

Problemi di Fisica

La dinamica

PROBLEMA

Un corpo di massa $m=240$ kg viene spostato con una forza costante $F=130$ N su una superficie priva di attrito per un tratto $s=2,3$ m. Supponendo che il corpo inizialmente è in condizione di riposo, calcolare la velocità finale ed il tempo che impiega per percorrere il tratto s .

SOLUZIONE

Diagramma delle forze



Dalla seconda legge della dinamica ricaviamo l'accelerazione:

$$F = m \cdot a \Rightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{130}{240} = 0,54 \text{ m/s}^2$$

Poiché si tratta di un moto uniformemente accelerato, applichiamo le relative leggi:

$$\begin{cases} s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \\ v_f = v_0 + a t \end{cases} \quad \text{poiché } v_0 = 0 \text{ e } s_0 = 0 \text{ le relazioni diventano: } \begin{cases} s = \frac{1}{2} a t^2 \\ v_f = a t \end{cases}$$

Si tratta di un sistema di due equazioni in due incognite, t e v_f , le cui soluzioni sono:

$$\begin{cases} t = \sqrt{\frac{2s}{a}} = 2,9 \text{ s} \\ v = a \cdot \sqrt{\frac{2s}{a}} = 1,58 \text{ m/s} \end{cases}$$

PROBLEMA

Un corpo di massa $M=2$ kg si muove con velocità $V=3$ m/s. Una forza diretta in senso opposto al moto arresta il corpo dopo un tempo $t=1$ s. Calcolare:

- ❑ L'intensità della forza applicata
- ❑ Lo spazio percorso dall'istante in cui viene applicata la forza

SOLUZIONE

- ❑ Applichiamo il 2° principio della dinamica per calcolare la forza che arresta il corpo:

$$F = M \cdot a = 2 \cdot 3 = -6\text{N}$$

$$\text{dove } a = \frac{V_F - V_I}{t} = \frac{-3}{1} = -3\text{m/s}^2$$

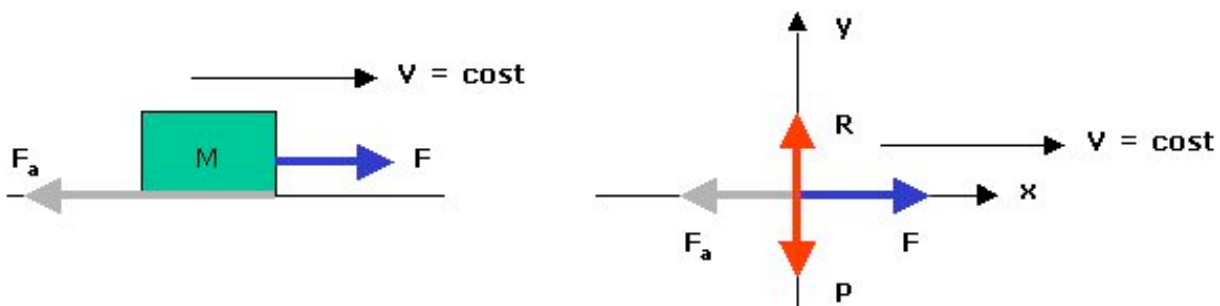
La forza è negativa in quanto si oppone al moto fino ad arrestarlo.

- ❑ Poiché si tratta di un moto uniformemente decelerato, lo spazio percorso nel tempo $t=1$ s è dato da:

$$s = V_I \cdot t - \frac{1}{2}at^2 = 3 \cdot 1 - \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 1^2 = 1,5\text{m}$$

PROBLEMA

Un corpo di massa $M=10$ kg è in moto su un piano orizzontale che presenta un coefficiente di attrito $\mu=0,2$. Se all'istante t tale corpo possiede una velocità di 10 m/s, quanto vale l'intensità della forza che dobbiamo applicare da quell'istante in poi perché il corpo continui a muoversi di moto rettilineo uniforme?

