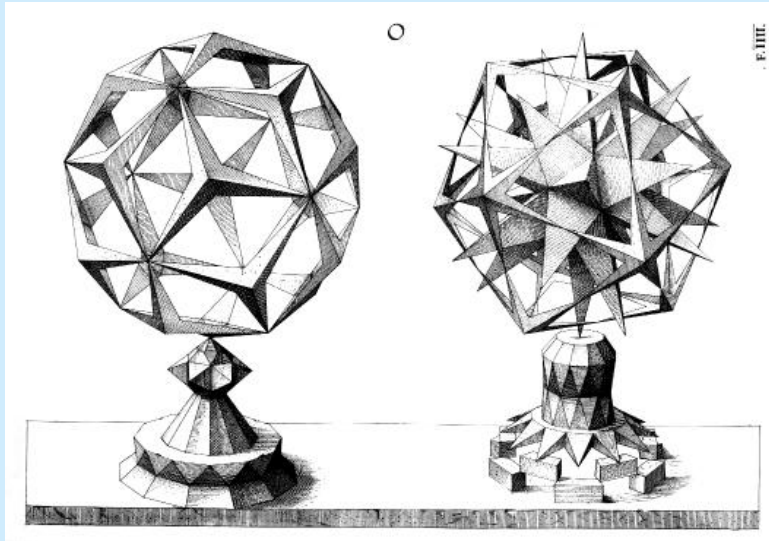


Daniele Barbaro
(1513 - 1570)

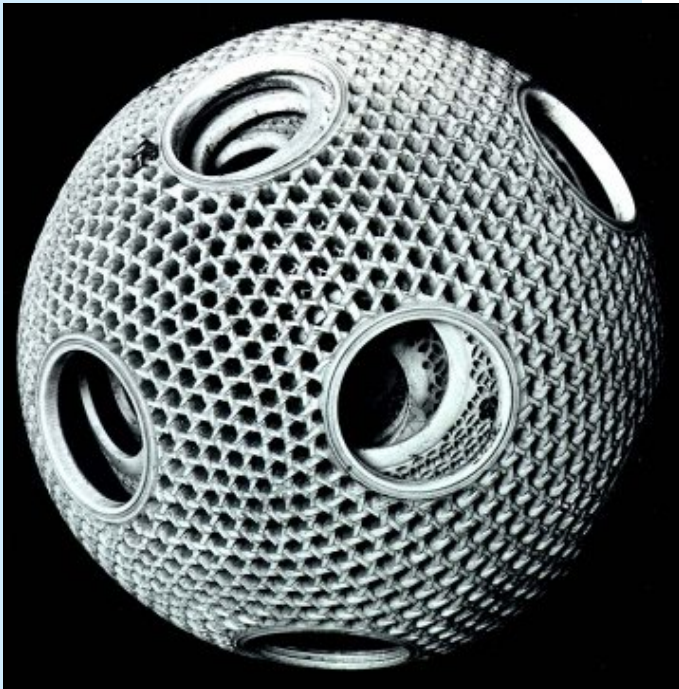


Fra Giovanni da Verona
(XVI sec.)

Wentzel Jamnitzer (1508-1585) è considerato il più grande creativo di poliedri artistici. Ecco alcuni capolavori.



Poliedri barocchi

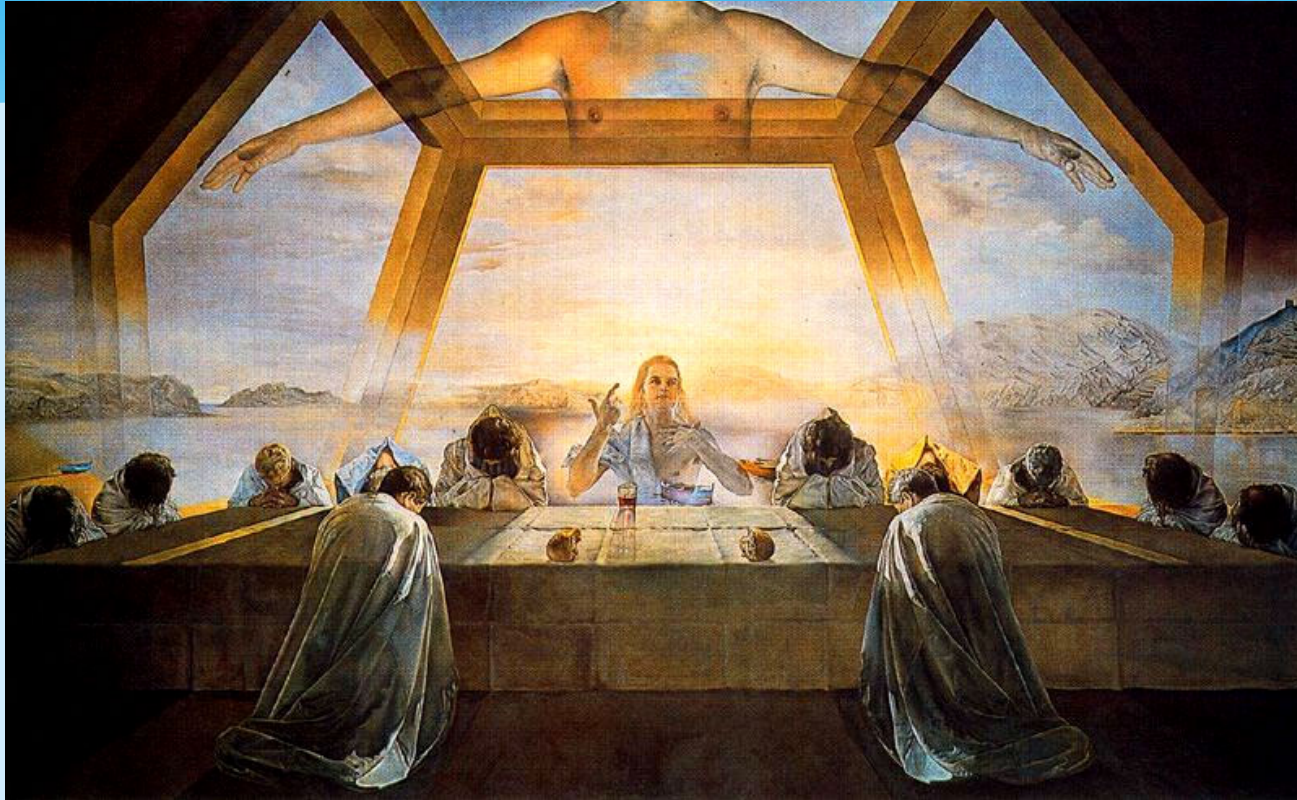


*Ein anderes von diesem
Lorentz Zicken*



**Lorenz Zick
(1594-1666)**

Salvador Dalí – *Ultima cena* (1955)



Le dimensioni di tale quadro, 268x167, sono in un rapporto molto vicino a quello aureo, ma ancora più importante è l'enorme dodecaedro che fluttua sopra la tavola e la circonda, che è un solido strettamente legato al rapporto aureo.

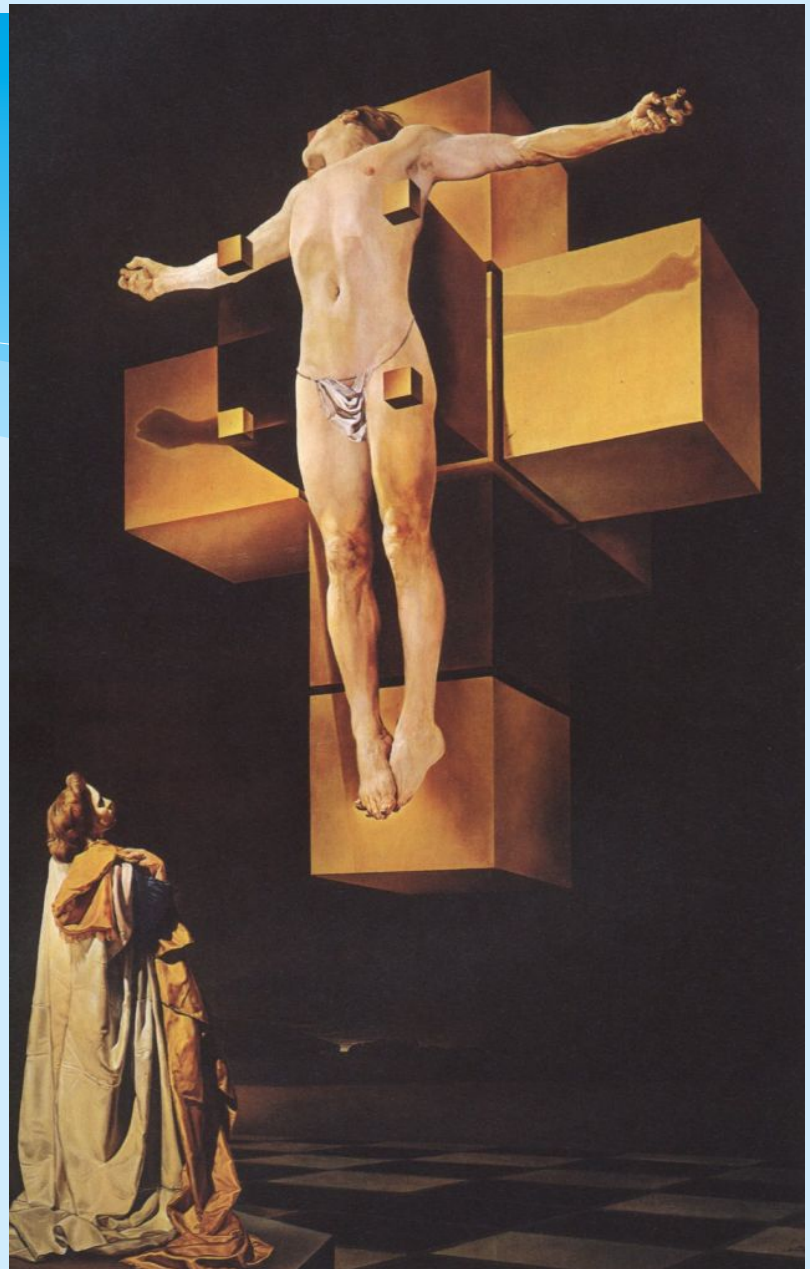
Salvador Dalí

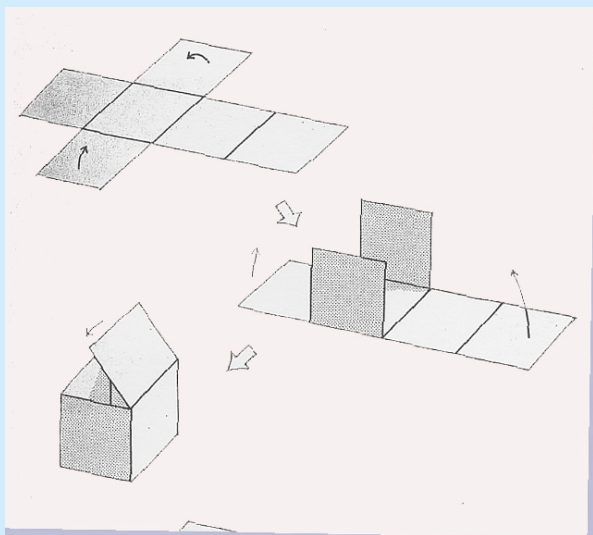
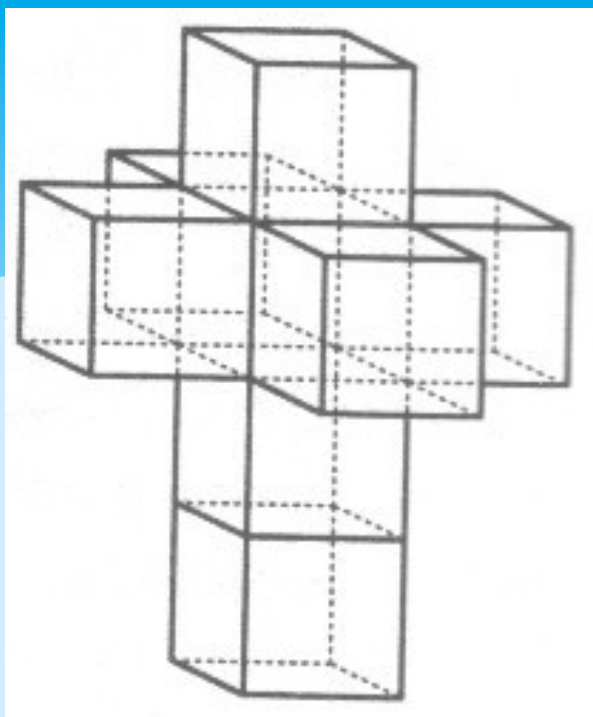
Crucifixion (Corpus Hypercubus)

(1954)

New York

Metropolitan Museum of Art





Nella *Crocifissione* la croce è costituita da otto cubi (*Corpus Hypercubicus*). Se riuscissimo a piegare la struttura in una quarta dimensione e a unire i cubi lungo facce quadrate potremmo ottenere l'ipercubo, esattamente come è possibile incollare una croce piatta formata da sei quadrati di cartone in modo da formare una scatola cubica.

Poliedri di Escher (1898-1972)

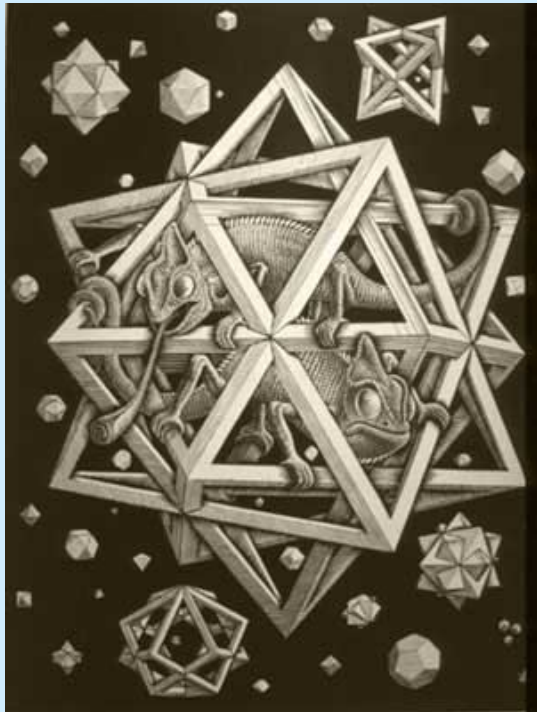
Produsse numerose opere basate sui Solidi Platonici, in cui spesso la loro rappresentazione prospettica si unisce alla creazione di figure fantastiche, viventi tra universi paralleli a più dimensioni.

Escher spiegò così il suo interesse per queste figure geometriche:

“Essi simbolizzano il desiderio di Armonia e di ordine dell'uomo, ma nello stesso tempo la loro perfezione desta in noi il senso della nostra impotenza. I poliedri regolari non sono invenzioni della mente umana, perché esistevano molto tempo prima che l'uomo comparisse sulla scena”.



"Rettili", dove tali animaletti fanno un girotondo tra la seconda e la terza dimensione, raggiungendo la massima vitalità all'apice di un Dodecaedro, ovvero quello dei Solidi Platonici che rappresenta il nostro universo.



"Ordine e Chaos", al cui centro si trova un **Piccolo Dodecaedro Stellato** inscritto in una **Sfera trasparente**, che fora con le sue punte, e circondato da un **Cerchio** di rifiuti.

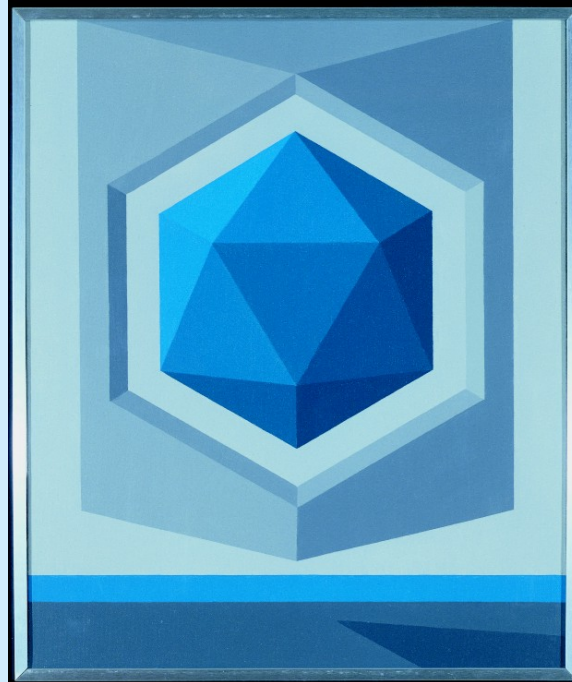


"Stelle", composto da tre Ottaedri concentrici e attorniato da altri solidi derivanti dal "De divina proportione", fluttuanti nello spazio come tante stelle.

Poliedri di Lucio Saffaro (1929-1998)



Pittore, fisico e matematico,
ha segnato un preciso
percorso nella vicenda
figurativa del suo tempo
fondato sul rapporto tra arte
dei numeri e delle immagini.



Tra gli artisti del nostro tempo che hanno riutilizzato i Solidi Platonici ricordiamo **Mimmo Paladino (1948)**, che si avvicina a tale argomento attraverso l'opera degli artisti del Rinascimento, pur partendo da diversi presupposti.

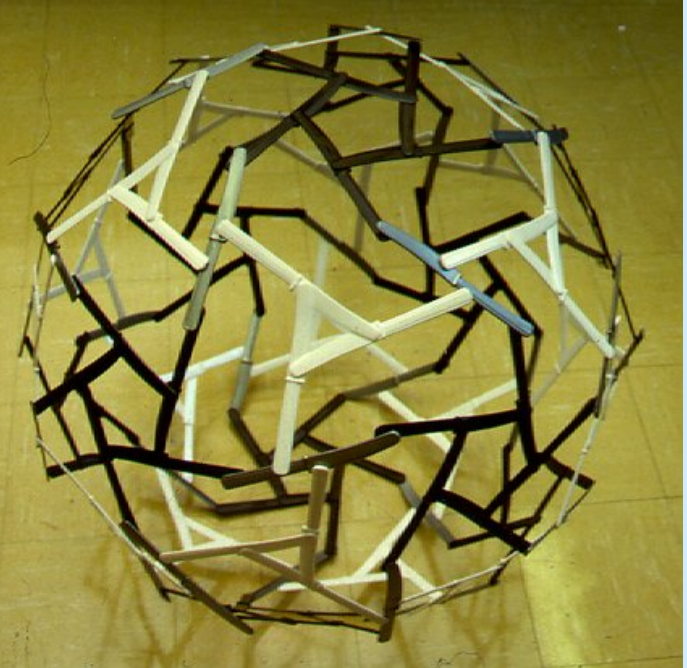
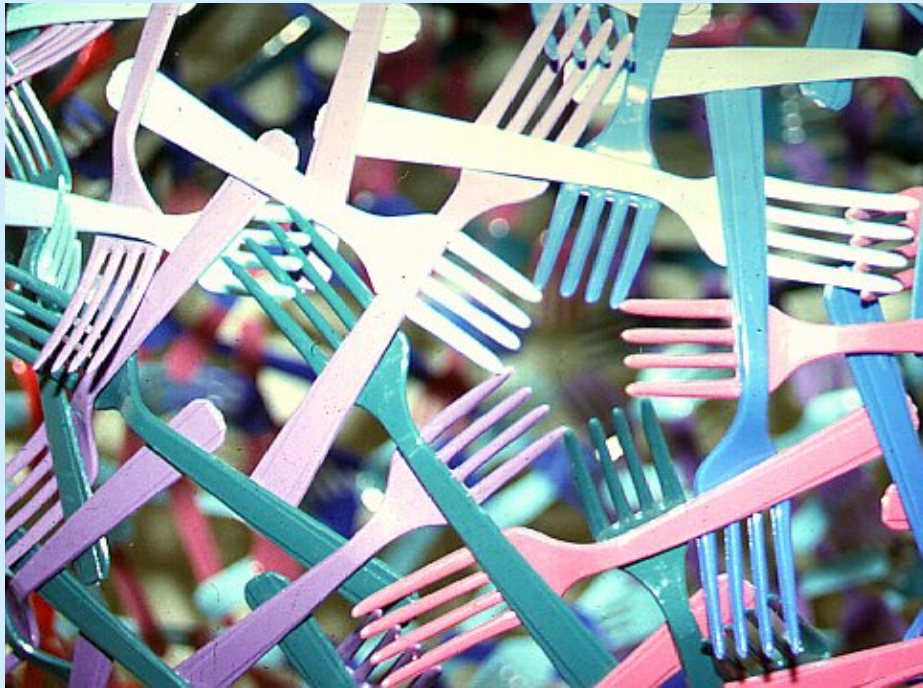
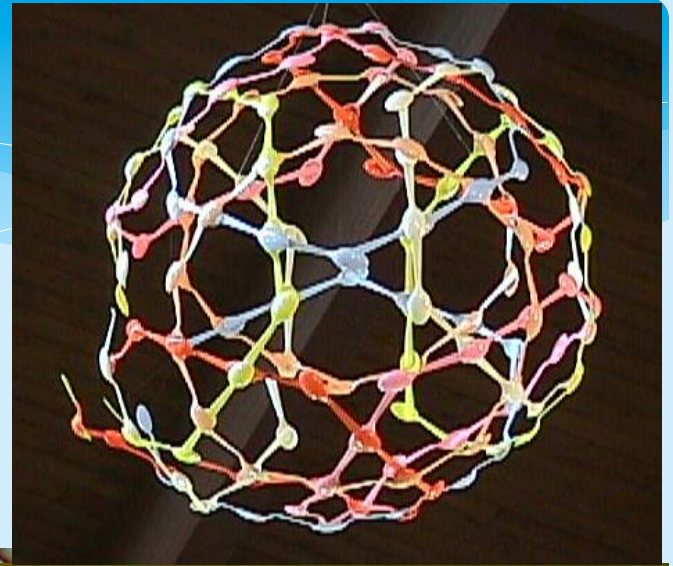


"Zenith", unisce il **Piccolo Dodecaedro Stellato** (12 pentagoni stellati), come venne disegnato da Leonardo da Vinci, a uno dei suoi caratteristici cavalli, utilizzando per il loro connubio la *sezione aurea*.

