

Problemi di Fisica

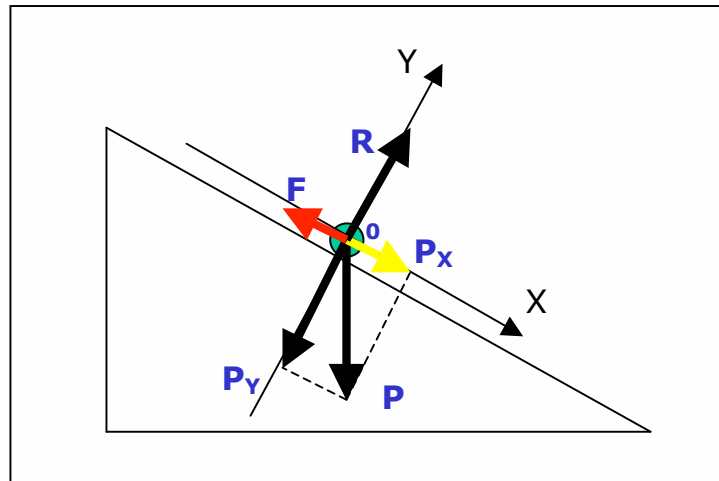
Equilibrio dei solidi

PROBLEMA

Un libro che ha peso 4 N viene mantenuto in equilibrio su un piano inclinato alto 0,4 m e lungo 0,8 m. Trascurando l'attrito, determina la forza necessaria a mantenere in equilibrio il libro.

SOLUZIONE

Disegniamo tutte le forze che agiscono sul libro in equilibrio:



Un punto materiale è in equilibrio se la somma vettoriale di tutte le forze che agiscono su di esso è nulla:

CONDIZIONE DI EQUILIBRIO  $\sum \vec{F} = \vec{0}$

Infatti la componente P_y della forza peso P è controbilanciata dalla reazione vincolare R :

$$\vec{P}_y = -\vec{R}$$

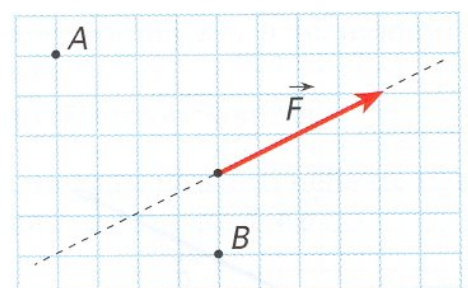
mentre la componente P_x è controbilanciata dalla forza F che dobbiamo applicare per mantenere in equilibrio il libro ed il suo valore è dato da:

$$F = P_x = \frac{h}{L} \cdot P = \frac{0,4}{0,8} \cdot 4 = 2\text{ N}$$

PROBLEMA

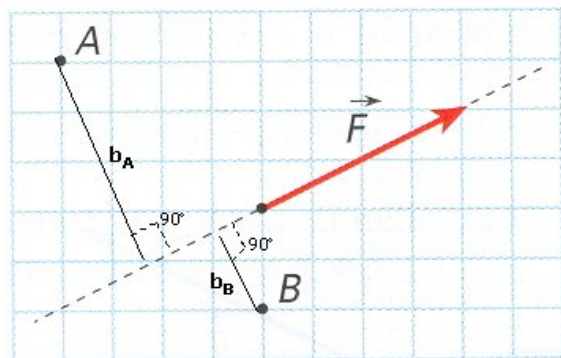
Osserva la seguente figura:

1. Disegna il braccio della forza rispetto al punto A e rispetto al punto B.
2. Il momento della forza è maggiore rispetto ad A o a B?



SOLUZIONE

1. Per braccio b della forza intendiamo la perpendicolare condotta dal punto A o B rispetto alla retta di azione della forza, così come è schematizzato in figura.



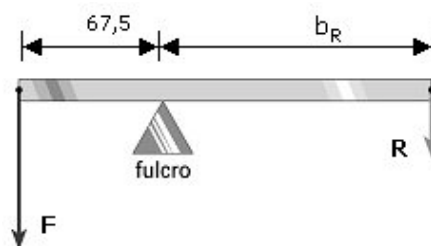
2. Poiché per definizione il momento di una forza è il prodotto della forza per il braccio:

$$M = F \cdot b$$

allora il momento della forza rispetto ad A è maggiore di quello rispetto a B in quanto il braccio b_A è più grande del braccio b_B .