SOLUZIONE**Diagramma delle forze**

Il quesito del problema trova la risposta nel:

1° principio della dinamica

$$V = \text{cost} \Rightarrow \sum \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow F - F_a = 0 \Rightarrow F = F_a = \mu \cdot R = \mu \cdot M \cdot g = 0,2 \cdot 10 \cdot 9,8 = 19,6\text{N}$$

PROBLEMA

Un carico di 4 tonnellate viene sollevato da una gru alla velocità costante $v=0,5\text{m/s}$. Tale velocità viene raggiunta in $0,5\text{s}$. Calcolare la forza a cui è sottoposto il cavo durante la fase di moto a velocità costante e durante la fase iniziale di moto accelerato.

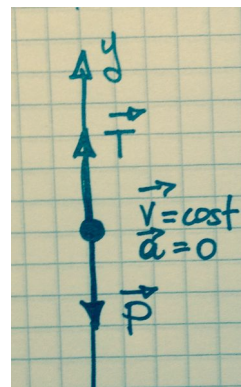
SOLUZIONE

➤ Fase di moto costante

Durante questa fase l'accelerazione è nulla, per cui il cavo (T =tensione del cavo) deve sopportare solo la forza peso del carico ($g=10\text{m/s}^2$). Pertanto, il secondo principio diventa:

$$\vec{F} = m\vec{a} \rightarrow T - P = 0 \rightarrow T = P = mg = 4000 \cdot 10 = 40.000 \text{ kg}$$

dove: 1 tonnellata=1000kg



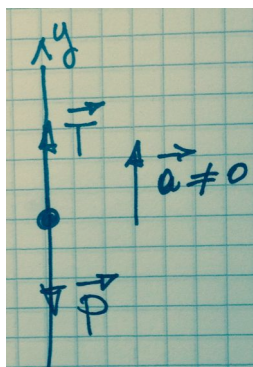
➤ Fase di moto accelerato

Adesso l'accelerazione è diversa da zero, per cui il 2° principio diventa:

$$\vec{F} = m\vec{a} \rightarrow T - P = ma \rightarrow T = P + ma = mg + ma = m(g + a) = 4000 \cdot (10 + 1) = 44.000 \text{ kg}$$

dove:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0,5}{0,5} = 1 \text{ m/s}^2$$

**PROBLEMA**

Una mongolfiera, di massa 1220 kg , è in equilibrio a circa mezzo metro sopra il terreno. Sale un passeggero e la mongolfiera accelera verso il basso di $0,56 \text{ m/s}^2$. Calcolare la massa del passeggero.

SOLUZIONE

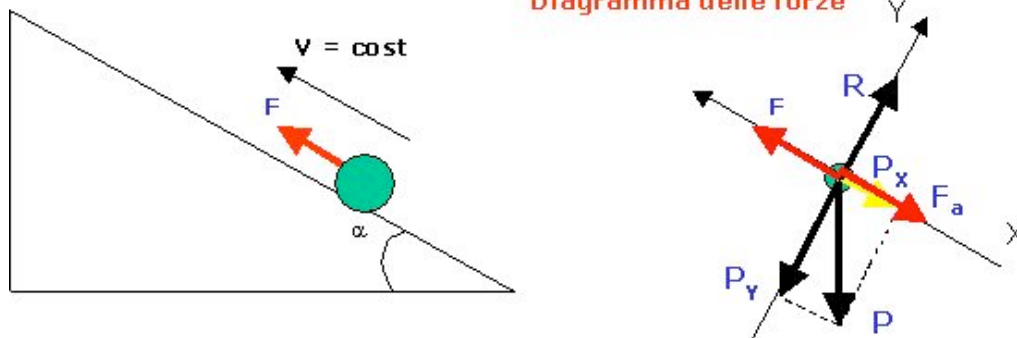
Prima che salga il passeggero, la mongolfiera è in equilibrio, quindi la sua forza peso è controbilanciata dal pallone aerostatico. Quando sale il passeggero, l'equilibrio si rompe e la mongolfiera accelera verso il basso. Pertanto, l'unica forza in gioco è la forza peso del passeggero, la cui massa è ottenuta applicando la seconda legge di Newton scritta in direzione verticale (il moto della mongolfiera è solo verticale):

$$\Sigma F_y = ma \rightarrow P_{pass} = (M + m)a \rightarrow mg = (M + m)a \rightarrow m(g - a) = Ma$$

$$m = \frac{a}{g - a} \cdot M = \frac{0,56}{9,81 - 0,56} \cdot 1220 = 74 \text{ kg}$$