Poliedri contemporanei

George W. Hart

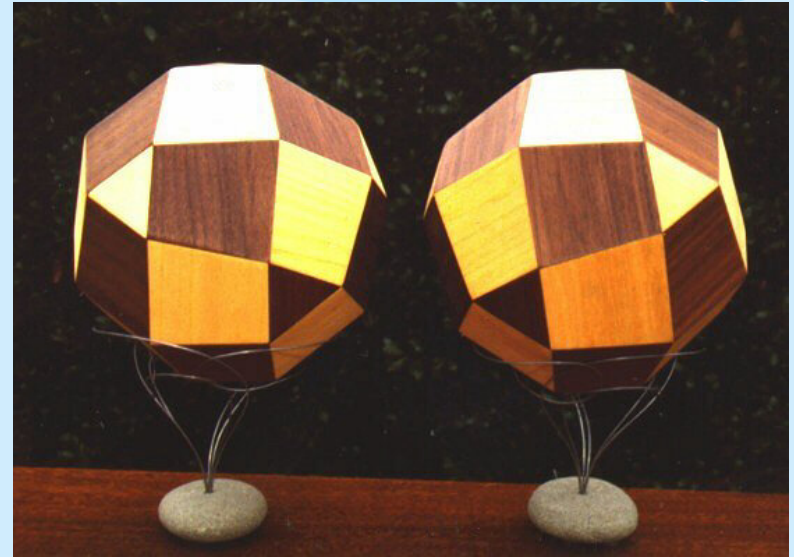
No picnic





Chiral quartet

Yin e Yang



Just Two Cavities

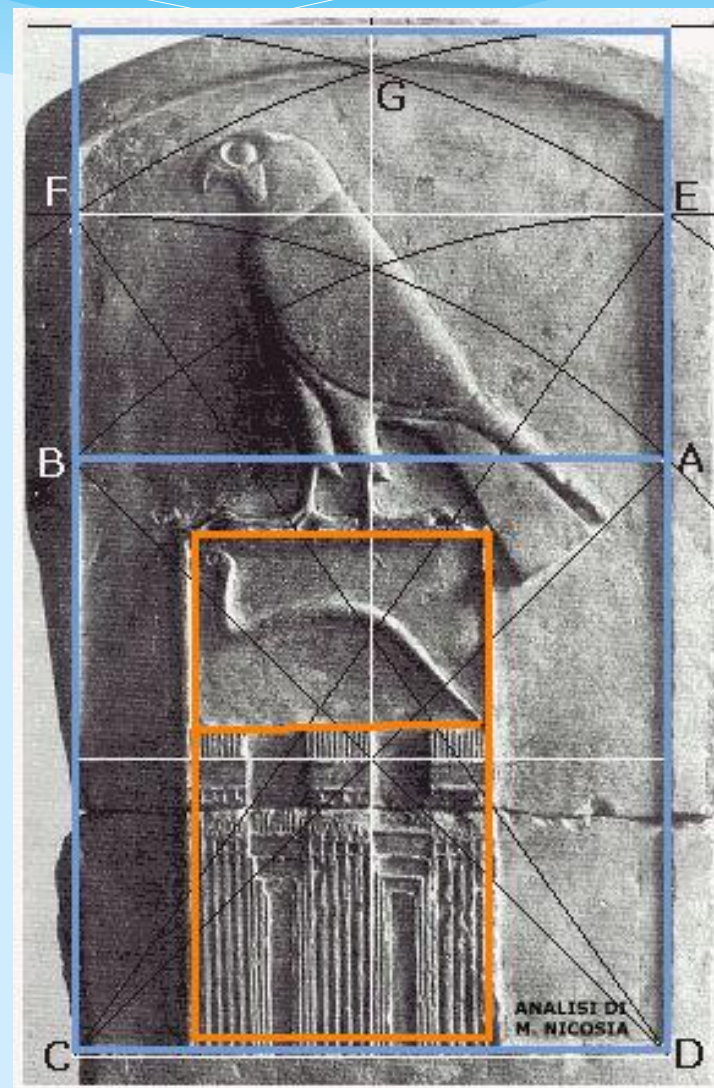


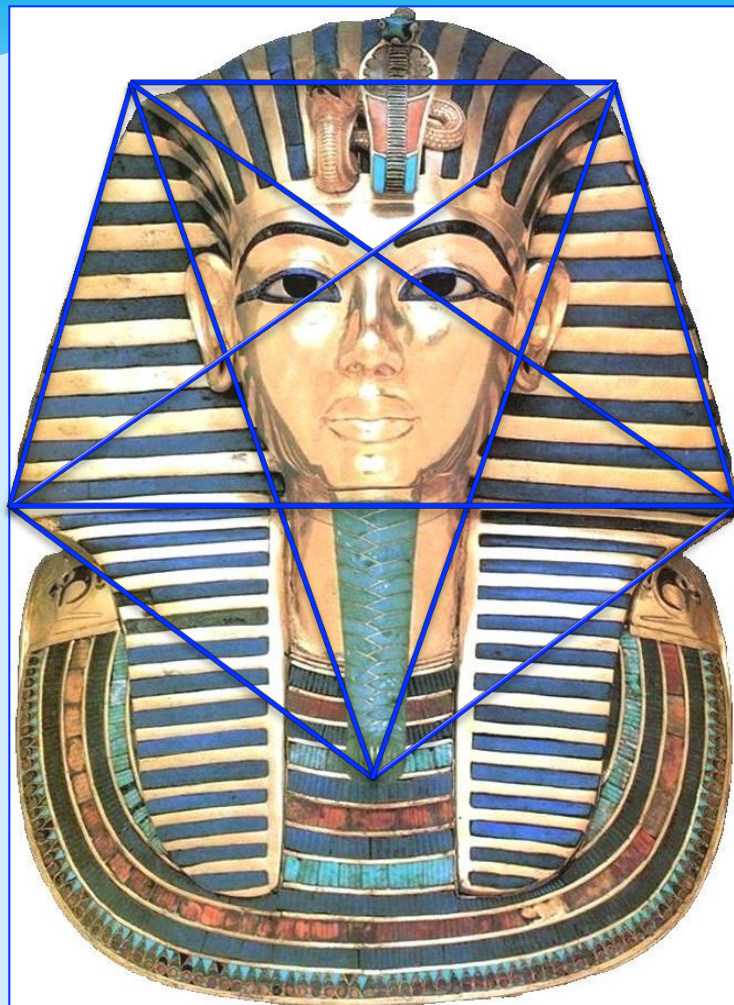
Millennium Bookball



La sezione aurea nella scultura

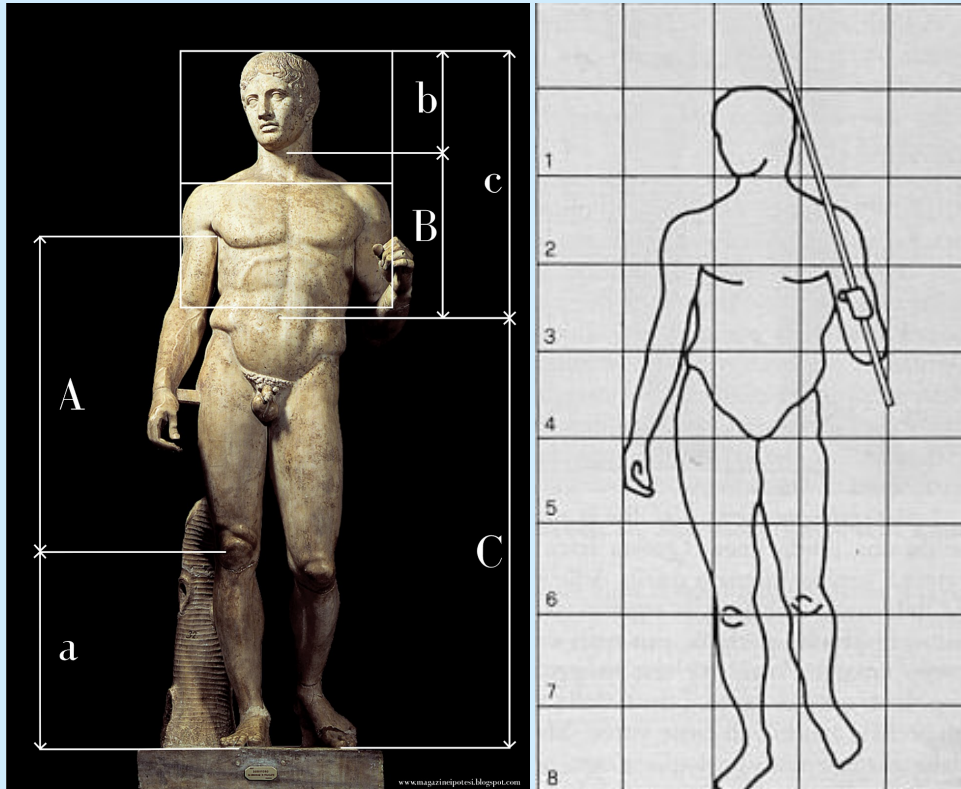
Una delle opere più antiche nella quale si riscontra la sezione aurea è la **Stele di Get**, un bassorilievo egizio risalente alla prima dinastia (circa 5000 anni fa). Al centro si osserva un rettangolo aureo, nella cui parte bassa il quadrato costruito sul lato più corto, sezione aurea di quello più lungo, contiene la città, mentre nella parte rimanente, che è un rettangolo aureo, è riportato il serpente simbolo del re.

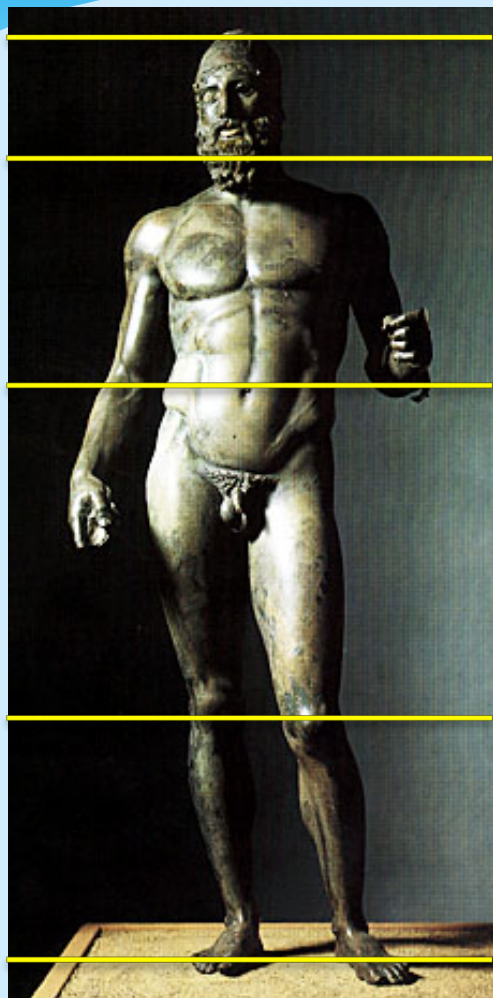




La maschera egizia del faraone Tutankhamon (XIV sec. a.C) possiede proporzioni auree: è perfettamente inscrittibile in un pentagono e segue le diagonali che formano il pentagono stellato.

Nella scultura greca classica (Fidia, Policleto, ...) la sezione aurea diventa una regola imprescindibile. Ogni parte del corpo è in proporzione aurea con le altre: **Doriforo di Policleto** (450 a.C.). Non è un caso che Policleto abbia teorizzato la divisione del corpo in 8 parti: 5 corrispondono all'altezza da terra all'ombelico e le altre 3 alla parte superiore. I numeri 3, 5, 8 sono presenti nella serie di Fibonacci e sono in rapporto aureo.





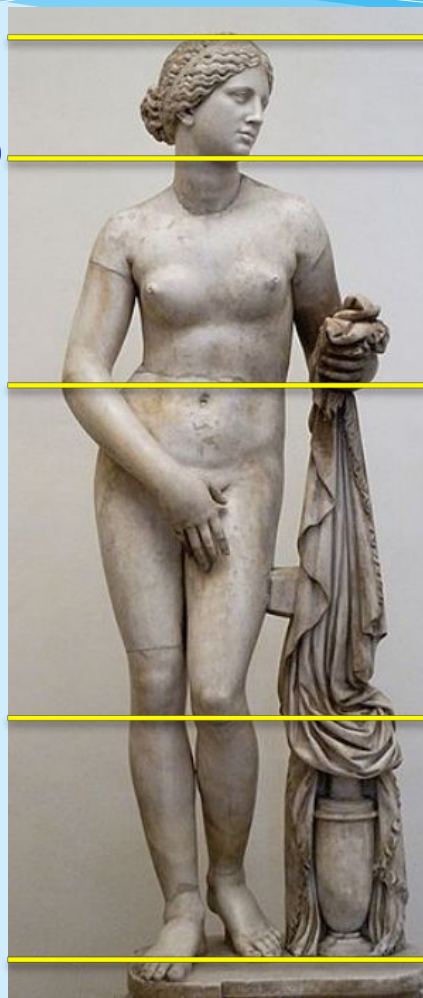
A

D

C

E

B



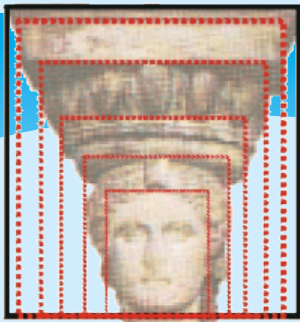
Le stesse perfette
proporzioni si ritrovano
nei **Bronzi di Riace** (V sec.
a.C.) e nell'**Afrodite Cnidia**
di Prassitele (360 a. C.).

In particolare si possono
riconoscere, in entrambe
le sculture, i seguenti
rapporti aurei:

$$AB:CB=CB:AC$$

$$AC:DC=DC:AD$$

$$CB:CE=CE:EB$$



Le **Cariatidi** dell'Eretteo, sull'Acropoli di Atene, possono essere inscritte in una serie di rettangoli nei quali il rapporto tra altezza e lunghezza è un rapporto aureo.

La scultura romana, ispirandosi a quella greca, mantiene approssimativamente le stesse proporzioni.



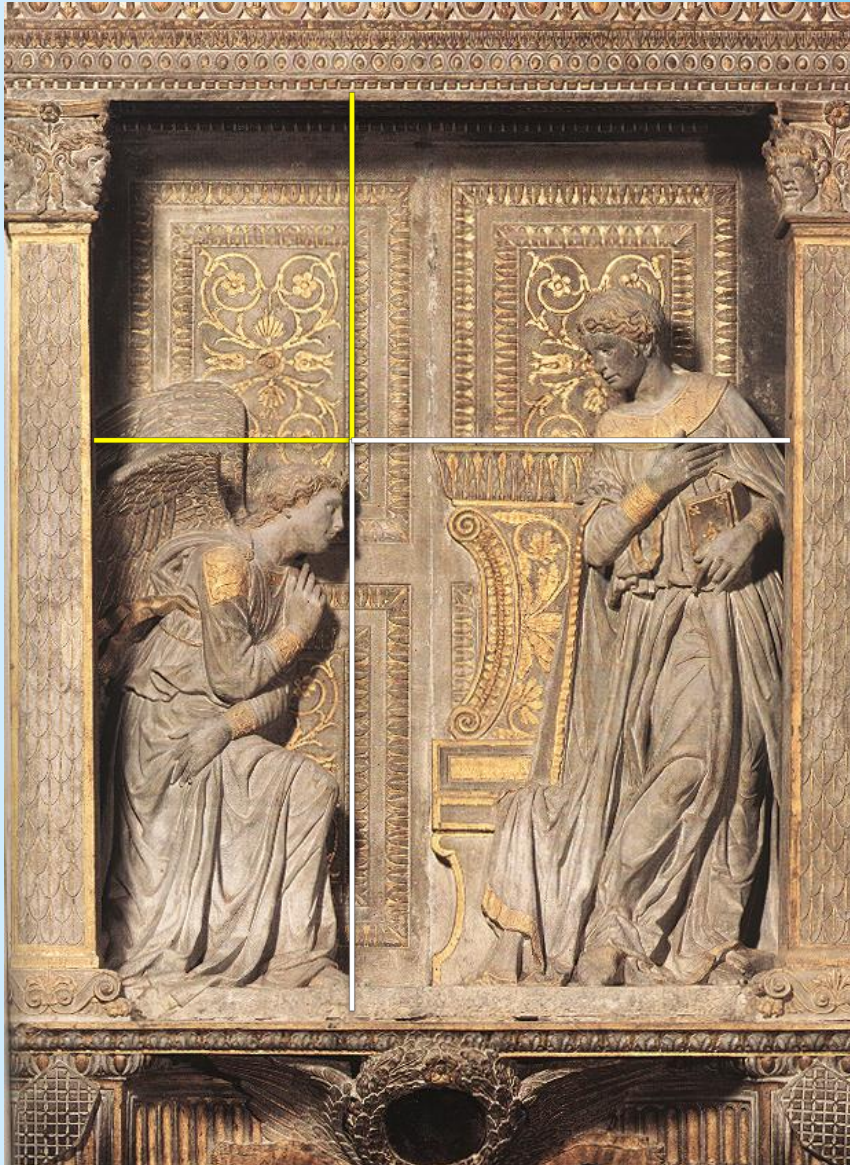
Dittico Barberini, avorio bizantino della metà del VI secolo, Museo del Louvre.

Con il medioevo, a partire dall'arte paleocristiana, passando per quella bizantina e romanica, la sezione aurea non è più utilizzata: le forme umane sono spesso volutamente sproporzionate e stilizzate.



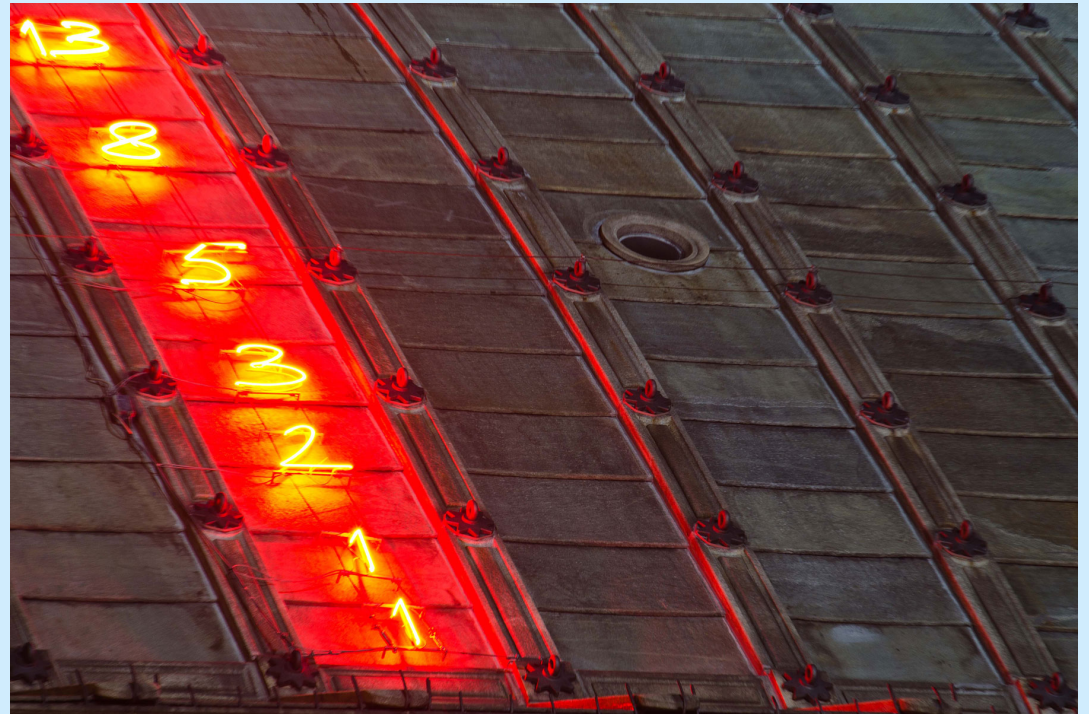
(C) WatcoF1.com

Con la scultura del trecento, nel periodo dell'arte gotica, il numero aureo torna con la sua aura esoterica. Lo si ritrova nella formella **L'aratura di Andrea Pisano (1290-1348)**.



Nel Primo Rinascimento si
trovano esempi di
proporzioni auree nella
scultura di **Donatello**
(*Annunciazione*, 1435)

Passando all'arte contemporanea, **Mario Mertz** (1925-2003), esponente di rilievo dell'arte povera, ha riprodotto la serie di Fibonacci, legata al numero aureo, con neon rossi installati sulla cupola della Mole Antonelliana di Torino.