PROBLEMA

Alla leva schematizzata in figura viene applicata una forza F di modulo motrice 50 N e di braccio $b_F = 67,5$ cm. Di quale leva si tratta, se è vantaggiosa o svantaggiosa, e calcolare a quale distanza dal fulcro deve essere posizionata una resistenza R di modulo 150 N, affinché si abbia l'equilibrio.



SOLUZIONE

- Si tratta di una leva di 1° genere in quanto il fulcro si trova tra la forza resistente R e la forza motrice F .
- Si tratta di una leva svantaggiosa in quanto $b_F < b_R$, per cui $F > R$.

Per calcolare il braccio della forza resistente R , ossia a quale distanza bisogna porre R affinché si abbia l'equilibrio, applichiamo la condizione di equilibrio per un corpo rigido:

la somma dei momenti delle forze applicate ad un corpo rigido è uguale a zero

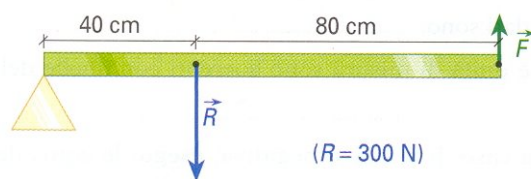
$$\sum \vec{M} = 0 \Rightarrow M_1 - M_2 = 0 \Rightarrow M_1 = M_2$$

Sostituendo ai momenti le loro definizioni otteniamo un'equazione di 1° grado la cui soluzione ci dà il valore del braccio della forza resistente R :

$$F_1 \cdot b_1 = F_2 \cdot b_2 \Rightarrow b_2 = \frac{F_1}{F_2} \cdot b_1 = \frac{50}{150} \cdot 0,675 = 0,225 \text{ m} = 22,5 \text{ cm}$$

PROBLEMA

Individuare di quale leva si tratta, se è svantaggiosa o vantaggiosa e calcolare il valore della forza motrice.

SOLUZIONE

- Si tratta di una leva di 2° genere in quanto la forza resistente R si trova tra il fulcro e la forza motrice F.
- Si tratta di una leva vantaggiosa in quanto $b_F > b_R$, per cui $F < R$.

Per calcolare la forza motrice F applichiamo la condizione di equilibrio per un corpo rigido:

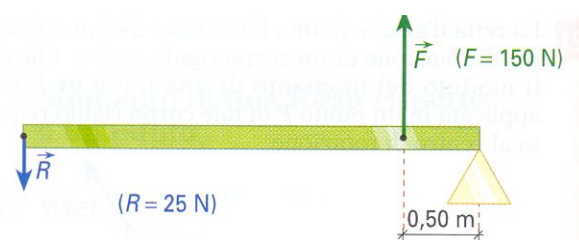
la somma dei momenti delle forze applicate ad un corpo rigido è uguale a zero

$$\sum \vec{M} = 0$$

$$M_F = M_R \Rightarrow F \cdot b_F = R \cdot b_R \Rightarrow F = R \cdot \frac{b_R}{b_F} = 300 \cdot \frac{40}{120} = 100 \text{ N}$$

PROBLEMA

Individuare di quale leva si tratta, se è svantaggiosa o vantaggiosa e calcolare la distanza a cui deve essere applicata la resistenza R affinché si abbia l'equilibrio.

SOLUZIONE

- Si tratta di una leva di 3° genere in quanto la forza motrice F si trova tra il fulcro e la forza resistente R.
- Si tratta di una leva svantaggiosa in quanto $b_R > b_F$, per cui $F > R$.