PROBLEMA

Un corpo di massa $M=2$ kg viene lanciato verso l'alto lungo un piano inclinato $\alpha=30^\circ$ e con coefficiente di attrito $\mu=0,4$. Determinare la forza che bisogna applicare al corpo affinché il moto lungo il piano inclinato sia uniforme

SOLUZIONE

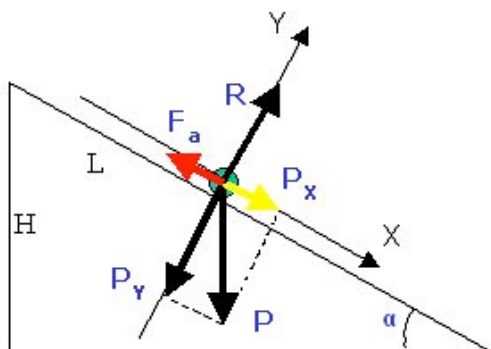
Il quesito del problema trova la risposta nel:

1° principio della dinamica

$$V = \text{cost} \Rightarrow \sum \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow F - F_a - P_x = 0 \Rightarrow F = F_a + P_x = \mu \cdot P_y + P_x = \mu \cdot P \cdot \cos \alpha + P \cdot \sin \alpha = P \cdot (\mu \cdot \cos \alpha + \sin \alpha) = Mg \cdot (\mu \cdot \cos \alpha + \sin \alpha) = 2 \cdot 9,8 \cdot (0,4 \cdot \cos 30^\circ + \sin 30^\circ) = 16,6 \text{ N}$$

PROBLEMA

Un corpo di massa $m=0,5$ kg scende lungo un piano inclinato alto $H=1$ m e lungo $L=2$ m con un'accelerazione costante $a=4$ m/s². Determina il coefficiente di attrito dinamico tra il piano e il corpo.

SOLUZIONE

Fissato il sistema di assi cartesiani come in figura e disegnate le forze che agiscono sul corpo, possiamo applicare il 2° principio della dinamica che ci permetterà di calcolare il coefficiente di attrito dinamico:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

$$P_x - F_a = ma \Rightarrow \eta h g \sin \alpha - \mu \eta h g \cos \alpha = \eta h a \Rightarrow \mu = \frac{g \sin \alpha - a}{g \cos \alpha} = 0,1$$

dove:

$$\sin \alpha = \frac{H}{L} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 30^\circ \quad F_a = \mu \cdot N = \mu \cdot P_y \quad P_x = P \sin \alpha = m g \sin \alpha \quad P_y = P \cos \alpha = m g \cos \alpha$$

PROBLEMA

Un ciclista di massa $m=70\text{kg}$ corre di moto rettilineo uniforme con velocità $v=15\text{ m/s}$. A un certo istante comincia ad agire sul ciclista una forza costante $F=200\text{N}$ che ne contrasta il moto. In quanto tempo si ferma e quale spazio ha percorso?

SOLUZIONE

Si tratta di un moto uniformemente accelerato (a negativa), regolato dalle seguenti leggi orarie:

$$\begin{cases} s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \\ v_f = v_0 + a t \end{cases}$$

L'accelerazione non è nota, ma possiamo calcolarla dal 2° principio della dinamica (teniamo presente che $\mathbf{F}$ si oppone al moto):

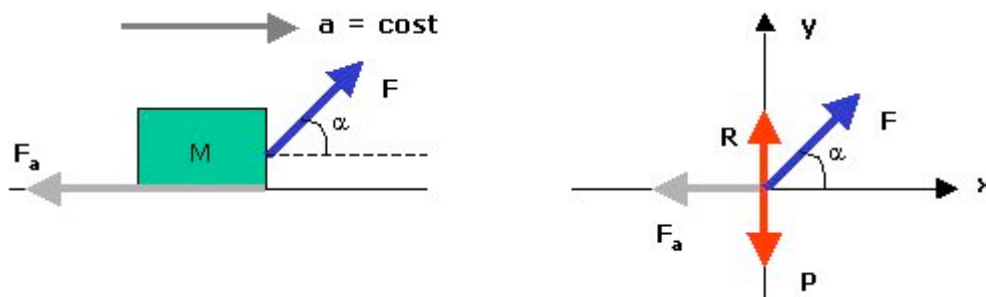
$$-F = m \cdot a \Rightarrow a = -\frac{F}{m} = -\frac{200}{70} = -2,85 \text{ m/s}^2$$