‘Diverse **dimostrazioni** e **proposizioni** matematiche
possono essere considerate **arte**’.

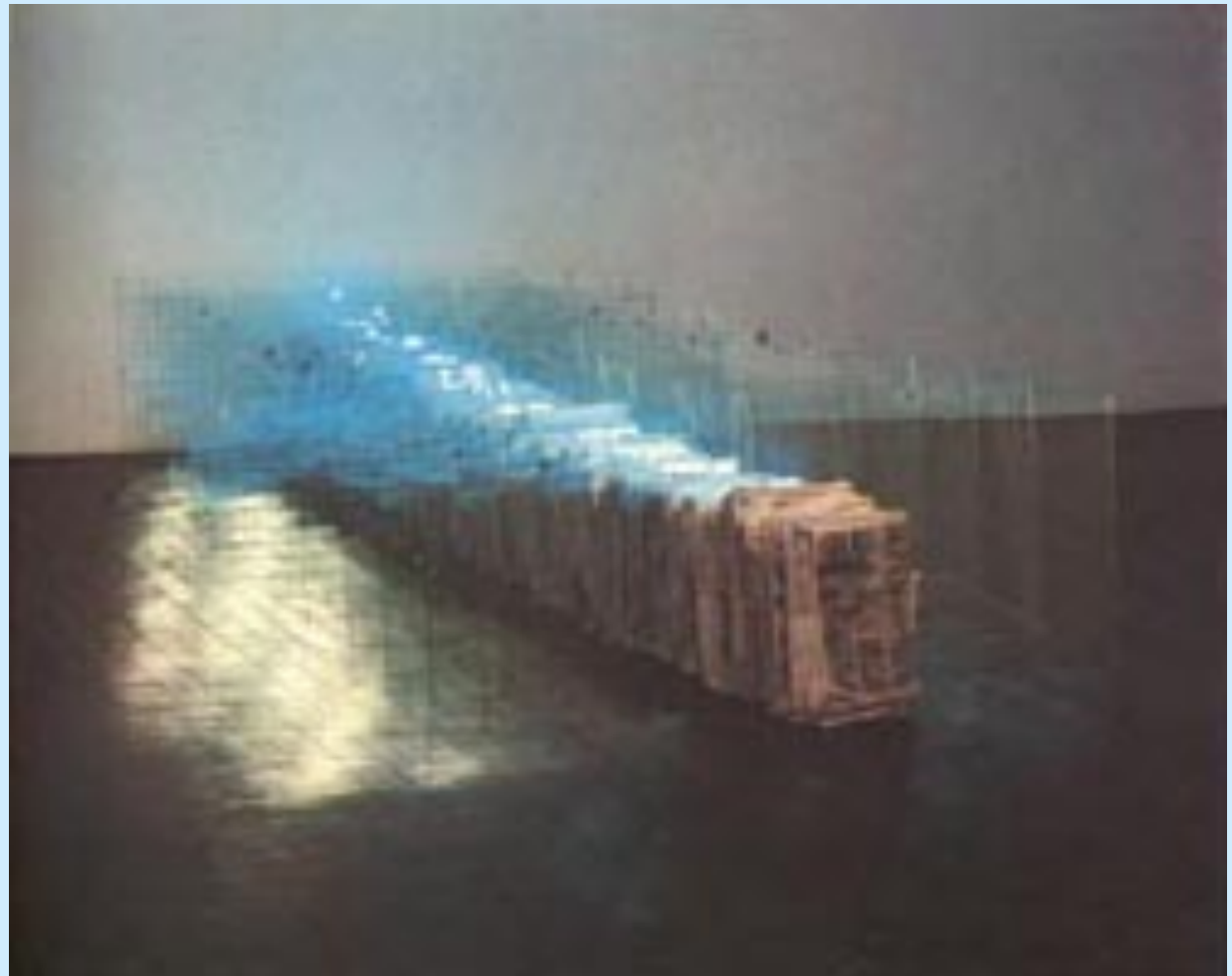
Mario Merz

Una lunga serie di
pile di quotidiani è
illuminata da numeri
di Fibonacci.

Mario Merz

610 funzione di 15

1971, New York, John
Weber Gallery



Ad ogni **numero**
naturale ...

...associamo il relativo
numero di Fibonacci

1	→	1
2	→	1
3	→	2
4	→	3
5	→	5
6	→	8
7	→	13
...		...
15	→	610

Osservate bene i
numeri di Fibonacci:
ogni numero si ottiene
dai due precedenti...
sommandoli!

Il **quindicesimo** numero
della successione di
Fibonacci
è proprio **610**.

In questa foto ingrandita si
può notare la numerazione...

... e si intravede la
successione di Fibonacci
scritta con i neon

1 1 2 3 5 8 13 21 34 55 89 144 233 377 610 ...



La sezione aurea nella pittura

Giotto (1240-1302)

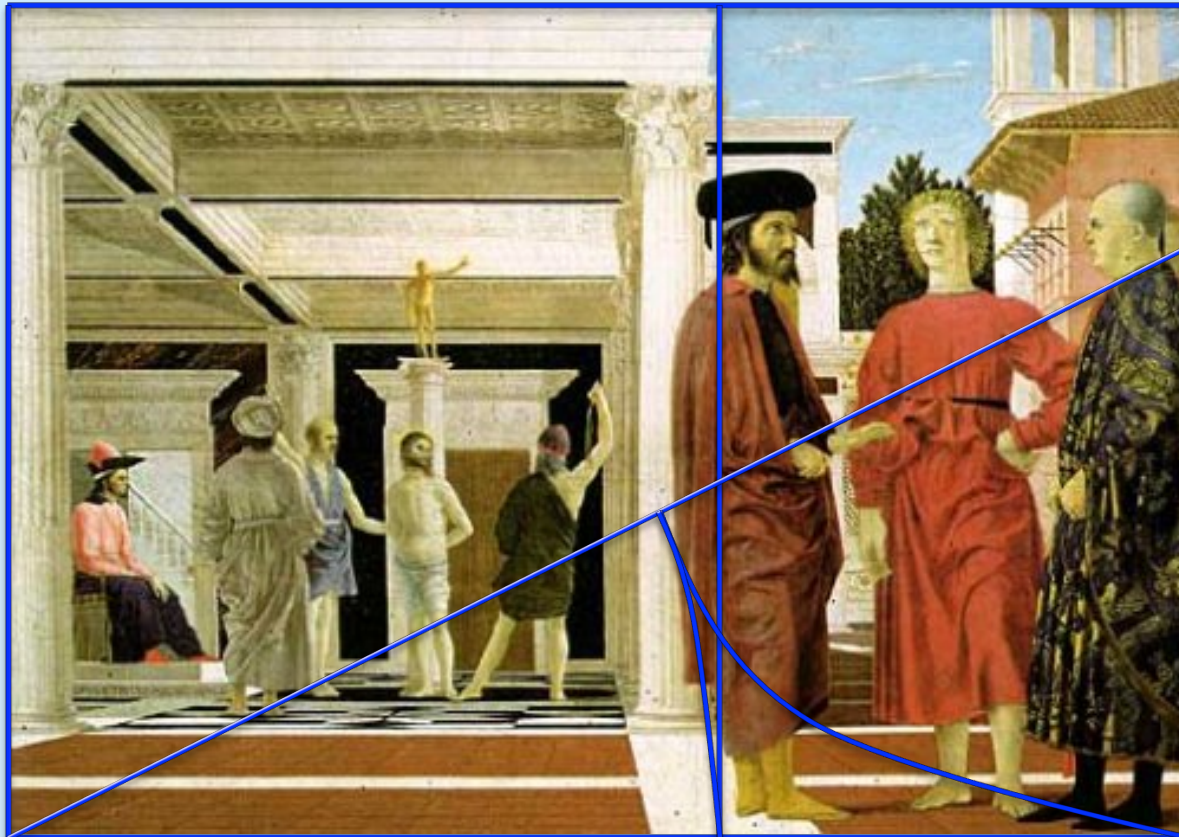
Madonna di Ognissanti

Rapporto altezza/larghezza = 1,59



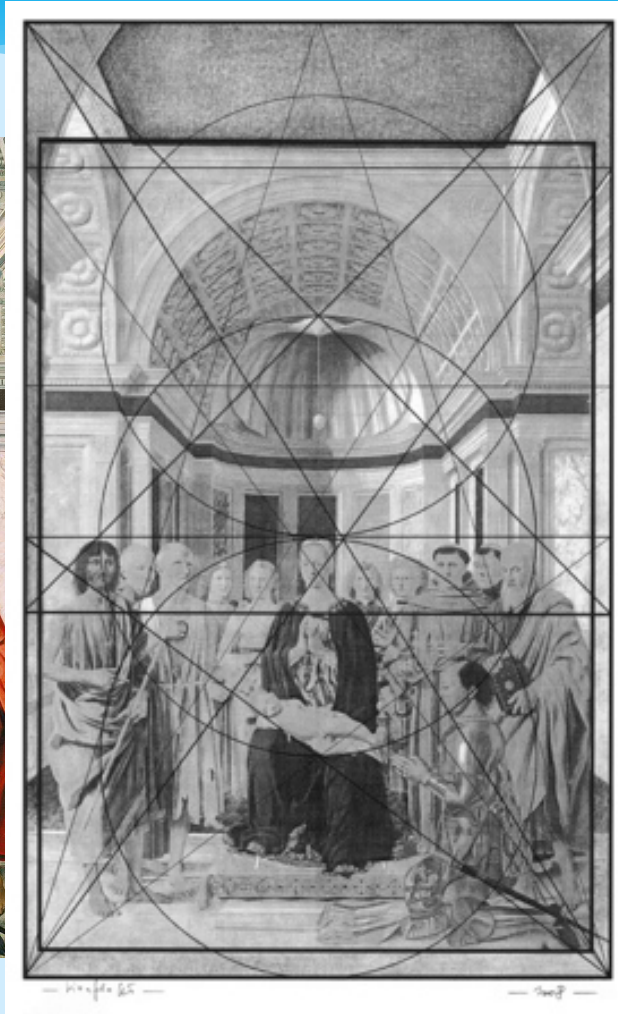
Ne *La geometria segreta dei pittori* (1964), Charles Bouleau sostiene la tesi di una diffusissima presenza della sezione aurea nei pittori prerinascimentali, quali Giotto, Duccio e Cimabue, in un'epoca ben precedente la pubblicazione del *De divina proportion* del matematico Luca Pacioli (1445-1517) e questo per sostenere la tesi del rapporto aureo quale canone estetico riconosciuto a priori, anche se non vi sono evidenze, in tale direzione, da parte di nessuno dei maggiori esperti dei tre pittori.

Gli artisti del Rinascimento, interessati a tutto ciò che è classicità e razionalità, furono molto affascinati dalle proporzioni auree.

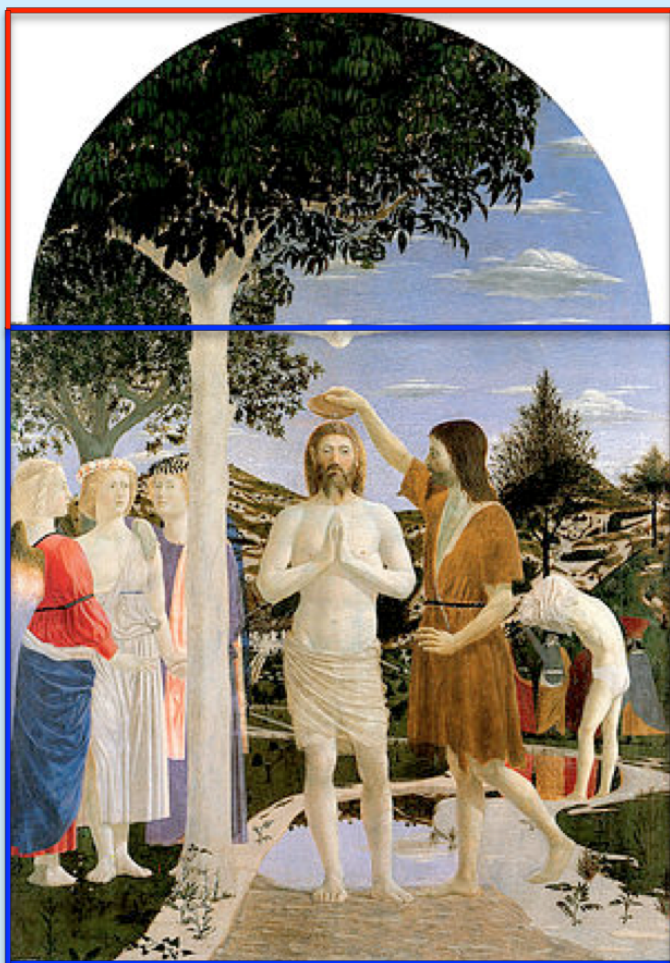


Ne *La flagellazione di Cristo* di **Piero della Francesca**

(1412-1492), le proporzioni auree tra le parti sono numerose e conferiscono equilibrio e armonia.

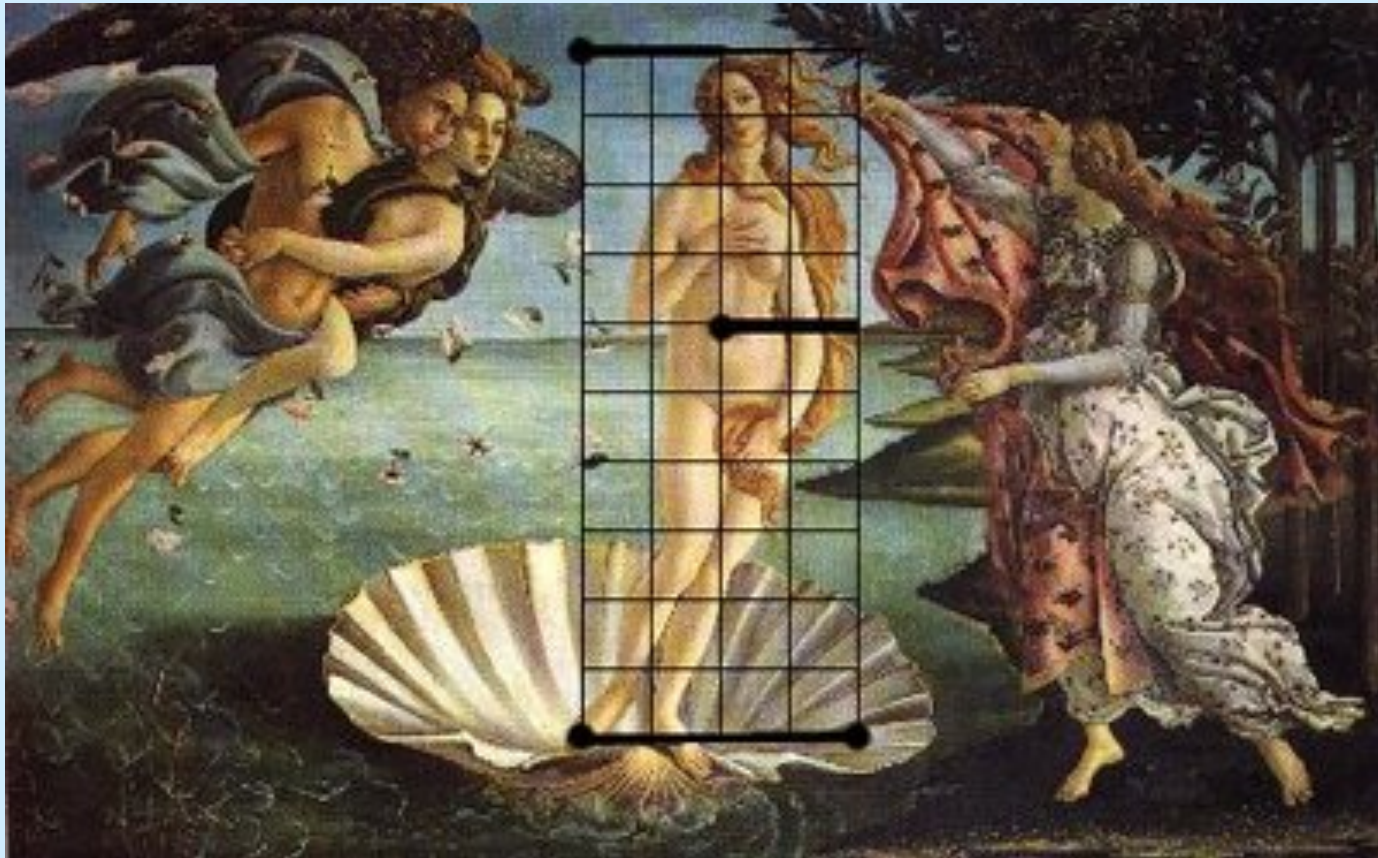


Nella *Pala di Brera*,
sempre di Piero della
Francesca,
nonostante le
mutilazioni su tutti i
lati, è evidente una
costruzione aurea
molto complessa. Lo
stesso formato
originale del dipinto
era costituito da un
rettangolo aureo.

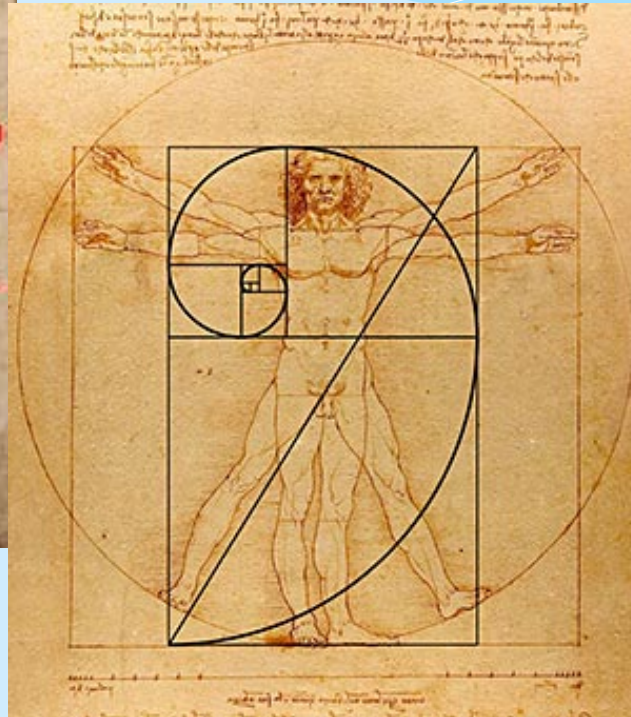
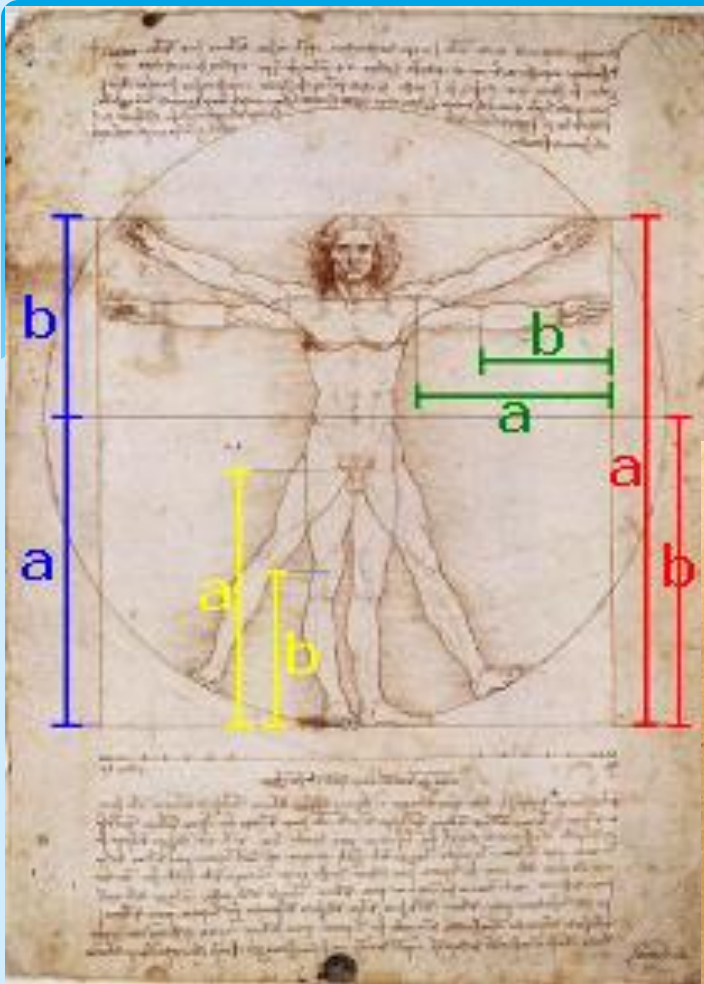


Oppure sceglie il
formato delle tavole
sulla base del rettangolo
aureo, come nel *II*
Battesimo di Cristo