Per calcolare il braccio della forza resistente R, ossia a quale distanza bisogna porre R affinché si abbia l'equilibrio, applichiamo la condizione di equilibrio per un corpo rigido:

la somma dei momenti delle forze applicate ad un corpo rigido è uguale a zero

$$\sum \vec{M} = 0$$

$$M_F = M_R \Rightarrow F \cdot b_F = R \cdot b_R \Rightarrow b_R = b_F \cdot \frac{F}{R} = 0,50 \cdot \frac{150}{25} = 3 \text{ m}$$

PROBLEMA

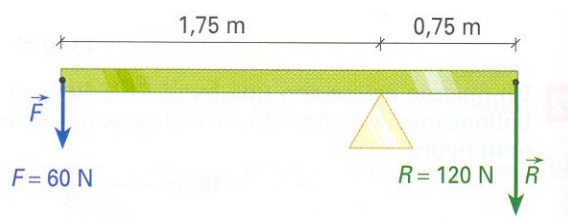
Stabilire, motivando la risposta, se la leva di 1° genere in figura si trova nella condizione di equilibrio

SOLUZIONE

Calcoliamo i momenti delle due forze applicate alla leva:

$$M_F = F \cdot b_F = 60 \cdot 1,75 = 105 \text{ N} \cdot \text{m} \quad M_R = R \cdot b_R = 120 \cdot 0,75 = 90 \text{ N} \cdot \text{m}$$

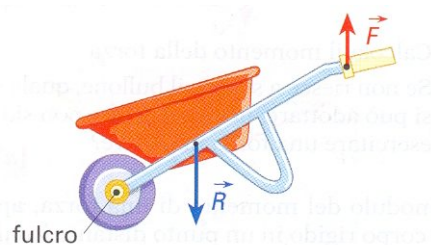
Poiché i due momenti non sono uguali, la leva non si trova nella condizione di equilibrio.



PROBLEMA

In una carriola un operaio ha caricato 30 kg di piastrelle.

1. Di quale leva si tratta;
2. E' vantaggiosa, svantaggiosa o indifferente;
3. Se il braccio della resistenza R è di 40 cm e quello della forza motrice F di 120 cm, determina quale forza deve esercitare l'operaio per equilibrare il peso delle piastrelle.



SOLUZIONE

1. Si tratta di una leva di 2° genere in quanto la forza resistente R si trova tra il fulcro e la forza motrice F.
2. Si tratta di una leva vantaggiosa in quanto $b_F > b_R$, per cui $F < R$.
3. Per calcolare la forza F che l'operaio deve esercitare per equilibrare il peso delle piastrelle, dobbiamo applicare la condizione di equilibrio per un corpo rigido:

$$\sum \vec{M} = 0$$

$$M_F = M_R \Rightarrow F \cdot b_F = R \cdot b_R \Rightarrow F = R \cdot \frac{b_R}{b_F} = 294,3 \cdot \frac{40}{120} = 98,1 \text{ N}$$

PROBLEMA

Una leva di terzo genere lunga 80 cm è collegata all'estremo libero (cioè quello senza fulcro) con una molla, che tira l'estremo verso il basso, con una costante elastica di 175 N/m. A una distanza di 50 cm dal fulcro agisce una forza motrice diretta verso l'alto pari a 70 N.

- Di quanto si allunga all'equilibrio la molla?

SOLUZIONE

La condizione di equilibrio di una leva è basata sull'uguaglianza dei momenti rispetto al punto fisso detto fulcro:

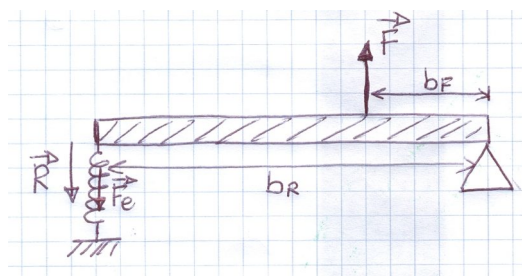
$$M_R = M_F \Rightarrow R \cdot b_R = F \cdot b_F \quad (1)$$

Nel nostro caso, la resistenza R non è altro che la forza elastica $F_{el} = k \cdot \Delta L$ della molla, per cui la (1) diventa:

$$k \cdot \Delta L \cdot b_R = F \cdot b_F$$

da cui è possibile ricavare ΔL , ossia l'allungamento della molla all'equilibrio:

$$\Delta L = \frac{F \cdot b_F}{k \cdot b_R} = \frac{70 \cdot 0,50}{175 \cdot 0,80} = 0,25 \text{ m} = 25 \text{ cm}$$



PROBLEMA

Una leva di primo genere lunga 3,20 m ha il fulcro nel punto medio. Da una stessa parte rispetto ad esso sono applicate le forze di 20 N, 70 N, 100 N, a distanza, rispettivamente, di 30 cm, 60 cm, 120 cm dal fulcro.