Quindi, le equazioni del moto diventano:

$$\begin{cases} s = 15t - \frac{1}{2} \cdot 2,85 t^2 \\ 0 = 15 - 2,85 t \end{cases} \rightarrow \begin{cases} s = 39,5 \text{ m} \\ t = \frac{15}{2,85} = 5,25 \text{ s} \end{cases}$$

PROBLEMA

Il coefficiente di attrito tra un corpo di massa $M=20\text{ kg}$ ed il pavimento è $\mu=0,2$. Calcolare l'accelerazione impressa al corpo da una forza di 100 N inclinata di 60° rispetto all'orizzontale, e la reazione vincolare.

SOLUZIONE**Diagramma delle forze**

Il problema viene risolto applicando il secondo principio della dinamica, tenendo conto che si tratta di una equazione vettoriale:

$$\sum \vec{F} = M \cdot \vec{a} \Rightarrow \begin{cases} \sum \vec{F}_x = M \cdot \vec{a} \\ \sum \vec{F}_y = \vec{0} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_x - F_a = M \cdot a \\ R + F_y - P = 0 \end{cases}$$

Il sistema così ottenuto contiene le due incognite del problema, l'accelerazione a e la reazione vincolare R . Risolto dà le seguenti soluzioni:

$$\begin{cases} R = P - F_y = Mg - F \cdot \sin \alpha = 20 \cdot 9,8 - 100 \cdot \sin 60^\circ = 109 \text{ N} \\ a = \frac{F_x - F_a}{M} = \frac{F \cdot \cos \alpha - \mu \cdot R}{M} = \frac{100 \cdot \cos 60^\circ - 0,2 \cdot 109}{20} = 1,5 \text{ m/s}^2 \end{cases}$$

PROBLEMA

Un automobile avente la massa $M=1600$ kg percorre 80 m, prima di fermarsi, con una forza frenante costante pari a 6250 N. Calcolare:

1. La velocità dell'automobile all'istante in cui inizia la frenata
2. Il tempo impiegato per fermarsi

SOLUZIONE

Innanzitutto calcoliamo la decelerazione, attraverso il 2° principio della dinamica, subita dalla macchina durante la frenata:

$$\vec{F} = M \cdot \vec{a} \Rightarrow a = \frac{F}{M} = \frac{6250}{1600} = -3,9 \text{ m/s}^2$$

Poiché si tratta di un moto uniformemente decelerato, applichiamo le rispettive leggi per rispondere ai quesiti del problema:

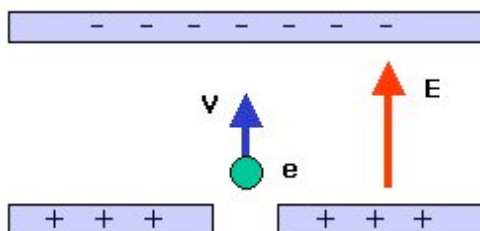
$$1. \begin{cases} S = V_0 t - \frac{1}{2} a t^2 \\ V_0 = a t \end{cases} \Rightarrow S = a t^2 - \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow 2S = 2a t^2 - a t^2 \Rightarrow 2S = a t^2 \Rightarrow t^2 = \frac{2S}{a} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2S}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 80}{3,9}} = 6,4 \text{ s}$$

$$2. V_0 = 3,9 \cdot 6,4 = 25 \text{ m/s} = 90 \text{ km/h}$$

PROBLEMA

Un elettrone viene sparato tra due piastre cariche con una velocità $V=2 \cdot 10^6$ m/s. Il campo elettrico tra le due piastre ostacola il moto dell'elettrone con una forza $F=4,8 \cdot 10^{-17}$ N. Sapendo che la massa dell'elettrone è $m=0,91 \cdot 10^{-30}$ kg, calcolare la distanza percorsa prima di essere arrestato dalla forza elettrica.

