

EQUILIBRIO SU UN PIANO INCLINATO

INTRODUZIONE

Il piano inclinato, come il cuneo e la vite, è una macchina semplice, ovvero un dispositivo mediante il quale è possibile equilibrare delle forze con altre forze aventi caratteri diversi. Normalmente è costituito da una rotaia o comunque da una superficie rigida piana, inclinata rispetto all'orizzonte di un certo angolo α , sulla quale viene appoggiato un corpo mobile sia per farlo salire ad un'altezza diversa da quella di partenza sia per tenerlo fermo in una determinata posizione.

Il piano inclinato può essere schematizzato (fig.1) in un triangolo rettangolo in cui l'ipotenusa $AC = l$ rappresenta la superficie di scorrimento, il cateto $AB = b$ la base del piano e il cateto $BC = h$ l'altezza; il rapporto h/b è detto pendenza del piano.

Se al corpo M non sono applicate forze esterne, e se si è in assenza di attrito, esso non può restare in equilibrio sul piano inclinato, giacchè la sua forza-peso F_R (forza resistente o resistenza) applicata nel baricentro O , non avendo direzione normale alla superficie di appoggio, non può essere equilibrata dalla reazione vincolare del piano: in queste condizioni il corpo si muove verso il basso per effetto della componente F_P della resistenza F_R , parallela al piano.

Per far sì che il corpo M resti in equilibrio occorre applicargli una forza esterna F_m , detta forza motrice o potenza, tale che, sommata vettorialmente alla forza-peso F_R , dia una risultante F_n normale al piano inclinato e passante attraverso la superficie di appoggio del corpo stesso. Il problema, come è ovvio, ammette infinite soluzioni, tuttavia due risultano di particolare interesse, in quanto maggiormente usate nella tecnica:

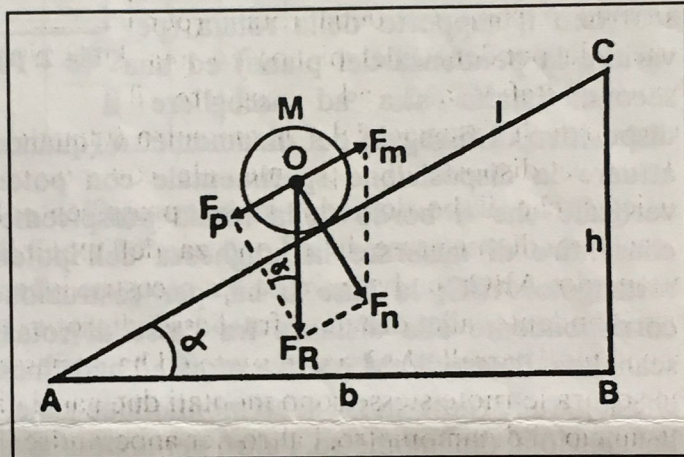


Fig. 1 : piano inclinato con potenza parallela al piano.

1. Equilibrio con potenza parallela al piano inclinato.
2. Equilibrio con potenza parallela alla base del piano inclinato.

L'apparecchio (fig.2), qui proposto per studiare le predette situazioni, è costituito da una rotaia imperniata ad una estremità ed inclinabile fino a poco oltre 45°, munita di goniometro con indice mobile per misurare l'angolo α formato dalla rotaia con il piano orizzontale; all'estremità opposta è montato il dispositivo di fissaggio del dinamometro con il quale viene misurata la potenza. Alla base di appoggio del piano è fissata un'asta verticale scanalata, nel cui interno scorrono il supporto della rotaia (per variare la pendenza del piano) ed una