- Quale forza occorre applicare alla distanza di 1,40 m dal fulcro, ma dalla parte opposta rispetto alle precedenti, per equilibrare la leva?

SOLUZIONE

La condizione di equilibrio di una leva è basata sull'uguaglianza dei momenti rispetto al punto fisso detto fulcro:

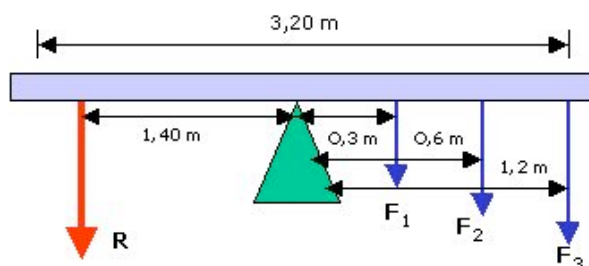
$$M_R = M_{F_1} + M_{F_2} + M_{F_3}$$

Sostituendo ai momenti le loro definizioni, otteniamo la seguente equazione:

$$R \cdot b_R = F_1 \cdot b_{F_1} + F_2 \cdot b_{F_2} + F_3 \cdot b_{F_3}$$

da cui è possibile ricavare l'incognita R , ossia il modulo della forza R da applicare dalla parte opposta rispetto alle forze F_1 , F_2 e F_3 , affinché la leva sia in equilibrio:

$$R = \frac{F_1 \cdot b_{F_1} + F_2 \cdot b_{F_2} + F_3 \cdot b_{F_3}}{b_R} = \frac{20 \cdot 0,3 + 70 \cdot 0,6 + 1,2 \cdot 100}{1,4} = 120 \text{ N}$$



PROBLEMA

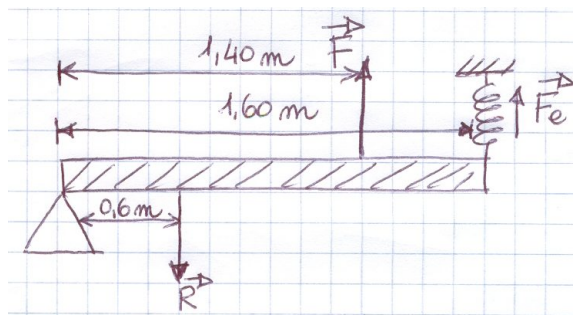
Una leva di secondo genere lunga 1,60 m è collegata all'estremo libero (cioè quello senza fulcro) con una molla che solleva l'estremo verso l'alto allungandosi rispetto alla posizione di equilibrio di 25 cm. A distanza di 60 cm dal fulcro agisce una resistenza di 420 N diretta verso il basso e a distanza di 1,40 m dal fulcro agisce una forza motrice di 80 N diretta verso l'alto.

- Determinare la costante elastica della molla.

SOLUZIONE

La condizione di equilibrio di una leva, che è basata sull'uguaglianza dei momenti rispetto al fulcro, può essere generalizzata. In particolare il momento della resistenza uguaglia la somma dei momenti della forza motrice e della forza che allunga la molla, cioè la forza elastica:

$$M_R = M_F + M_{F_e} \quad (1)$$



Sostituendo nella (1) le definizioni dei momenti, si ottiene la seguente equazione:

$$R \cdot b_R = F \cdot b_F + F_e \cdot b_{F_e}$$

da cui è possibile ricavare la forza elastica F_e :

$$F_e = \frac{R \cdot b_R - F \cdot b_F}{b_{F_e}} = \frac{420 \cdot 0,6 - 80 \cdot 1,4}{1,6} = 87,5 \text{ N}$$

Sapendo che la forza elastica è regolata dalla legge di Hooke, possiamo ricavare la costante elastica della molla:

$$F_e = k \cdot \Delta L \Rightarrow k = \frac{F_e}{\Delta L} = \frac{87,5}{0,25} = 350 \text{ N/m}$$