SOLUZIONE



Innanzitutto calcoliamo la decelerazione subita dall'elettrone, attraverso il 2° principio della dinamica:

$$\vec{F} = M \cdot \vec{a} \Rightarrow a = \frac{F}{M} = \frac{4,8 \cdot 10^{-17}}{0,91 \cdot 10^{-30}} = -5,3 \cdot 10^{13} \text{ m/s}^2$$

Poiché si tratta di un moto uniformemente decelerato, applichiamo le rispettive leggi per rispondere ai quesiti del problema:

$$\begin{cases} t = \frac{V_0}{a} = \frac{2 \cdot 10^6}{5,3 \cdot 10^{13}} = 0,4 \cdot 10^{-7} \text{ s} \\ S = V_0 t - \frac{1}{2} a t^2 = 2 \cdot 10^6 \cdot 0,4 \cdot 10^{-7} - \frac{1}{2} \cdot 5,3 \cdot 10^{13} \cdot (0,4 \cdot 10^{-7})^2 = 0,04 \text{ m} = 4 \text{ cm} \end{cases}$$

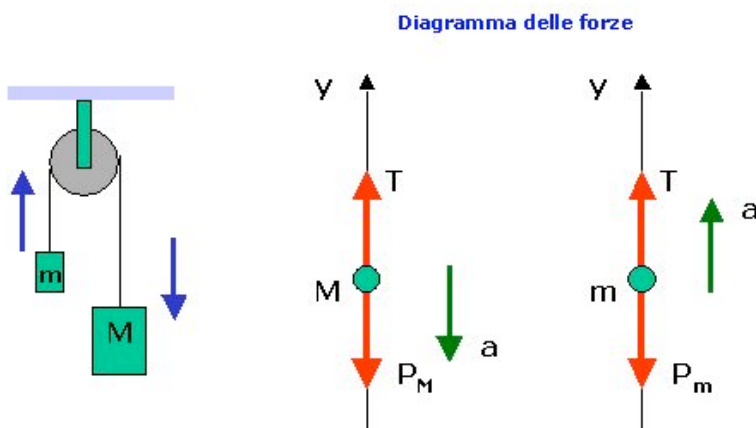
Da considerazioni di carattere trigonometrico calcoliamo l'altezza h alla quale il corpo si ferma:

$$h = S \cdot \sin \alpha = 7,6 \cdot \sin 30^\circ = 3,8 \text{ m}$$

PROBLEMA

Dato il sistema di masse in figura, calcolare la loro accelerazione e la tensione della fune, nell'ipotesi che la fune non abbia massa e la carrucola sia priva di attrito.

SOLUZIONE



Applichiamo la seconda legge della dinamica ai due corpi, tenendo presente che l'accelerazione è la stessa per le due masse in base alle ipotesi del problema:

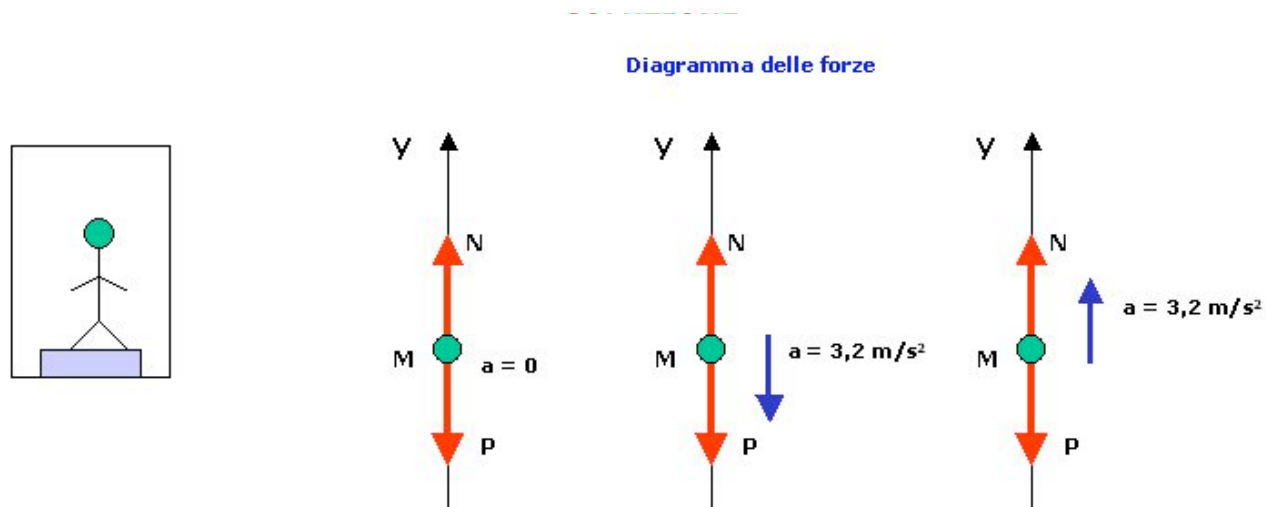
$$\begin{cases} T - P_M = -M \cdot a \\ T - P_m = m \cdot a \end{cases}$$