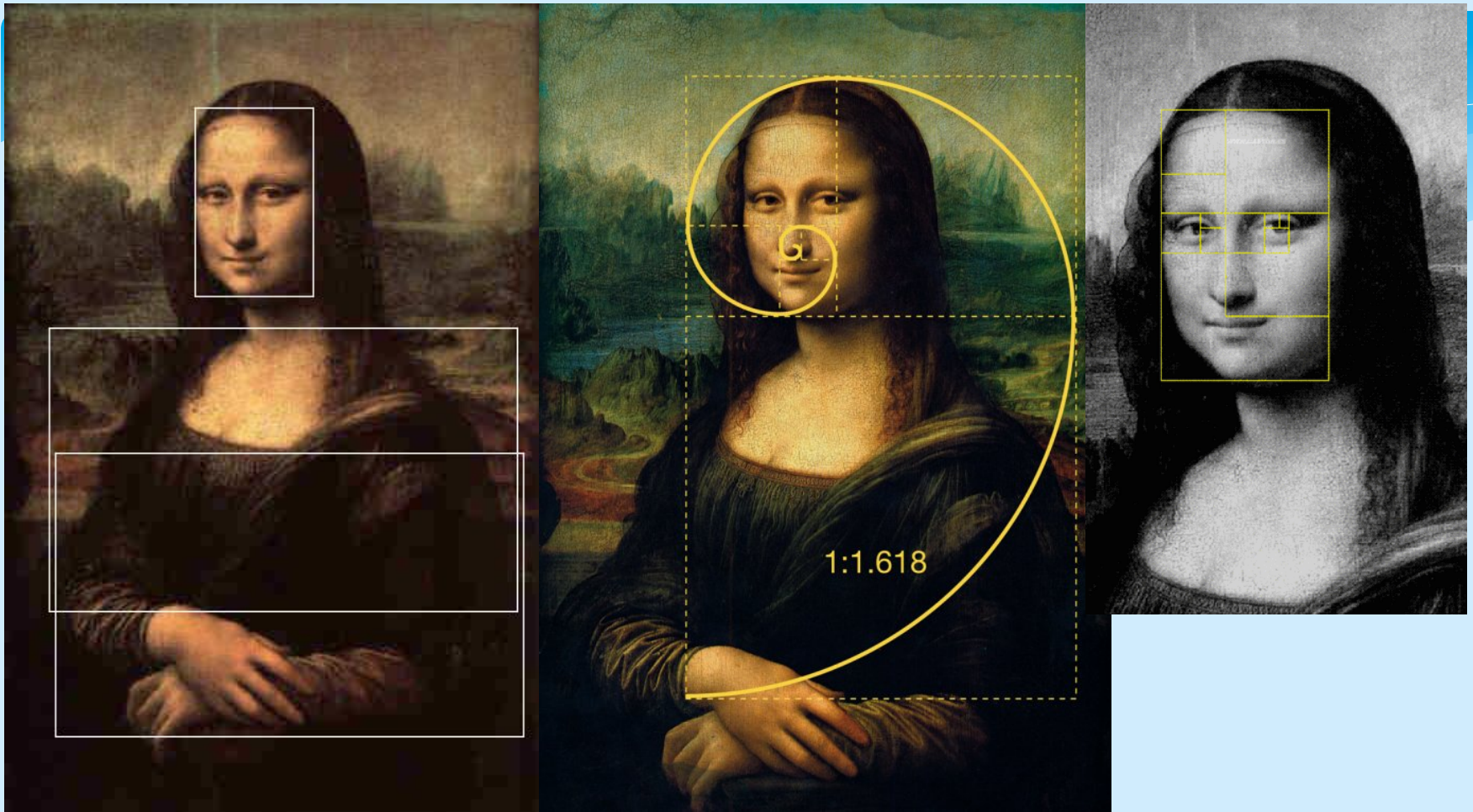
Botticelli (1445-1510) costruiva le sue figure femminili secondo le proporzioni auree classiche, come nella *Nascita di Venere*. Misurando l'altezza da terra dell'ombelico e l'altezza complessiva il loro rapporto risulterà 0.618, così anche il rapporto tra la distanza tra il collo del femore e il ginocchio e la lunghezza dell'intera gamba o anche il rapporto tra il gomito e la punta del dito medio e la lunghezza del braccio.



Il nome di Leonardo da Vinci (1452-1519), in qualità di scienziato e artista, non può mancare quando si parla di relazione tra arte e numero aureo.

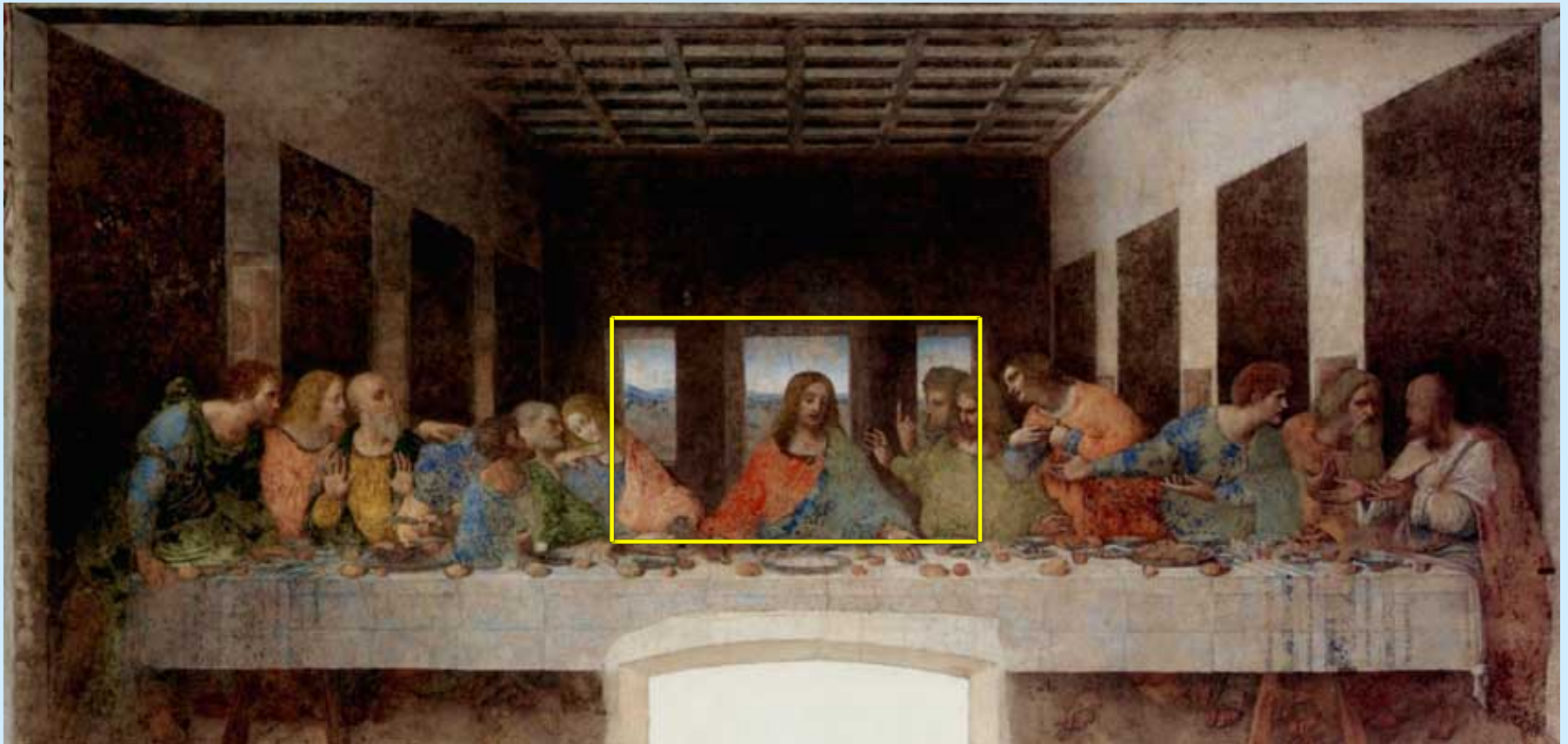


Leonardo stabilì che le proporzioni umane sono perfette quando l'ombelico divide l'uomo in modo aureo.

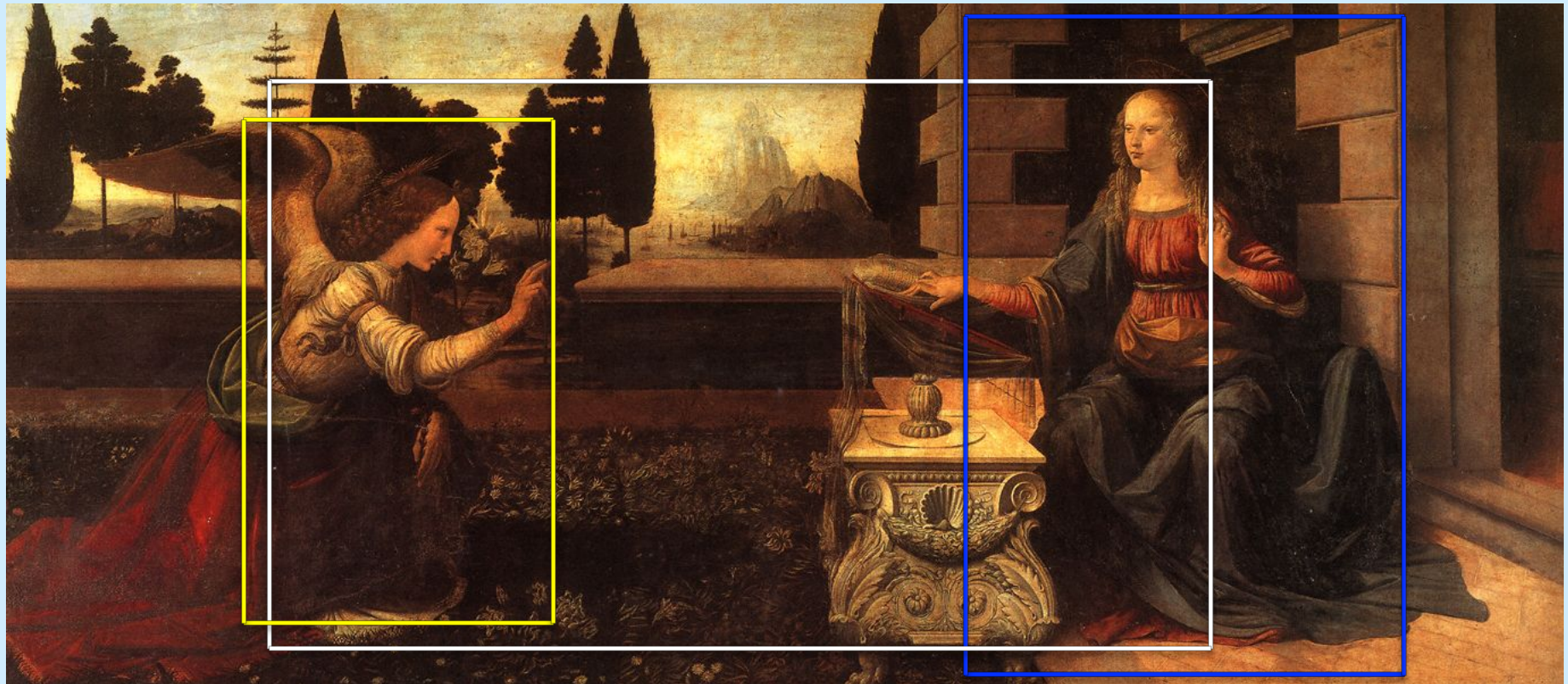


Nella Gioconda il rapporto aureo è stato individuato: nella disposizione del quadro; nelle dimensioni del viso; nell'area che va dal collo a sopra le mani; in quella che va dalla scollatura dell'abito fino a sotto le mani; ecc.

Ne *L'Ultima cena di Leonardo*, Gesù, il solo personaggio veramente divino, è racchiuso in un rettangolo aureo, che include perfettamente anche le finestre



Nell'*Annunciazione di Leonardo*, molte aree sono in rapporto aureo.



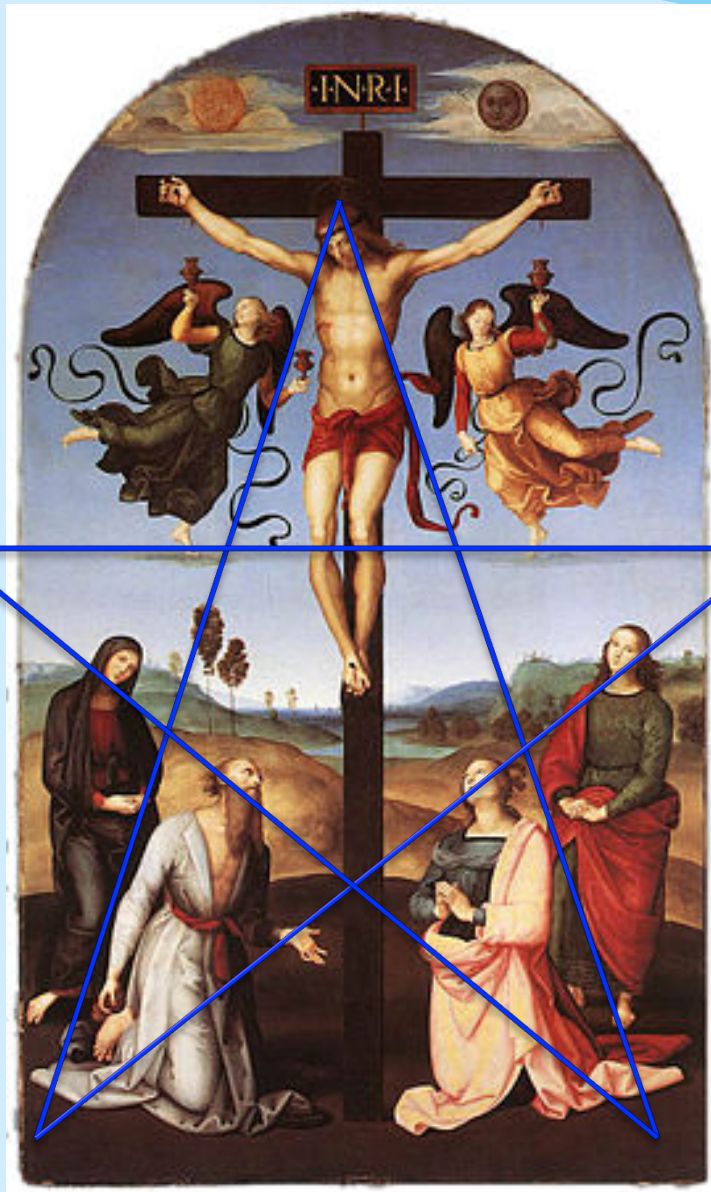
Nello studio di
Leonardo da Vinci sul
soggetto mitologico di
Leda ed il cigno,
immagina i capelli
raccolti a formare una
spirale logaritmica.



Così come
nell'impressionante serie
di schizzi sul *Diluvio* ci
sono spirali nelle nubi e
nell'acqua, per dare
maggior forza evocatrice
agli aspetti allegorici
delle forze distruttive
di origine celeste.

Nella **Sacra Famiglia di Michelangelo (1475-1564)**, le figure principali si trovano all'interno di un pentagramma.





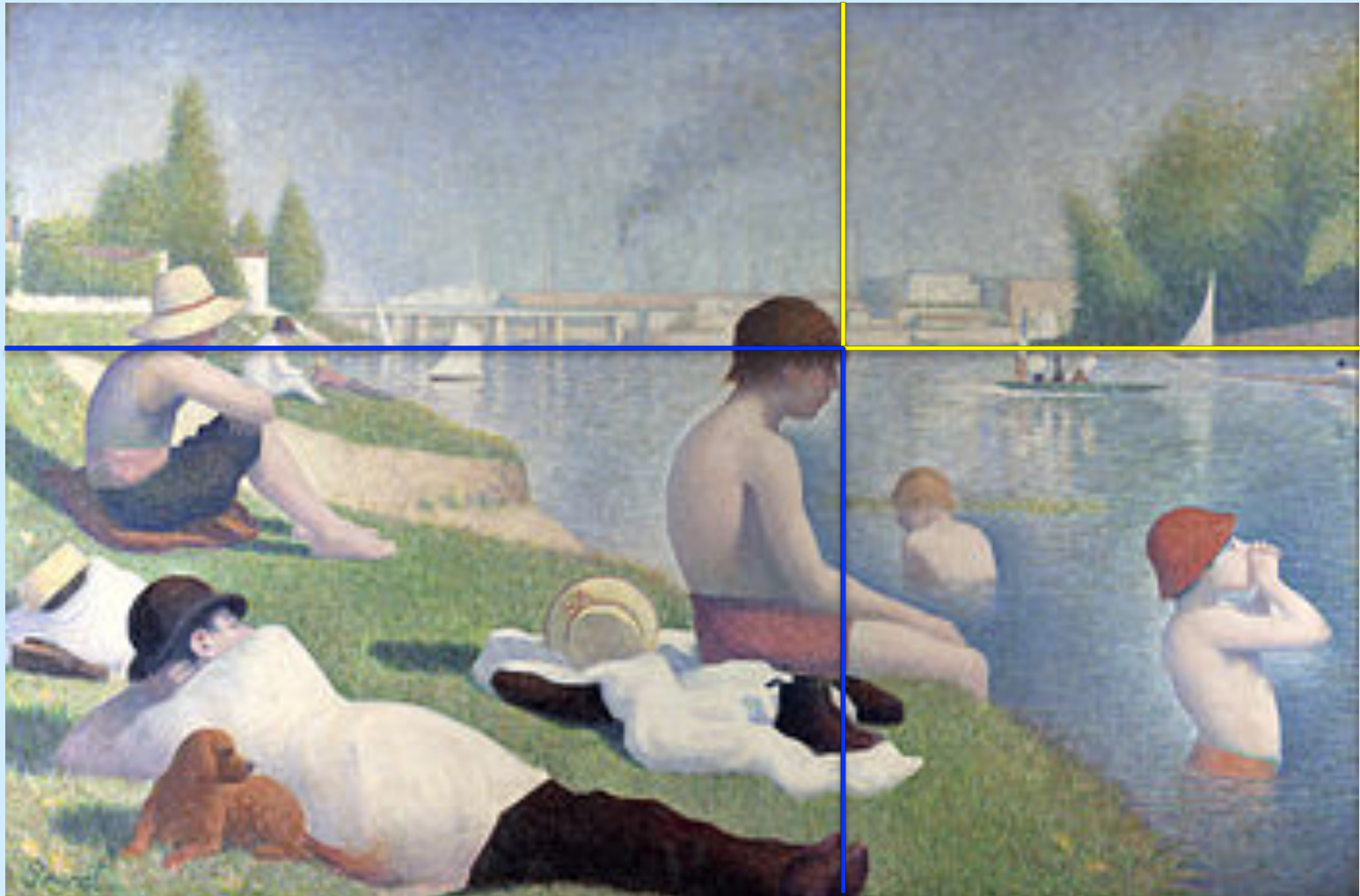
Nella *Crocifissione* di
Raffaello (1483-1520), le
figure sono disposte lungo
le linee di un
pentagramma.

Facendo un salto di qualche secolo, ritroviamo la sezione aurea nelle opere di **Seurat (1859-1891)**, un artista postimpressionista che cercava una bellezza scientifica attraverso l'accostamento cromatico di punti di colori differenti e la composizione equilibrata dell'immagine.



La parata del circo

Bagnanti ad Asnières



Vincent Van Gogh (1853-1890)

Notte stellata



Cosa vi ricorda?

Il primo importante artista e teorico dell'arte a impiegare ϕ nella teoria estetica o nella realizzazione di opere d'arte, in maniera chiara ed evidente, fu Paul Sèrusier (1864 – 1927).

Durante una visita in un monastero benedettino, si trovò ad osservare un gruppo di monaci intenti a realizzare opere a sfondo religioso basandosi su particolari “misure sacre” tra cui vi era la sezione aurea.

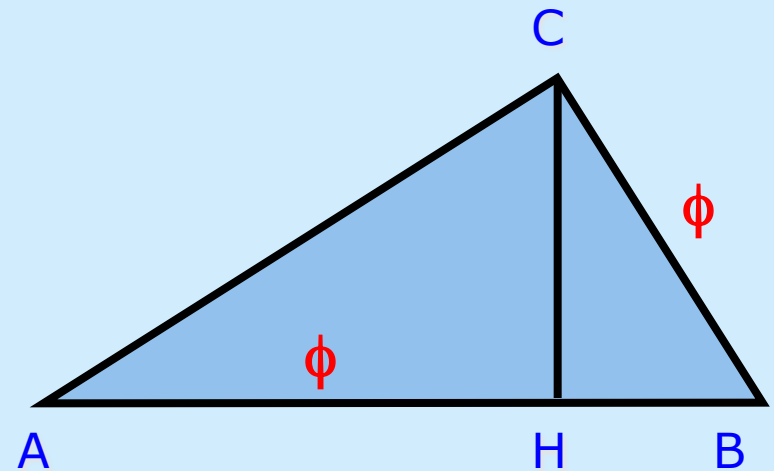
Dopo Sèrusier, il concetto di rapporto aureo si diffuse in altri ambienti artistici, in particolare tra i cubisti.

Il **Cubismo**, attraverso la tecnica di scomposizione formale, mirante a trasferire su un piano la struttura degli oggetti tridimensionali, venivano valorizzati concetti geometrici come quello di rapporto aureo, ed effettivamente alcuni dei primi cubisti, come **Villon, Duchamp, Picabia**, organizzarono a Parigi nel 1912 un'intera mostra intitolata “*Section d'Or*” che aveva lo scopo di manifestare il loro interesse per questioni che legavano l'arte alla scienza e alla filosofia.



Lo scultore J. Lipschitz
(1891-1973) aiutò il pittore J. Gris
(1887–1927) nella costruzione
della scultura *Arlequin*, per la
quale i due artisti utilizzarono il
triangolo aureo di Keplero per
ottenere le proporzioni
desiderate.