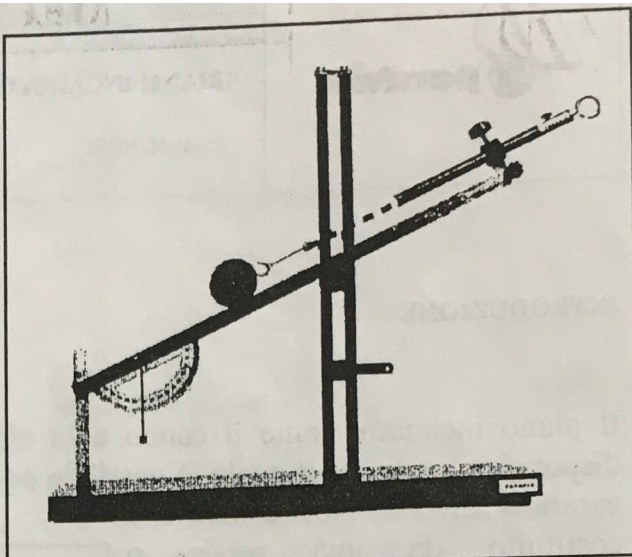


Fig. 2: piano inclinato per potenza parallela al piano.

seconda staffa atta ad accogliere il dispositivo di fissaggio del dinamometro (quando esso sia smontato dalla rotaia per attuare la disposizione sperimentale con potenza parallela alla base). Sia l'asta verticale che il bordo della rotaia prospiciente la stessa, sono centimtrate, per consentire di misurare la lunghezza dell'ipotenusa e dell'altezza h del triangolo rettangolo ABC; la base b ha, per costruzione, la lunghezza fissa di mm 200 corrispondente alla distanza fra l'asse di rotazione della rotaia e l'asta verticale scanalata. Il carrello M è a due ruote ed ha la massa di g 100; al centro del distanziale che separa le ruote stesse sono montati due ganci disposti a 90° fra loro: uno serve per l'aggancio al dinamometro, l'altro per appesantire il carrello con il piattello porta-pesi (g 50), munito o del peso a disco da g 50, oppure per misurare, mediante un secondo dinamometro, la componente F_n normale al piano.

Procedimento sperimentale

1. Equilibrio con potenza parallela alla lunghezza del piano inclinato.

Questa situazione, schematizzata in fig. 1, si realizza sperimentalmente montando il dinamometro da 1 N (50047) nel dispositivo di bloccaggio sistemato all'estremità libera della rotaia, la quale verrà inclinata e fissata nella posizione voluta mediante l'apposito arresto. Il carrello M va agganciato all'astina del dinamometro, la cui posizione dovrà essere regolata in modo che il carrello stesso sia all'incirca a metà di l e che la scala di lettura sia perfettamente visibile (questa regolazione deve essere variata a seconda dell'angolo α , poichè la lunghezza complessiva del dinamometro aumenta con l'inclinazione del piano).

Se si osserva la figura 1, con semplici considerazioni geometriche, si ricava:

$$F_p : F_R = h : l$$

$$\text{da cui } F_p = F_R \cdot \frac{h}{l}$$

$$\text{ovvero } F_p = F_R \cdot \sin \alpha$$

Affinchè il carrello M resti in equilibrio sul piano inclinato occorre applicargli una forza antagonista F_m , agente lungo la stessa retta di azione F_p , ma in verso opposto. La tabella sottoriportata esemplifica le due situazioni tipiche corrispondenti agli angoli di inclinazione 30° e 45° , quando venga usato il solo carrello M con massa g 100.

Resistenza (F_R) in gp ed N	Angolo In gradi	$\frac{h}{l}$	$\sin \alpha$	Forza motrice (F_m) in gp e N
100 gp 1 N	30°	0,5	$\frac{1}{2}$	$ F_m = 100 \cdot 0,5 = 50 \text{ gp}$ $ F_m = 1 \cdot 0,5 = 0,5 \text{ N}$
100 gp 1 N	45°	0,707	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$ F_m = 100 \cdot 0,807 = 70,7 \text{ gp}$ $ F_m = 1 \cdot 0,707 = 0,71 \text{ N}$

Le prove, data la particolare costruzione dell'apparecchio, possono essere ripetute per angoli qualsiasi ed anche, per angoli fino a 30° con due F_R diverse (carrello M + piattello porta-pesi e carrello M + piattello con peso a disco) oppure, per angoli fino a 43° con una seconda F_R (carrello M + piattello porta-pesi); volendo operare in maniera completa oltre i 30° occorre disporre di un dinamometro con portata superiore (ad esempio il n. 50048 da 5 N), il quale tuttavia non può avere buona sensibilità per piccole pendenze e per piccole F_R .