E' un sistema di due equazioni in due incognite, che risolto dà le seguenti soluzioni:

$$\begin{cases} T - Mg = -M \cdot a \Rightarrow T = Mg - Ma = 17 \text{ N} \\ Mg - Ma - mg = ma \Rightarrow a \cdot (M + m) = g \cdot (M - m) \Rightarrow a = \frac{M - m}{M + m} \cdot g = 3,6 \text{ m/s}^2 \end{cases}$$

PROBLEMA

Un passeggero di massa $m=72.2$ kg sta su una bilancia nella cabina di un ascensore. Che cosa segna la bilancia quando l'accelerazione assume i valori dati in figura?



- 1° caso: $a = 0$

$$N - Mg = 0 \Rightarrow N = Mg = 72,2 \cdot 9,8 = 708 \text{ N}$$

La bilancia segna il peso effettivo del passeggero

- 2° caso: $a = -3,2 \text{ m/s}^2$

$$N - Mg = -Ma \Rightarrow N = Mg - Ma = M \cdot (g - a) = 72,2 \cdot (9,8 - 3,2) = 477 \text{ N}$$

La bilancia segna un peso inferiore di 231 N ed il passeggero pensa di aver dimagrito 23,6 kg
($M = P/g = 231/9,8 = 23,6 \text{ kg}$)

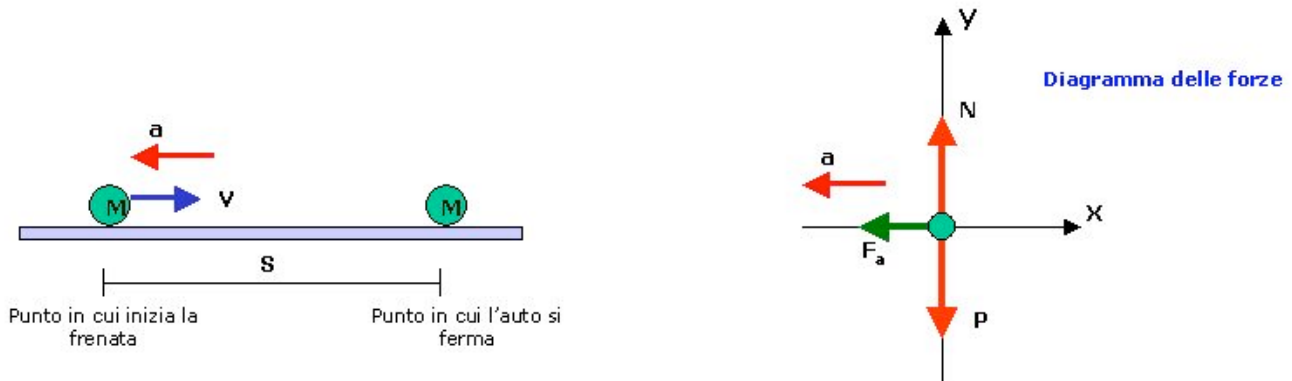
- 3° caso: $a = 3,2 \text{ m/s}^2$

$$N - Mg = Ma \Rightarrow N = M \cdot (g + a) = 72,2 \cdot (9,8 + 3,2) = 939 \text{ N}$$

La bilancia segna un peso superiore di 231 N ed il passeggero pensa di aver ingrassato 23,6 kg
($M = P/g = 231/9,8 = 23,6 \text{ kg}$)

PROBLEMA

Calcolare la velocità di un'auto nell'istante in cui effettua una frenata, supponendo che la "strisciata" dei pneumatici sull'asfalto sia di 290 m ed il coefficiente di attrito dinamico $\mu_D=0.60$.