Se su una linea AB divisa secondo
la sezione aurea si costruisce un triangolo
rettangolo, in modo che l'angolo retto sia sulla
perpendicolare del punto di sezione H, allora il
cateto minore BC sarà uguale al segmento AH.

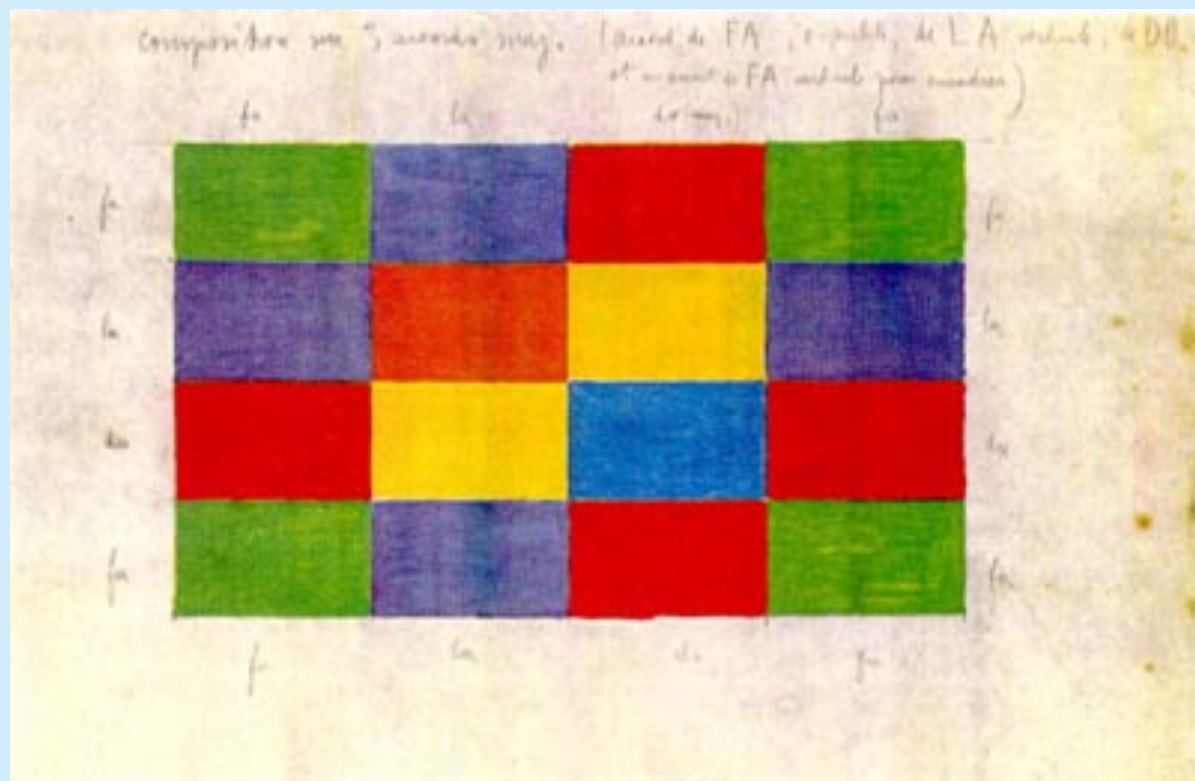


Gino Severini (1883 – 1966) tentò di conciliare nel suo lavoro i propositi in parte contrapposti del futurismo e del cubismo. Severini trovò nel cubismo una “nozione di misura”. Questa ricerca della perfezione geometrica indusse l'artista a servirsi della sezione aurea nei disegni preparatori di alcuni dipinti come la *Maternità*.



“Per collocare la tenda ho diviso il lato superiore della tela secondo la ‘Sezione aurea’, e la ampiezza della finestra è determinata secondo una uguale proporzionalità tra lato minore e lato maggiore”

Severini afferma di considerare il numero “*come un principio d’armonia nascosto nelle cose*”; nella sua opera *Corrispondenza tra musica e colore (1919)* presenta un rettangolo aureo composto da 16 rettangoli aurei di vari colori associati alle note musicali.

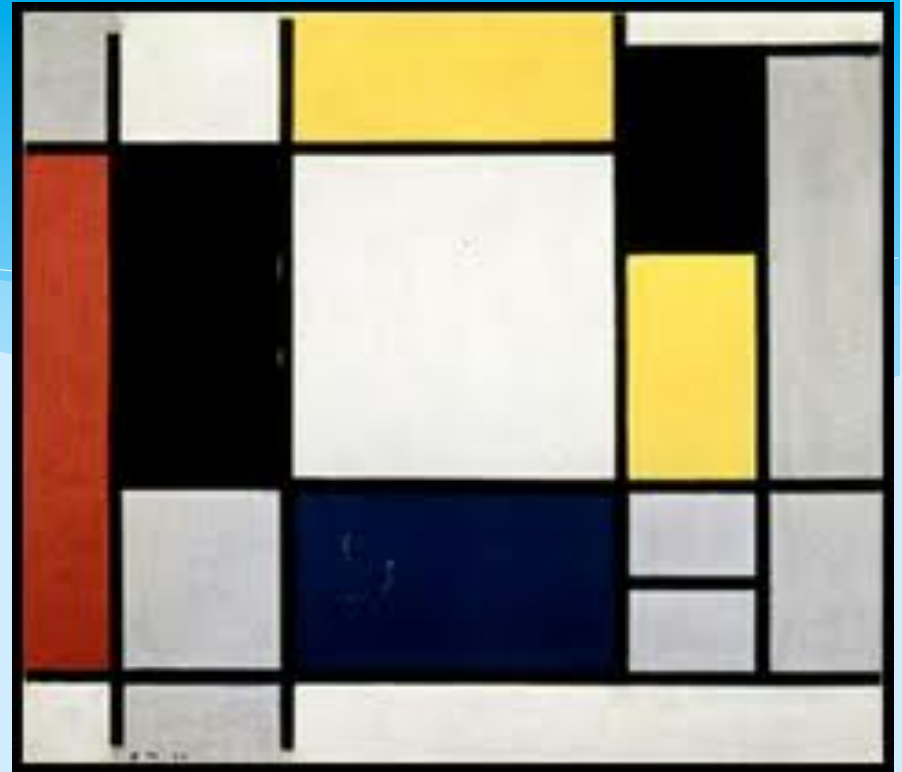




I numeri sono per molti artisti moderni il soggetto affascinante e enigmatico della raffigurazione, dal punto di vista non solo puramente formale, a cominciare da *Giacomo Balla (1871-1958)*, che dipinge, nel 1925, i *Numeri innamorati*, dal chiaro contenuto simbolico, visto che raffigura alcuni numeri che compaiono nella successione di Fibonacci, che, in termini per certi aspetti misteriosi, descrive le simmetrie della natura.

Piet Mondrian (1872-1944)

fece prettamente uso di forme rettangolari e linee verticali e orizzontali per comporre le sue opere, e questa estrema geometrizzazione alimentò negli anni diverse speculazioni sul fatto che questi dipinti celassero più o meno velati riferimenti o proporzioni auree. La discussione è ancora aperta.



Anche **Salvador Dalí (1904-1989)** nei ***Cinquanta segreti dell'artigianato magico* (1948)** ha discusso il proprio personale uso della stella pitagorica nell'impianto della ***Leda atomica*** e della ***Madonna di Port Ligat***.



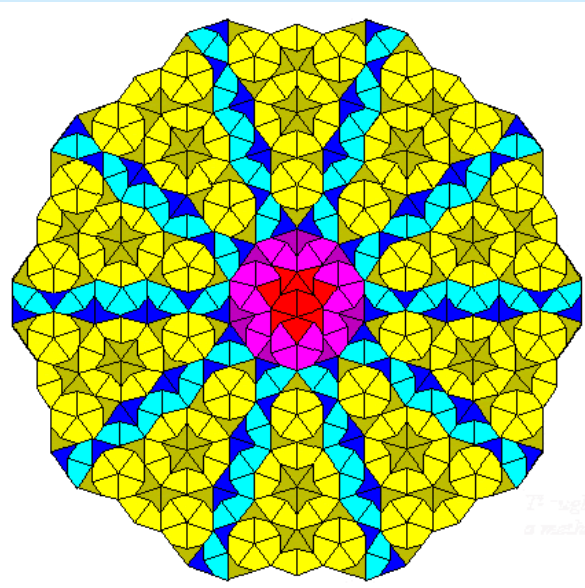
La composizione è costruita sulla base di una struttura composta da una stella di Pitagora inscritta in un pentagono regolare, a sua volta contenuto in un cerchio.



Robert Indiana (1928)

The Demuth American Dream No. 5

In questa opera, la stella pitagorica viene usata in maniera esplicita.

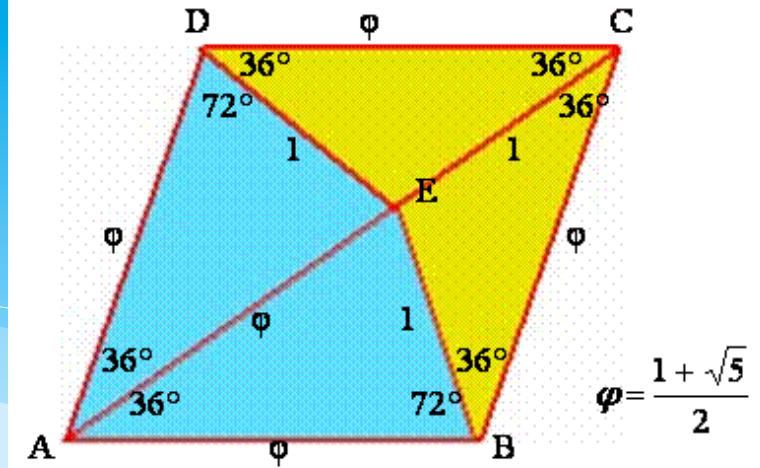


Tassellare significa coprire una superficie piana con figure geometriche senza sovrapposizione e senza lasciare spazi vuoti. Se si usano poligoni regolari, le possibilità di tassellare il piano sono in numero finito.

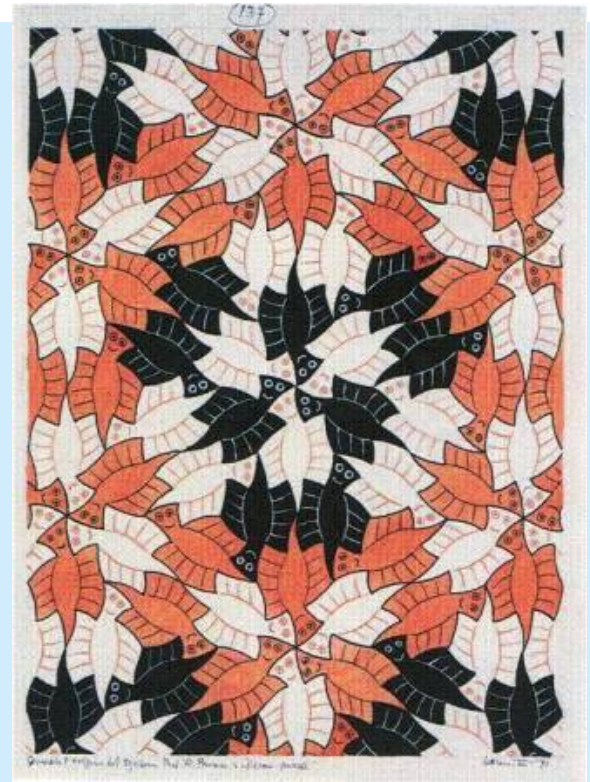
La figura geometrica piana collegata al rapporto aureo è il pentagono regolare che ha simmetria quintupla però non è adatto a coprire in modo completo una superficie piana.

Penrose (fisico) ha scoperto due schemi fondamentali di intarsio capaci di ricoprire completamente in modo ordinato il piano. I tasselli di Penrose hanno il rapporto aureo inscritto in ogni loro parte.

Una coppia di tasselli presi in considerazione consiste in due forme chiamate *dardo* e *aquilone*. Si nota che le due sagome sono formate da triangoli isosceli ricavabili dal pentagono regolare.



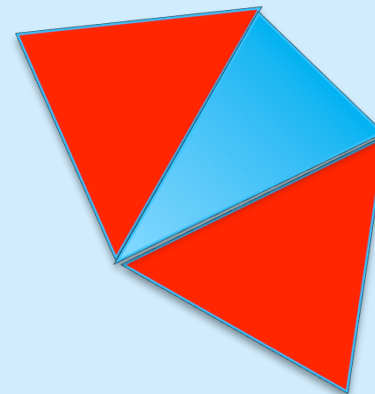
Escher (1898-1972)
Esempio di tassellatura



Conchiglie e stelle marine

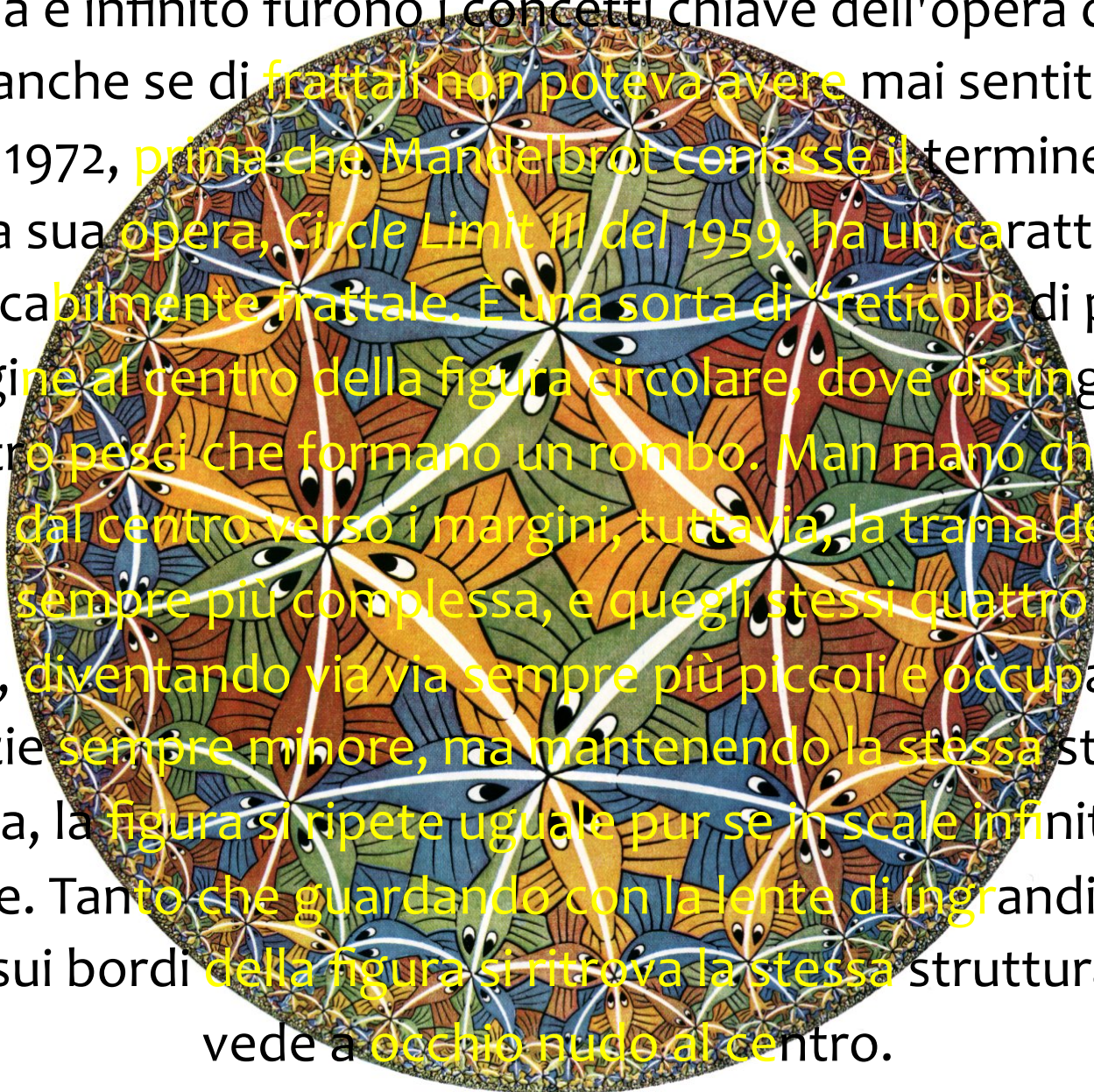
Questa composizione è strutturata su una simmetria rotatoria di un modulo pentagonale.

Ogni modulo è composto da due semiquadrati (in rosso) e un triangolo aureo (in azzurro)

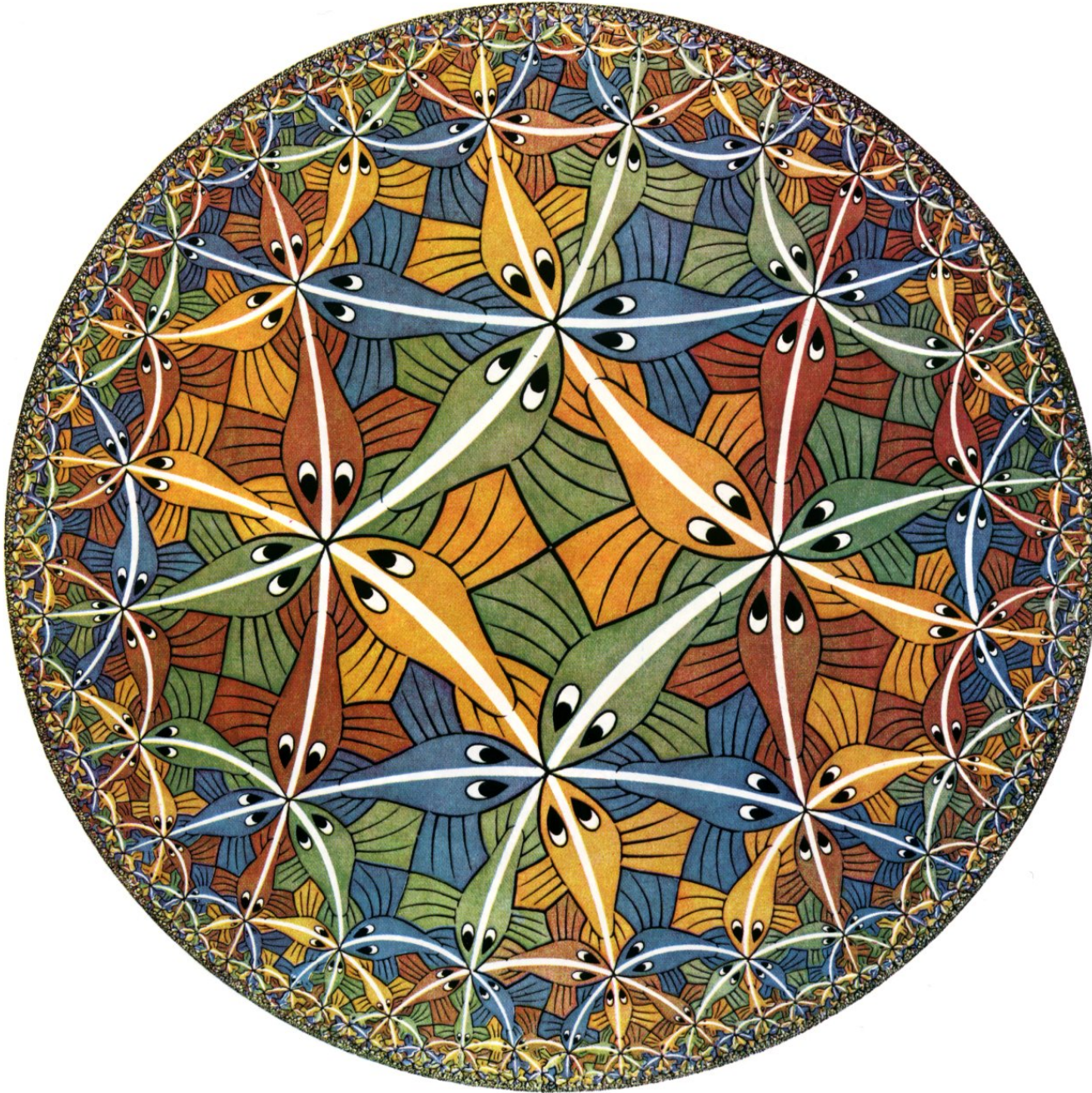


Simmetria e infinito furono i concetti chiave dell'opera di Escher. Eppure, anche se di frattali non poteva avere mai sentito parlare (morì nel 1972, prima che Mandelbrot coniasse il termine) almeno una sua opera, *Circle Limit III* del 1959, ha un carattere inequivocabilmente frattale. È una sorta di "reticolo" di pesci che ha origine al centro della figura circolare, dove distinguiamo quattro pesci che formano un rombo. Man mano che ci si allontana dal centro verso i margini, tuttavia, la trama della figura diventa sempre più complessa, e quegli stessi quattro pesci si ripetono, diventando via via sempre più piccoli e occupando una superficie sempre minore, ma mantenendo la stessa struttura. Insomma, la figura si ripete uguale pur se in scale infinitamente più piccole. Tanto che guardando con la lente di ingrandimento un punto sui bordi della figura si ritrova la stessa struttura che si vede a occhio nudo al centro.

Un vero e proprio frattale.