Quanto al vantaggio statico n del piano inclinato nel montaggio con potenza parallela alla lunghezza l del piano stesso, si può osservare che, essendo sempre

$$\frac{h}{l} < 1$$

per ragioni geometriche, sarà $F_m = F_p < F_R$ e quindi sempre $n > 1$; in altri termini, il piano inclinato di questo tipo è una macchina sempre vantaggiosa.

Si può infine osservare che, se $F_m < F_p$, il carrello scende più o meno lentamente lungo il piano inclinato, mentre sale se $F_m > F_p$: in entrambi i casi, tuttavia, la forza motrice compie un lavoro.

2. Equilibrio con potenza parallela alla base del piano inclinato.

La figura 3 schematizza la disposizione sperimentale degli elementi usati per analizzare la situazione considerata. Il dispositivo di fissaggio del dinamometro viene smontato dalla rotaia, svitando l'apposito pomello, e montato sulla staffa scorrevole lungo l'asta verticale scanalata. Il carrello va agganciato all'astina del dinamometro e la posizione della staffa va fissata in modo che il carrello stesso risulti all'incirca a metà della rotaia, quindi la posizione del dinamometro nel dispositivo di bloccaggio va regolata fino ad avere l'astina perfettamente scorrevole e la scala leggibile.

Osservando la fig. 3 con semplici considerazioni geometriche si può dedurre che:

$$F_q : F_R = h : b$$

da cui $F_q = F_R \cdot \frac{h}{b}$

ovvero $F_q = F_R \cdot \tan \alpha$

Perchè il carrello M resti in equilibrio sul piano inclinato, occorre una forza antagonista F_m , agente lungo la stessa retta d'azione di F_q , ma in verso opposto, e con identico modulo.

Quanto al vantaggio statico n del piano inclinato in un montaggio con potenza parallela alla base, si può immediatamente rilevare che, essendo

$$n = \frac{F_R}{F_m} = \frac{b}{h},$$

il piano inclinato sarà vantaggioso quando $b > h$, indifferente quando $b = h$ e svantaggioso quando $b < h$. La tabella sotto riportata esemplifica le due situazioni tipiche corrispondenti agli angoli di inclinazione 30° e 45° , quando venga usato il solo carrello M:

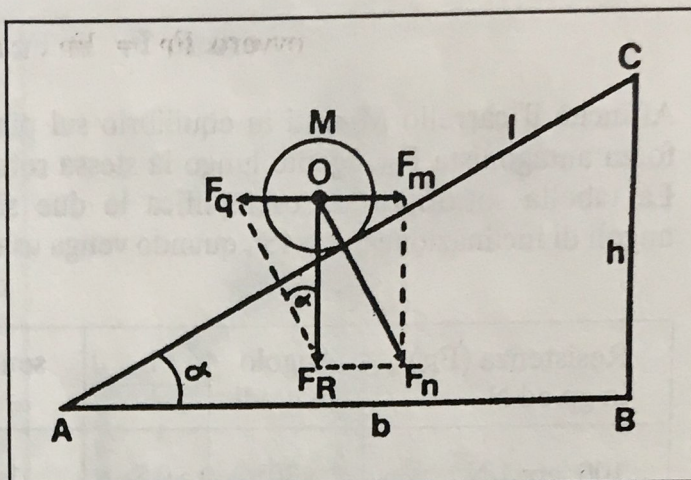


Fig. 3 : rappresentazione schematica del piano inclinato con potenza parallela alla base.

Resistenza (F_R)	Angolo in gradi	Pendenza $\frac{h}{b}$	Tang α	Forza motrice (F_m) in gp ed N
100 gp 1 N	30°	0,577	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$ F_m = 100 \cdot 0,577 = 57,7 \text{ gp}$ $ F_m = 1 \cdot 0,577 = 0,6 \text{ N}$
100 gp 1 N	45°	1	1	$ F_m = 100 \cdot 1 = 100 \text{ gp}$ $ F_m = 1 \cdot 1 = 1 \text{ N}$

Come chiaramente dimostrato dalla tabella, per angoli superiori a 35° non è possibile caricare il carrello con pesi a disco, se non sostituendo il dinamometro da 1 N con altro di portata maggiore.