SOLUZIONE

Applicando le equazioni del moto uniformemente accelerato si ottiene:

$$\begin{cases} s = v_0 t - \frac{1}{2} a t^2 \\ v_f = v_0 - a t \end{cases} \Rightarrow V_0 = \sqrt{2as} \quad \text{essendo } v_f = 0$$

Il valore dell'accelerazione lo ricaviamo applicando il 2° principio della dinamica:

$$-F_a = -Ma \Rightarrow a = \frac{F_a}{M} = \frac{\mu_D Mg}{M} = \mu_D \cdot g$$

In definitiva:

$$v_0 = \sqrt{2\mu_D \cdot g \cdot s} = 210 \text{ Km/h}$$

PROBLEMA

Un corpo di massa $M=1\text{kg}$ sia poggiato su un piano inclinato con coefficiente di attrito statico $\mu_S=0,5$ e coefficiente di attrito dinamico $\mu_D=0,3$. Si supponga di sollevare lentamente il piano variando l'angolo α . Calcolare:

- ☐ per quale valore di α il corpo comincia a scivolare
- ☐ con quale accelerazione il corpo si muove in corrispondenza dell'angolo α

SOLUZIONE

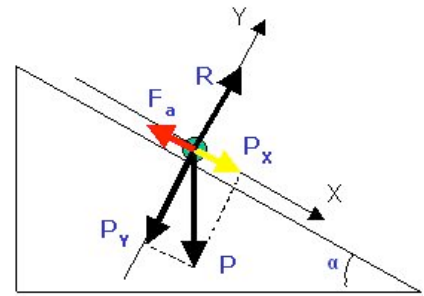
- ☐ Un punto materiale è in equilibrio se la somma vettoriale di tutte le forze che agiscono su di esso è nulla:

CONDIZIONE DI EQUILIBRIO

$$\sum \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} \sum \vec{F}_x = \vec{0} \\ \sum \vec{F}_y = \vec{0} \end{cases}$$

Utilizziamo la prima equazione per calcolare l'angolo in corrispondenza del quale il corpo comincia a scivolare:

$$P_x = F_a \Rightarrow P \cdot \sin \alpha = \mu_s \cdot P \cdot \cos \alpha \Rightarrow \mu_s = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \tan \alpha \Rightarrow \tan \alpha = 0,5$$

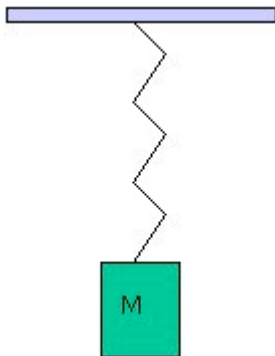


- Quando il corpo comincia a scivolare, la forza d'attrito diminuisce perché il coefficiente d'attrito diventa quello dinamico, per cui, applicando il 2° principio della dinamica, l'accelerazione si calcola come:

$$P_x - F_{ad} = M \cdot a \Rightarrow a = \frac{P_x - F_{ad}}{M} = \frac{P \cdot \sin \alpha - \mu_D \cdot P \cdot \cos \alpha}{M} = \frac{Mg \cdot (\sin \alpha - \mu_D \cdot \cos \alpha)}{M} =$$

$$9,8 \cdot (\sin 27^\circ - 0,3 \cdot \cos 27^\circ) = 1,8 \text{ m/s}^2$$

PROBLEMA



Calcolare il periodo di oscillazione e la pulsazione di una molla che viene allungata di 0,4 m da una massa di 1 kg.

SOLUZIONE

Le forze in gioco sono la forza elastica e la forza peso, per cui applicando il 2° principio della dinamica calcoliamo la costante elastica della molla che serve per calcolare il

periodo di oscillazione:

$$F_e = M \cdot a \Rightarrow -k \cdot x = M \cdot g \Rightarrow k = \frac{M \cdot g}{x} = \frac{1 \cdot 9,8}{0,4} = 24,5 \text{ N/m}$$

Pertanto:

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{M}{k}} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{1}{24,5}} = 1,3 \text{ s} \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{1,3} = 5 \text{ rad/s}$$