Escher
Circle Limit III



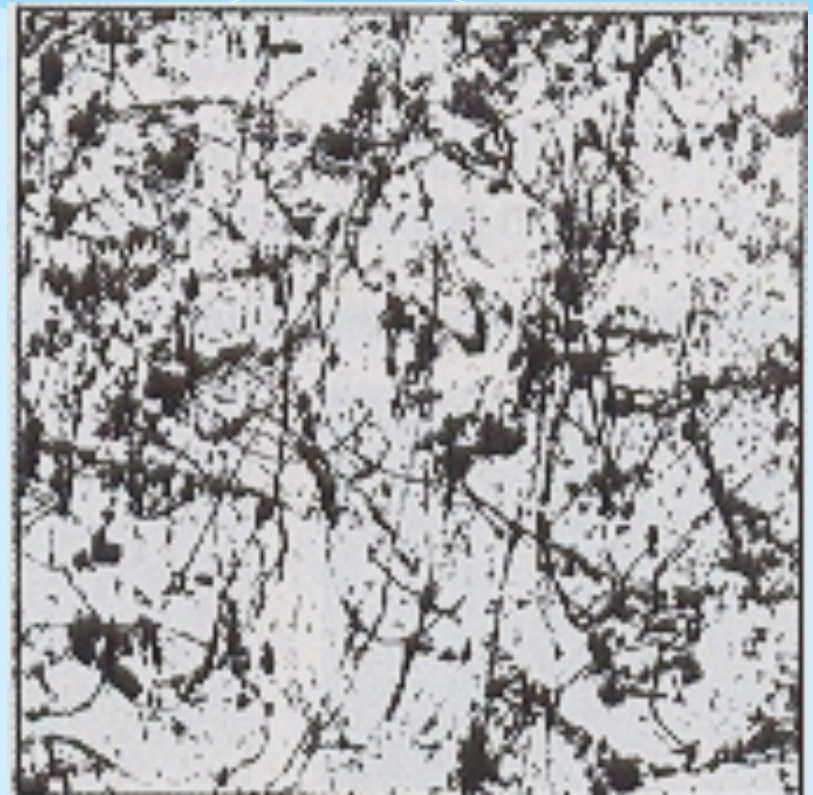
Venticinque anni prima della scoperta dei frattali, **Pollock (1912-1956)** creava, attraverso i frattali, il suo mondo pittorico, inventando una nuova forma di astrattismo.

Concepì un modo nuovo di rappresentare, affinando una tecnica che consisteva nella stesura sulla tela di una serie di deposizioni di colore per sgocciolatura (painting).

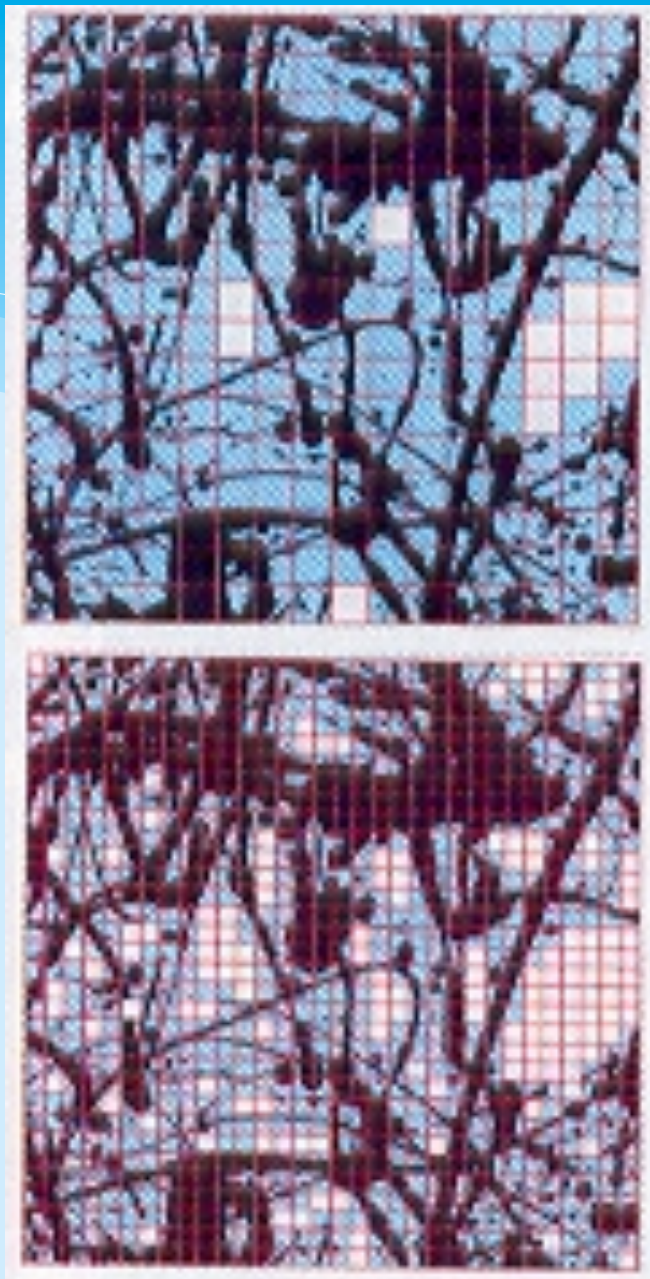


Ma come è stata scoperta la struttura frattale nelle opere di Pollock?

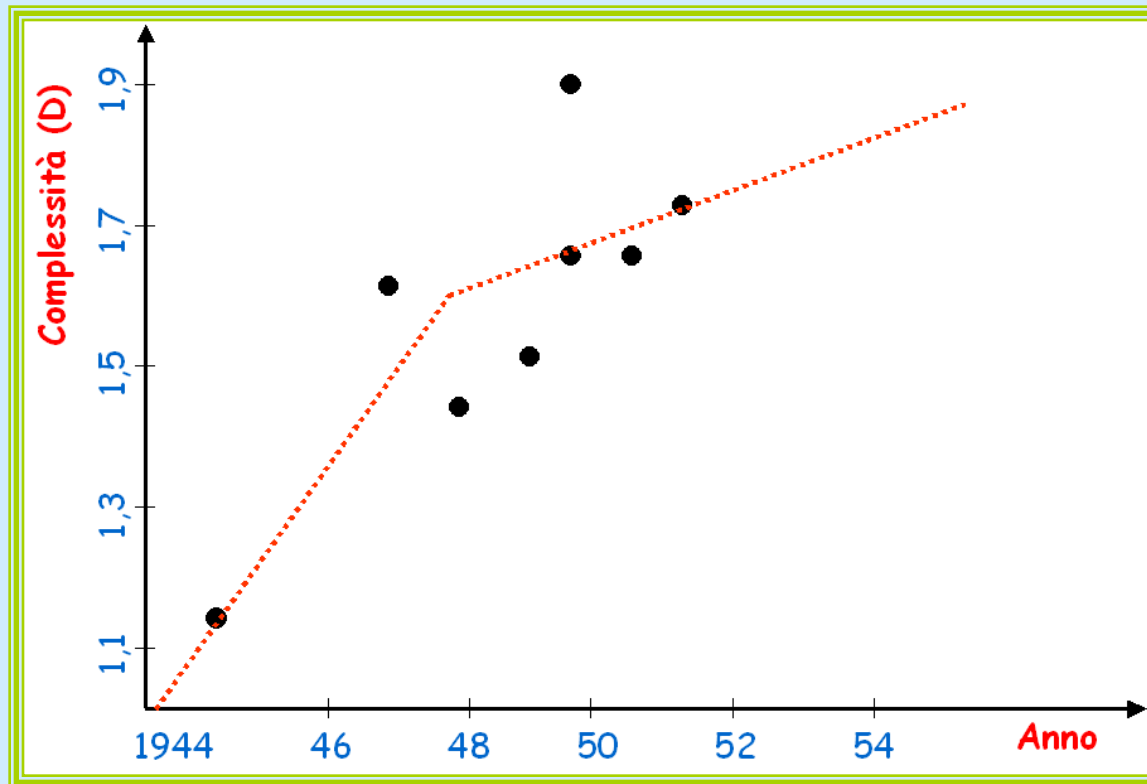
1) Si sono scansionate al computer le tele di Pollock a partire dal famoso "*Blue Poles, number 11*"; analizzando prima i vari strati di colore diverso, poi l'opera nella sua interezza.



2) Il dipinto in esame è stato coperto con un reticolo di celle quadrate identiche e si è poi proceduto alla valutazione delle qualità statistiche dello schema pittorico discriminando quali celle fossero occupate dal pigmento e quali no; riducendo il passo del reticolo si è scoperto che questo schema si conserva inalterato. Da ciò si evince che l'opera presenta una struttura frattale.



Lo studio cronologico dei dipinti ha mostrato che la complessità degli schemi frattali nelle opere di Pollock, aumentava via via che l'autore raffinava la sua tecnica. Arrivò fino a un valore di 1,9 per un'opera del 1950 che in seguito distrusse, ritenendo l'immagine troppo densa e complessa. Successivamente tornò a valori di dimensione frattale leggermente più bassi.

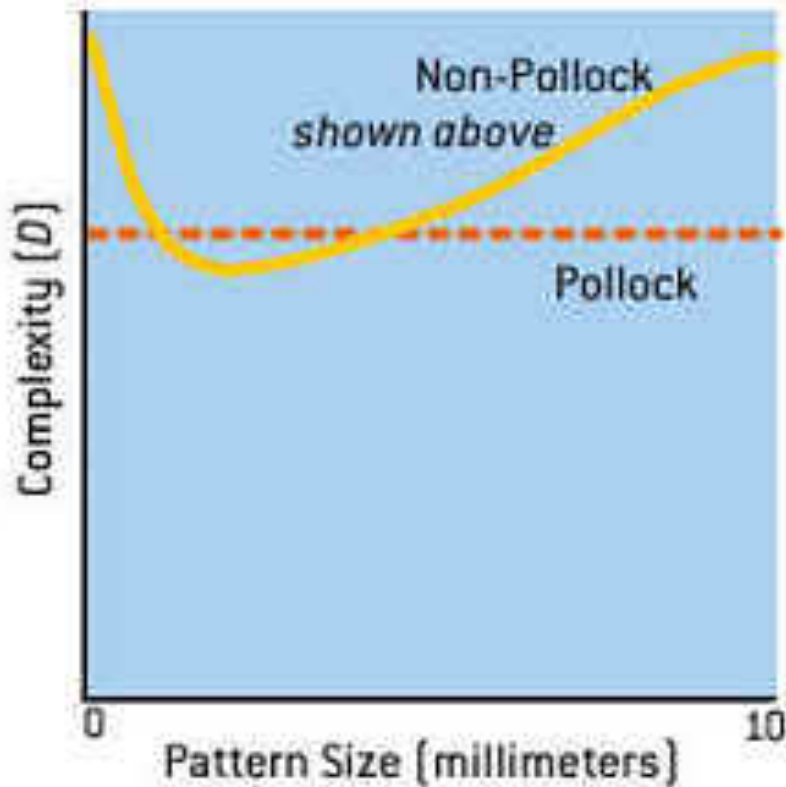


*Blue Poles Number 11, il capolavoro di
Pollock del 1952, smalto e vernice ad
alluminio su tela, 210 x 486,8 cm*



Qual era il metodo di lavoro di Pollock? Egli partiva dipingendo piccole isole localizzate sulla tela e in seguito tracciava traiettorie più lunghe ed estese, che univano le isole e le sommergevano in una densa rete frattale di pigmento. Questo primo stadio del dipinto formava uno strato di riferimento che guidava l'artista nelle fasi pittoriche successive. Egli, poi, in uno spazio di tempo variabile, da due giorni a sei mesi, stendeva ulteriori strati di differenti colori sopra quello di riferimento, raffinando la complessità dello schema frattale originario. Infine, rimuoveva le zone più esterne della tela, dove le qualità frattali si deterioravano.

I frattali sono conseguenza inevitabile della pittura con sgocciolature? Certamente no. Applicando la tecnica di analisi computerizzata ad un falso Pollock ed esaminando la complessità a vari ingrandimenti, si è trovato che gli schemi a scale diverse non erano descritti dalla stessa statistica; in altre parole non sono frattali. Come conseguenza, lo schema a ingrandimento maggiore appare molto diverso da quello ottenuto a basso ingrandimento.



Un dipinto di Pollock mostra le stesse caratteristiche generali quando è visto a differenti ingrandimenti. Poiché le qualità statistiche dei frattali si ripetono a diversi ingrandimenti, D non cambia al variare dell'ingrandimento e rimane costante per il dipinto di Pollock (*linea orizzontale*).

Per il falso Pollock D cambia al variare dell'ingrandimento (*curva nel grafico*), confermando che il dipinto non è frattale.

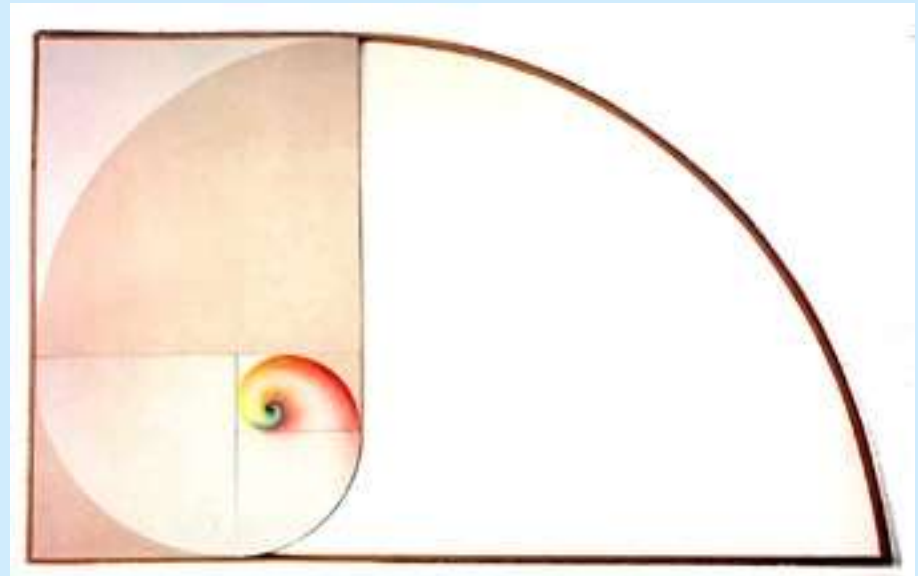
ARTISTI VARI CONTEMPORANEI



"Evolution" – 1985



"1.618" – 1983

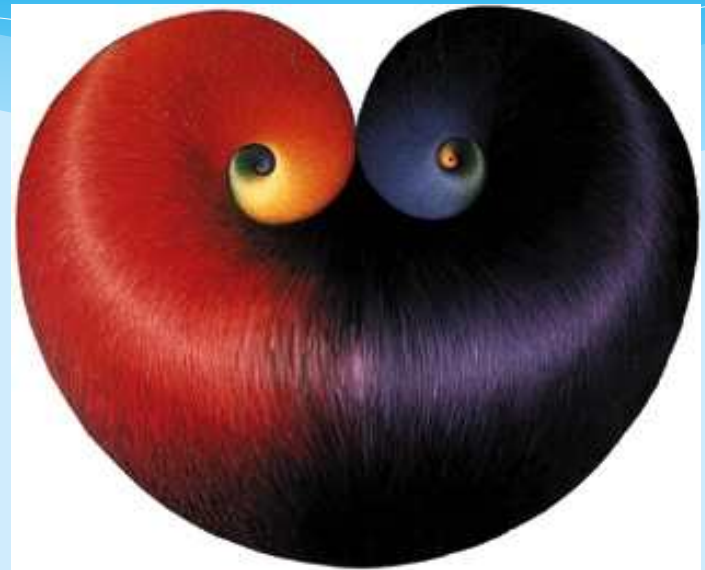


"The Emperor's New Mind" – 1990

"Hermes" - 1985



"Reincarnação" - 1984



"History" - 1984

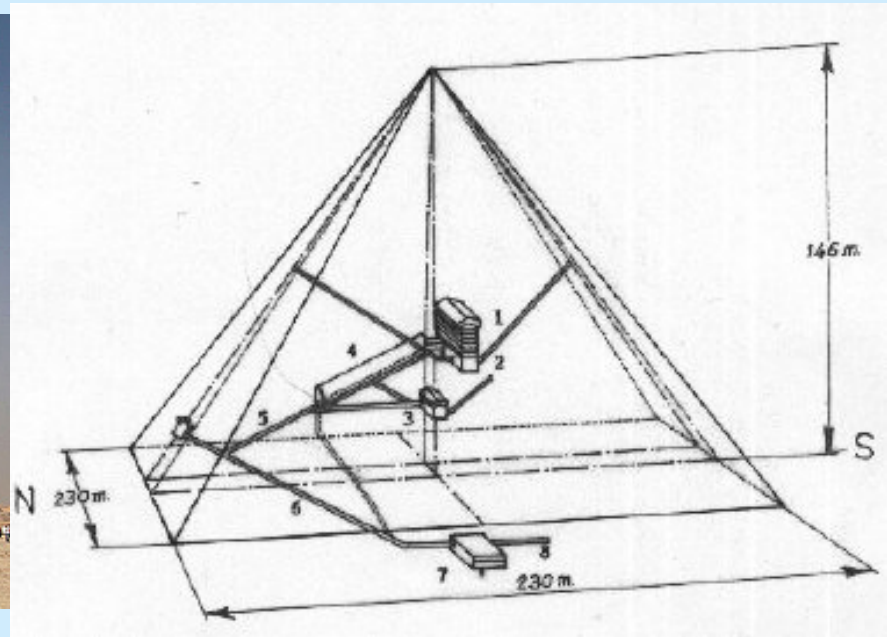


"First Impression" - 1993



La sezione aurea nell'architettura

Piramide di Cheope (2560 a.C. circa)

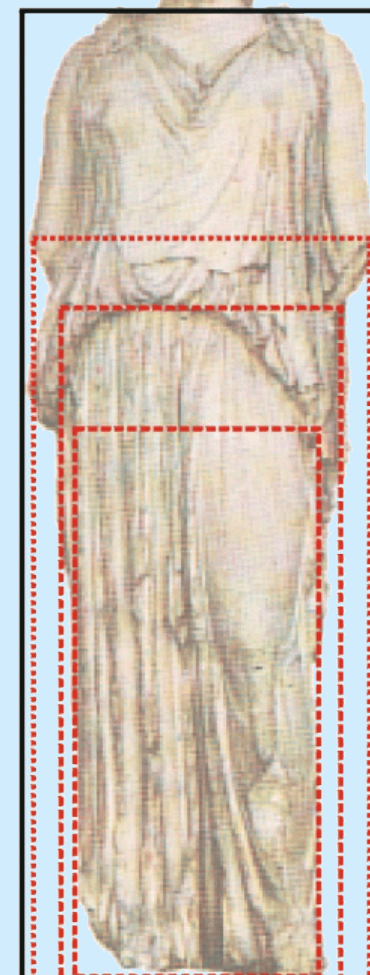
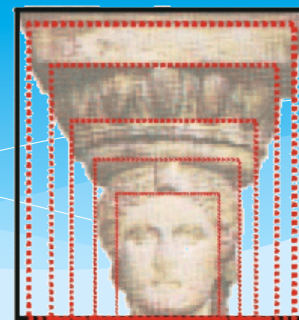
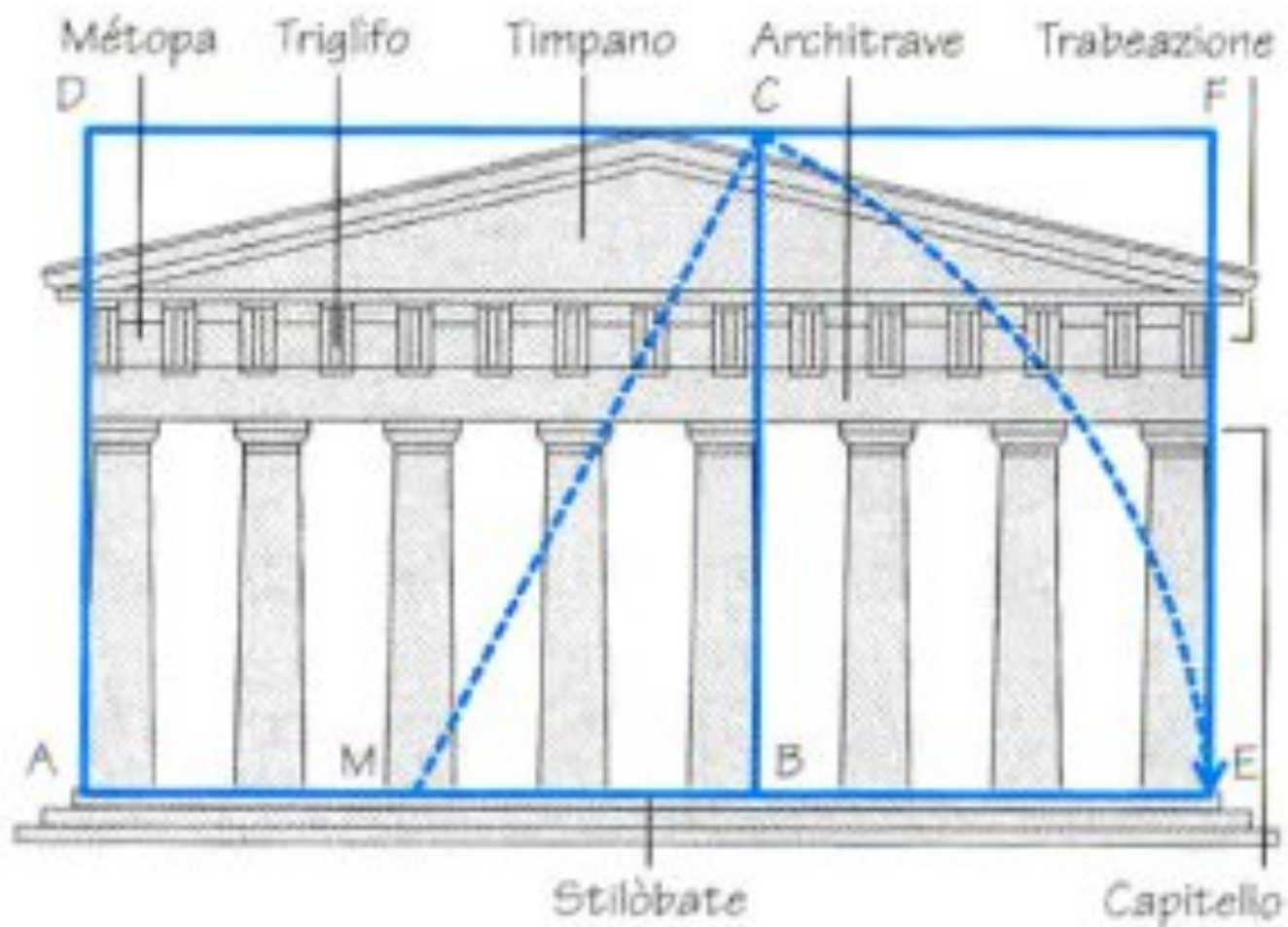


Considerando che l'altezza della facciata triangolare è di 146,804m e il semilato della piramide è 230,560m, e tenendo conto che l'unità di misura utilizzata è pari a $u=2,089$ m (4 volte il braccio egiziano), se ne deduce che il lato di base misurava $110u$ e l'altezza $70u$. Se si considera metà della piramide i due cateti sono $70u$ e $55u$: l'ipotenusa vale, allora, $89u$.

Nella serie di Fibonacci, i numeri 55 e 89 sono presenti e sono in rapporto aureo ($89/55=1,618...$). *Gli egiziani, se non a livello teorico, conoscevano e utilizzavano le proporzioni auree in modo empirico.*

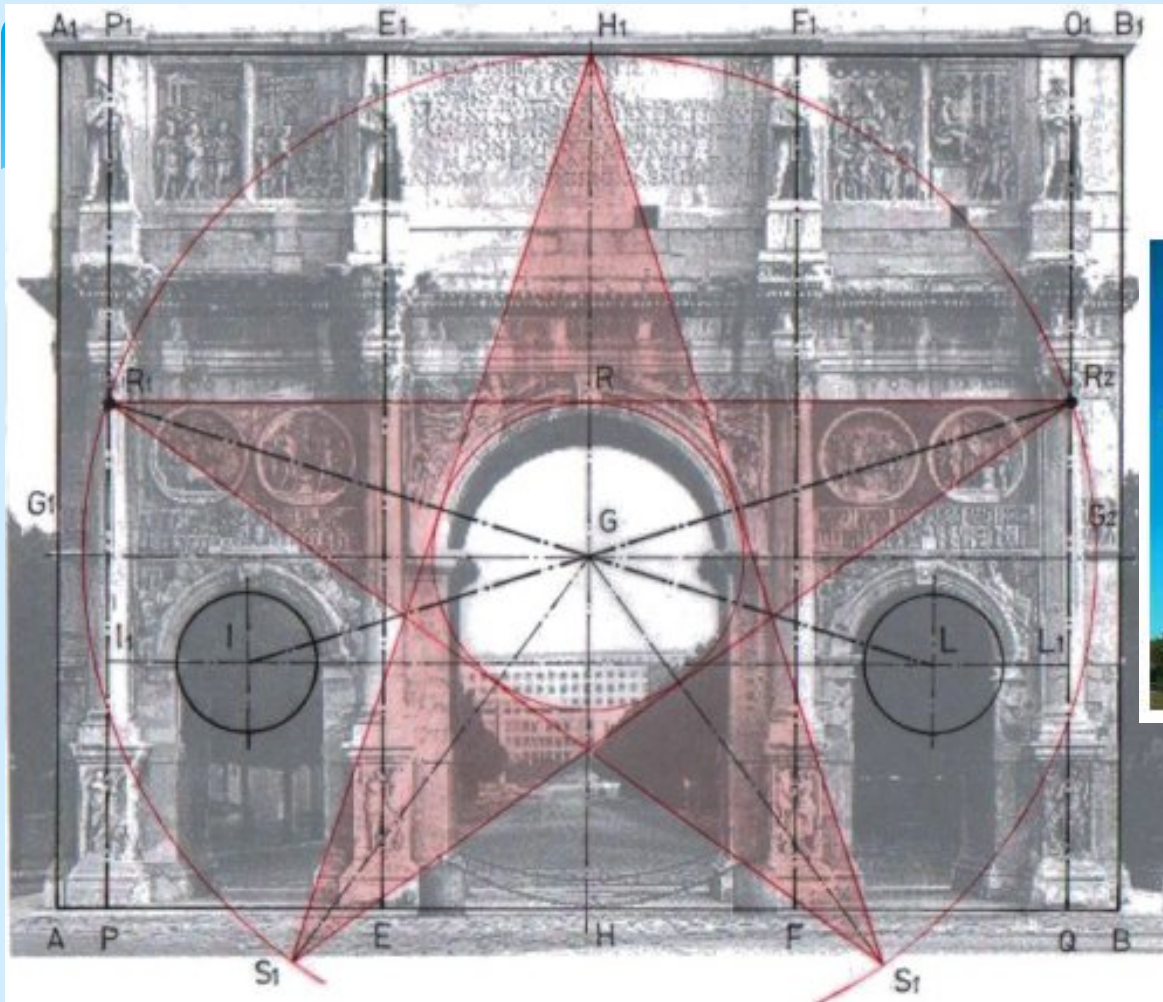
In tutti i canoni classici dell'architettura la sezione aurea costituisce lo strumento principe con cui vengono scanditi e proporzionati le basi, le colonne, i capitelli e le trabeazioni.

Nonostante l'ingannevole semplicità dell'aspetto complessivo, il Partenone resta una delle più splendide espressioni degli ideali architettonici di chiarezza ed unità. Si sostiene che la sua larghezza e altezza, quando i frontoni erano intatti, corrispondevano esattamente a quelle di un rettangolo aureo. Così come alcune sculture che lo ornavano, come le Korai dell'Eretteo.



Ovviamente altri studiosi sostengono il contrario, nel senso che le dimensioni del Partenone erano molto lontane dal valore di ϕ .

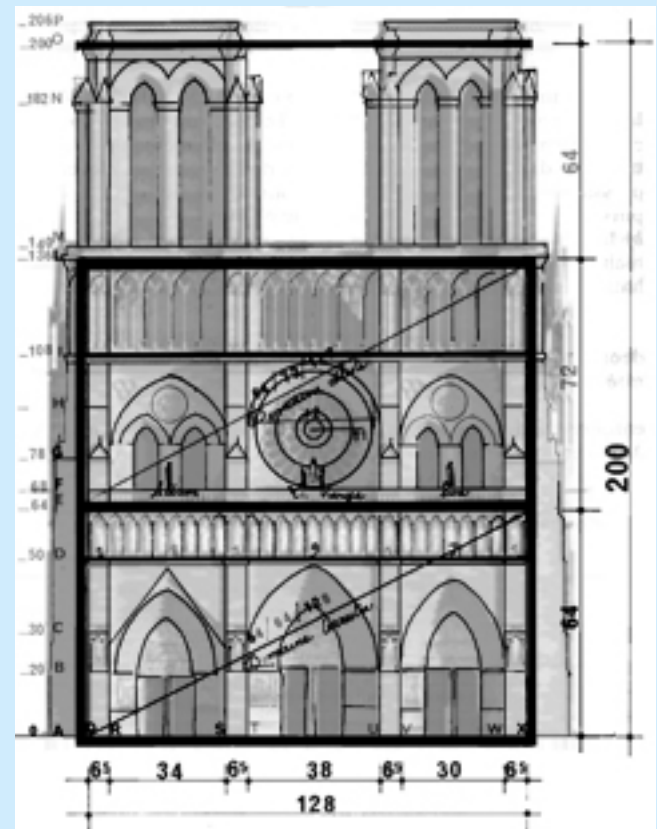
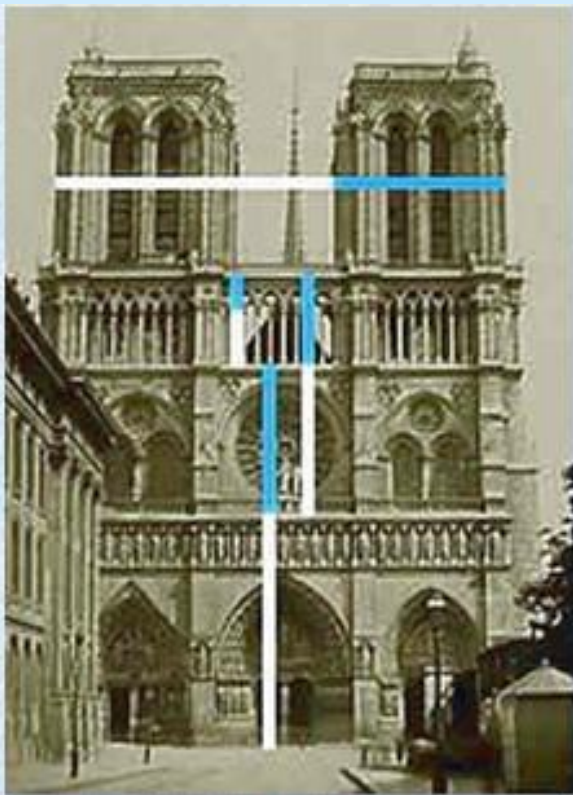
In conclusione il rapporto aureo è stato usato o no per progettare il Partenone? Anche se la maggior parte dei teoremi riguardanti il rapporto aureo sembrano essere stati formulati in anni successivi alla sua costruzione, i pitagorici già da un certo tempo possedevano notevoli conoscenze al riguardo. Perciò, gli architetti possono aver deciso di basare il progetto del tempio su principi estetici diffusi in certi ambienti, e legati all'idea del rapporto aureo.



Nell'Arco di Costantino (313 d.C.) è possibile individuare il pentagono stellato. Inoltre, l'altezza dell'arco divide l'altezza totale secondo la sezione aurea. I due archi più piccoli giocano lo stesso ruolo nella distanza tra la base e il listello inferiore.

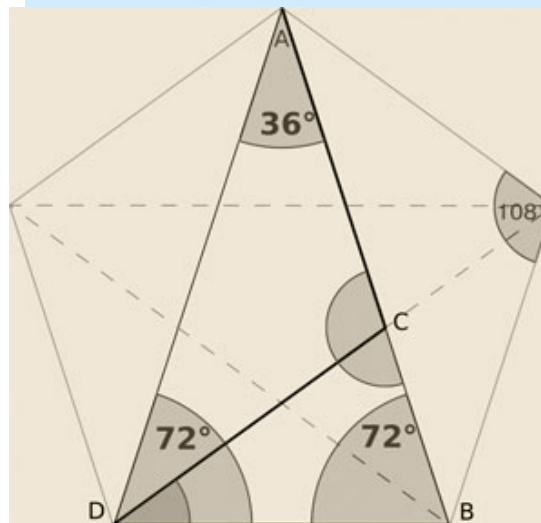
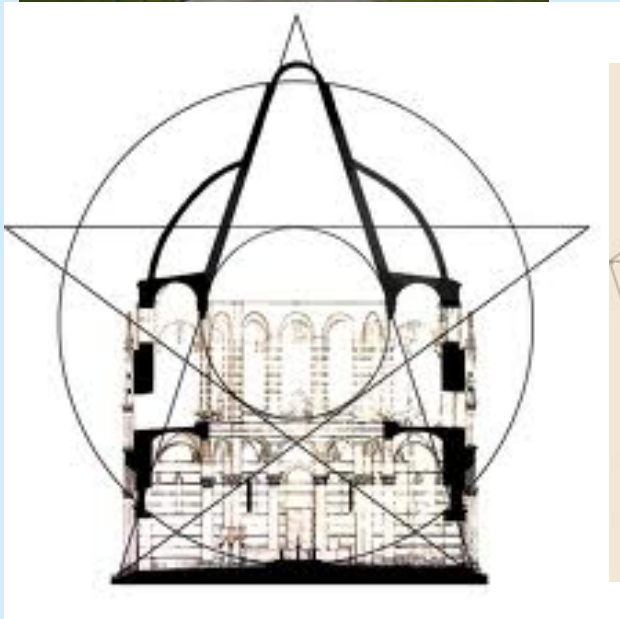
La costruzione delle cattedrali gotiche sono tutte basate sul quadrato, sul cerchio e sul pentagono.

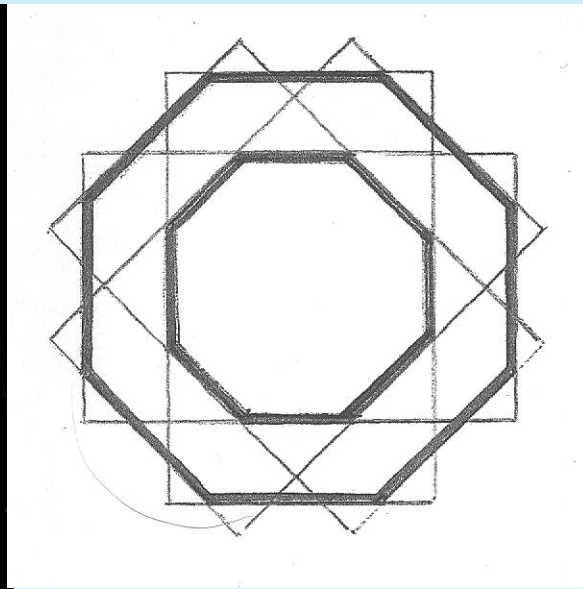
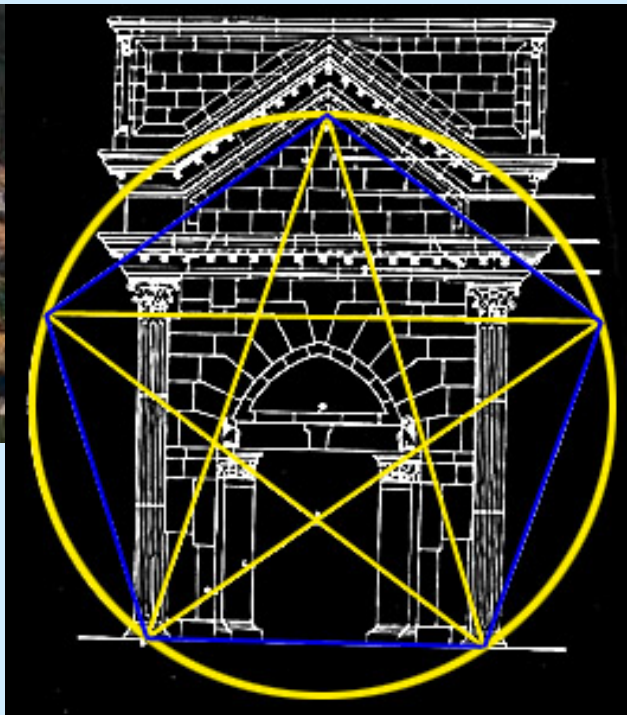
Sulla facciata di **Notre Dame** (inizio lavori 1163) è possibile individuare la posizione di alcuni elementi costitutivi in relazione alle proporzioni della sezione aurea.



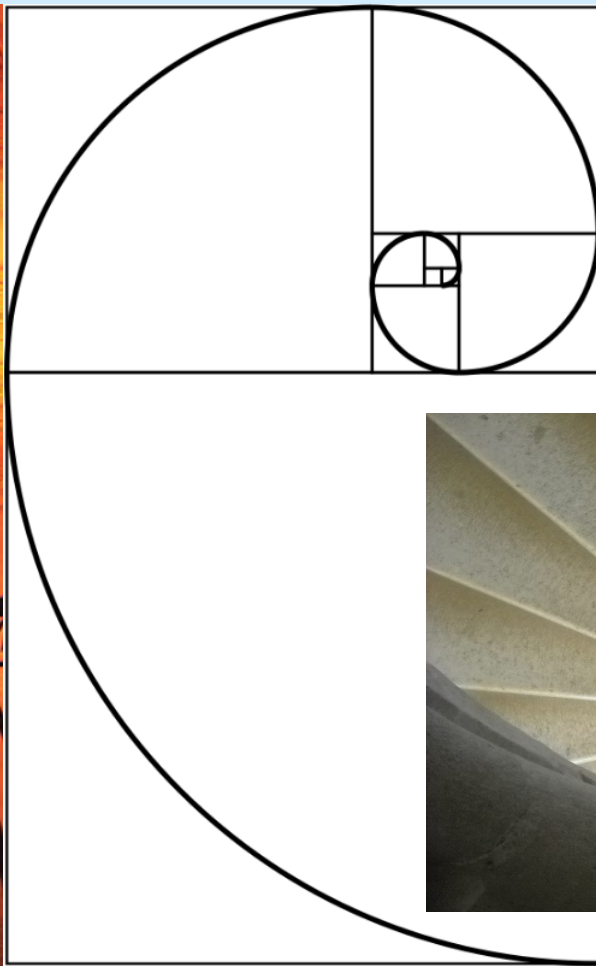


Nella progettazione del **Battistero di Pisa** (inizio lavori 1152) è stata utilizzata la stella ed il pentagono regolare. Si riscontra, infatti, che l'angolo formato dalla cupola dodecagona (poliedro platonico) interna è di 72° e quello della punta in alto di 36° .

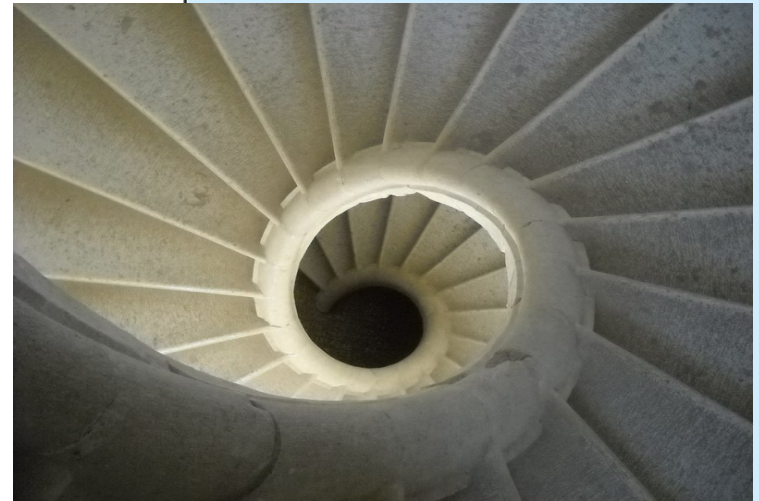




Il portale di **Castel del Monte (1240)** in Puglia, si basa sul pentagono stellato e sulla sua scomposizione secondo la sezione aurea, le sue potenze e le sue radici.
La pianta è invece composta dall'intersezione di rettangoli aurei.



Abbazia
benedettina di Melk
scala a chiocciola
(1089)



Certosa di Padula
scala a chiocciola
(1306)

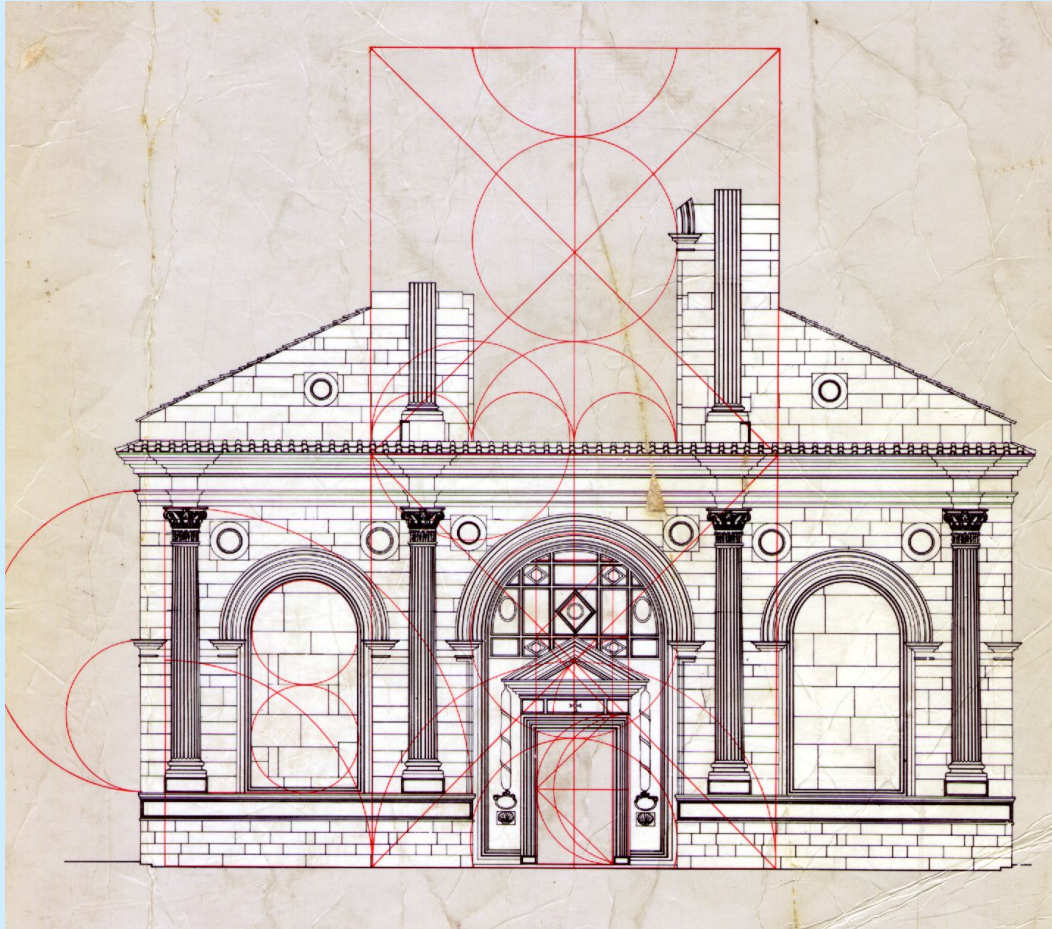
Successione di rettangoli aurei a formare una spirale
aurea o logaritmica

Museo Guggenheim New York (1943)

Esempio di spirale
logaritmica capovolta

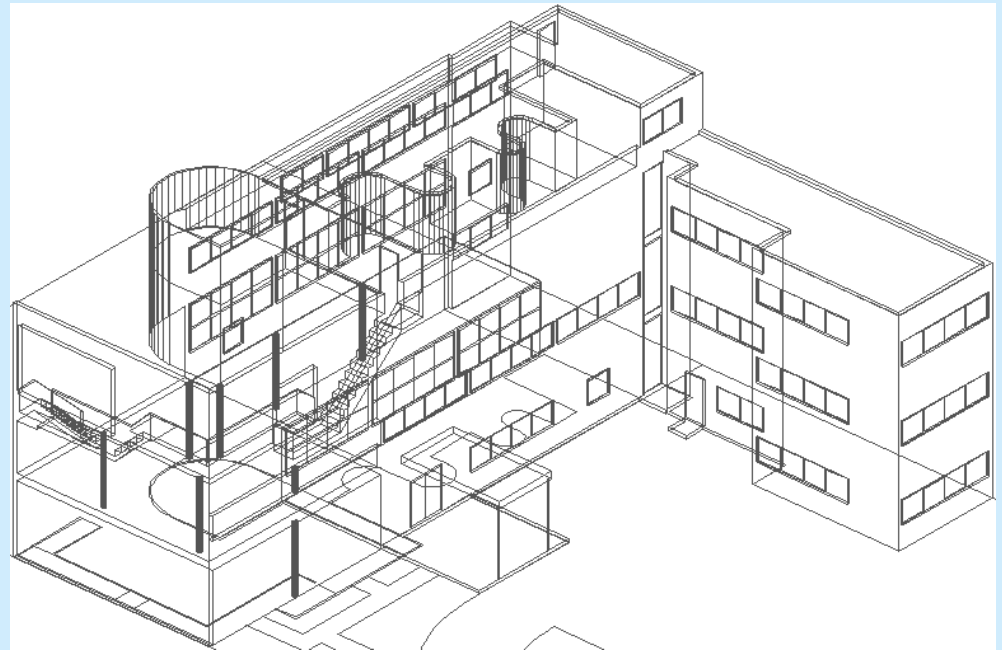


Leon Battista Alberti (1404-1472) nei suoi trattati non cita mai il tipo di proporzione utilizzato, quasi volesse tenere il segreto dei suoi armoniosi equilibri. Indagini effettuate con diagrammi e rigorose riproduzioni hanno messo in evidenza che la sezione aurea è la regola che domina la connessione di tutte le parti di molte sue costruzioni.



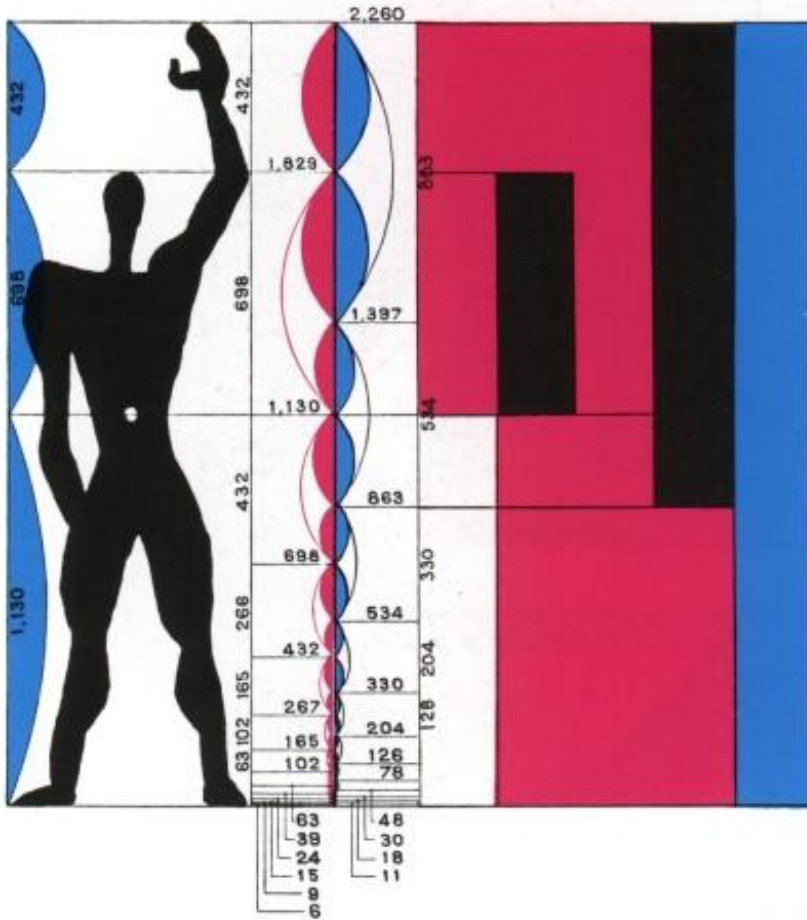
La sezione aurea si è spinta nelle sue applicazioni fino alle costruzioni moderne.

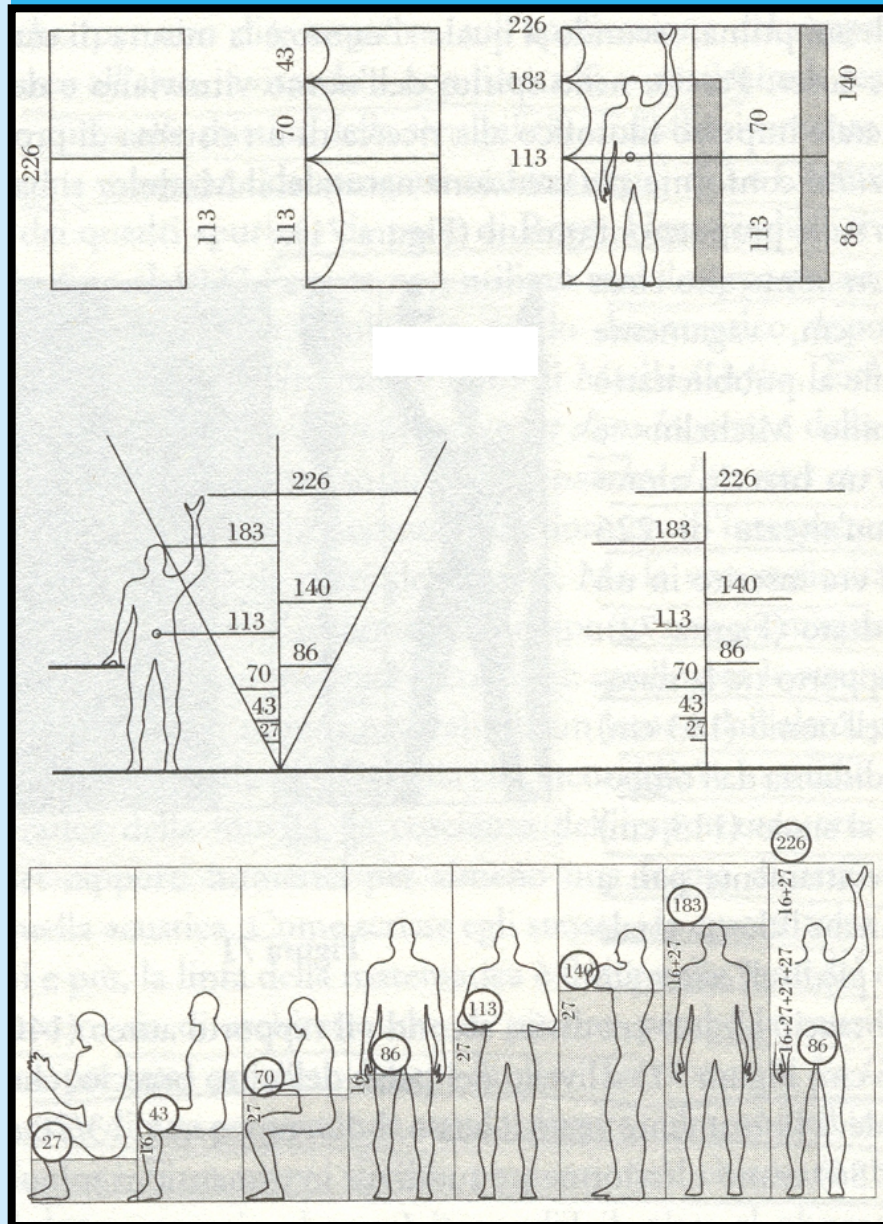
L'architetto e pittore **Le Corbusier (1887-1965)** è stato uno dei più decisi fautori dell'applicazione del rapporto aureo all'arte e all'architettura.



Villa de Monzie/Stain di Garches (Francia) del 1927, dove gli schemi distributivi si basano sulla divisione aurea di un rettangolo.

La ricerca di una proporzione standardizzata culminò nell'introduzione di un nuovo sistema proporzionale chiamato “*Modulor*” (1942), basato sulle proporzioni umane (altezza ideale uomo eretto=1.829 m; uomo eretto col braccio elevato=2.26 m). Il corpo umano come misura di tutto.





Il rapporto tra la statura dell'uomo (183 cm), inserito in un quadrato, e la distanza dall'ombelico al suolo (113 cm) era esattamente pari a ϕ . Anche l'altezza totale (dai piedi all'estremità del braccio alzato) era divisa secondo il rapporto aureo (140 e 86 cm) a livello del polso dell'altro braccio, che pendeva liberamente verso il basso. I due rapporti (113/70 e 140/86) erano ulteriormente suddivisi in dimensioni minori secondo la serie di Fibonacci. Nella versione finale del Modulor furono quindi introdotte due scale dimensionali basate sulla successione di Fibonacci.



Secondo Le Corbusier il Modulor era in grado di conferire dimensioni armoniose a tutto, dagli armadietti alle maniglie delle porte, dalle finestre agli spazi urbani. In un mondo contraddistinto da una crescente richiesta di beni prodotti in serie, il Modulor avrebbe dovuto rappresentare un modello di standardizzazione.

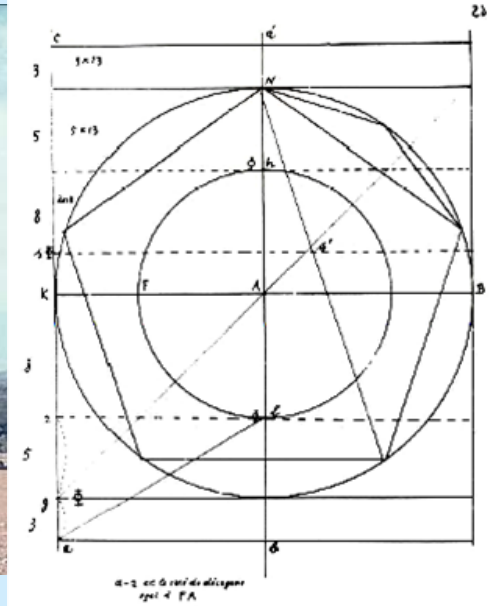


Intorno alla metà del XX secolo, ritroviamo la sezione aurea nel proporzionamento della facciata del *Palazzo dell'ONU* a New York e a Washington nella costruzione del *Pentagono*.

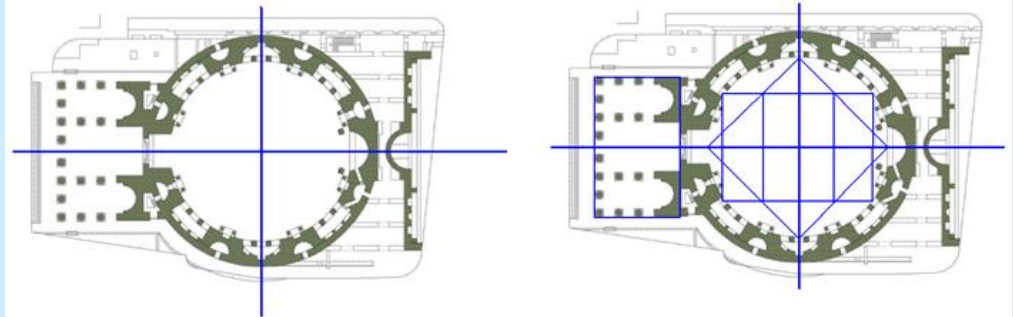




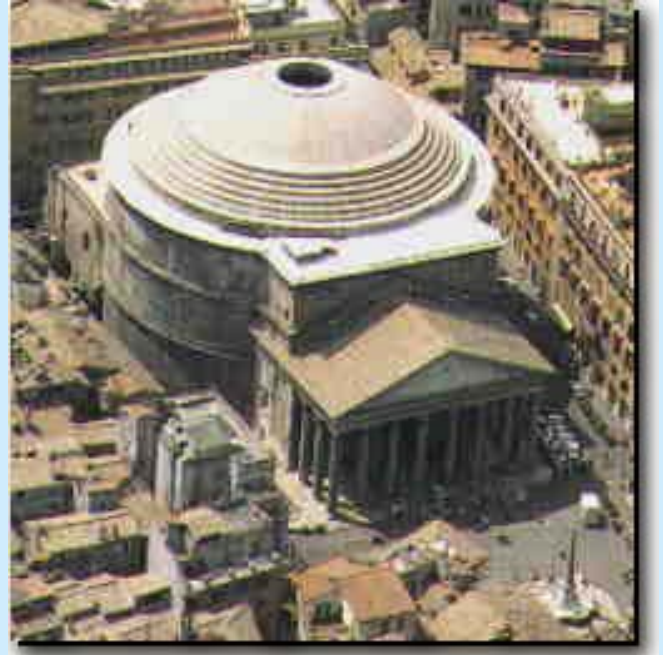
Altri esempi di uso della sezione aurea

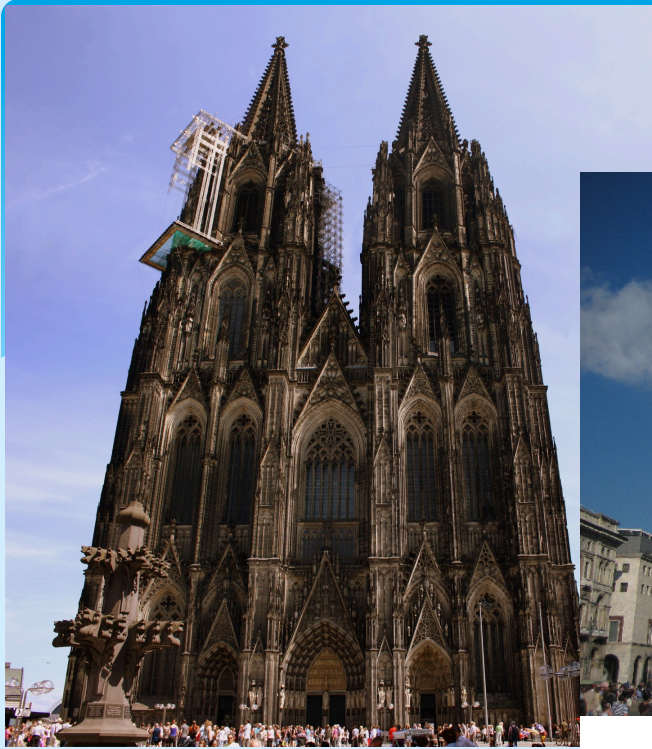


Tempio della
Concordia
(440 a.C.-430 a.C.)



Pantheon
(II secolo, edificio attuale)





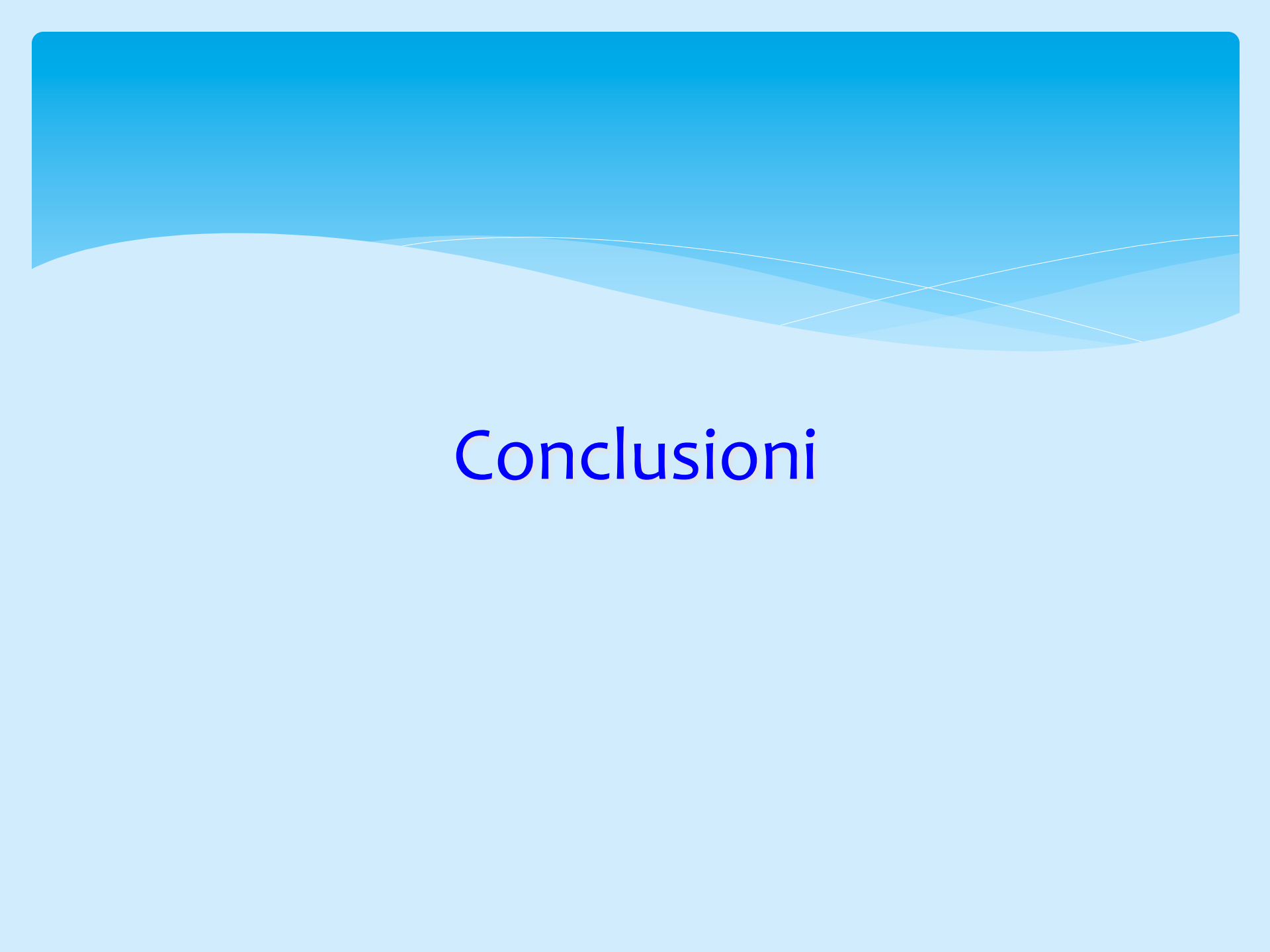
Cattedrale di Colonia
(inizio lavori 1248)



Duomo di Milano
(inizio lavori 1386)

Palazzo Pandolfini
(progetto Raffaello – 1513)





Conclusioni

La fortuna estetica della sezione aurea non va ricercata in una scelta intenzionale di qualcosa che fosse semplicemente piacevole a vedersi, ma il casuale incontro del rituale magico, del rigore razionale e dell'armonica bellezza.

La presenza della sezione aurea nella storia dell'arte non deve indurci, però, a credere in una superiorità estetica della sezione aurea. Occorre invece muoversi con cautela, perché la presunta presenza della sezione aurea può, in molte opere, essere frutto di plurimi fattori, che possono trarre in inganno e indurre a facili considerazioni affrettate.



Se uno vuole trovare a tutti i costi un rettangolo aureo in un'opera d'arte gli basterà variare i punti di riferimento.

Bibliografia

- *Alessandra Simí - La sezione aurea nell'architettura - Fonte Internet*
- *Emanuela Pulvirenti - La sezione aurea: scienza, natura, arte - Fonte Internet*
- *Fisic'Arte - Vincenzo Pappalardo - Libro*
- *Altre fonti internet*



FINE