

FISICA

MECCANICA:

La Cinematica
unidimensionale

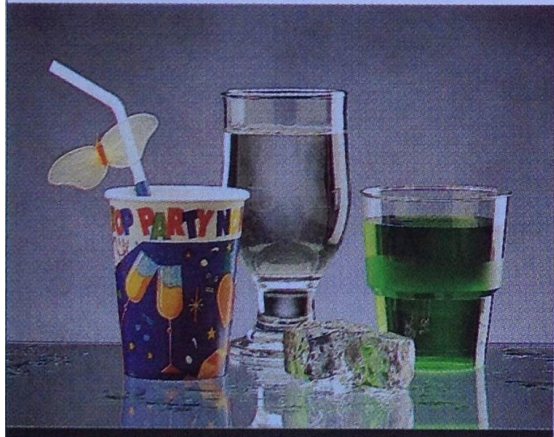
Autore: prof. Pappalardo Vincenzo
docente di Matematica e Fisica



La Meccanica è quella parte della fisica che studia il movimento e si compone di tre parti:

- ✓ CINEMATICA: studia il movimento senza interessarsi delle cause che lo hanno prodotto.
- ✓ DINAMICA: studia la relazione tra il moto e le cause (forze) che lo producono.
- ✓ STATICA: studia l'equilibrio dei corpi.

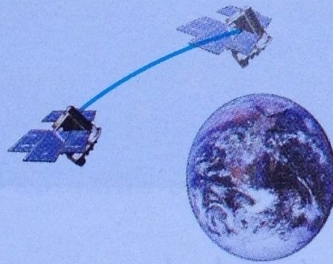
► Le condizioni che consentono ai bicchieri di rimanere *fermi* sul tavolo sono descritte dalla **statica**.



A

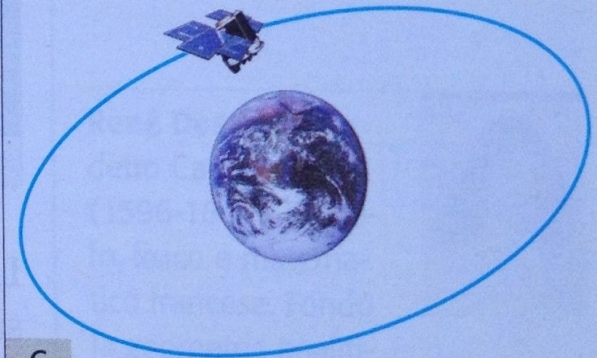
C. Gardini 1998

► Chiedersi *come* cambia nel tempo la posizione di un satellite terrestre in orbita è l'oggetto della **cinematica**.



B

► Stabilire *perché* un satellite rimane in orbita invece di cadere o allontanarsi nello spazio, è l'oggetto della **dinamica**.



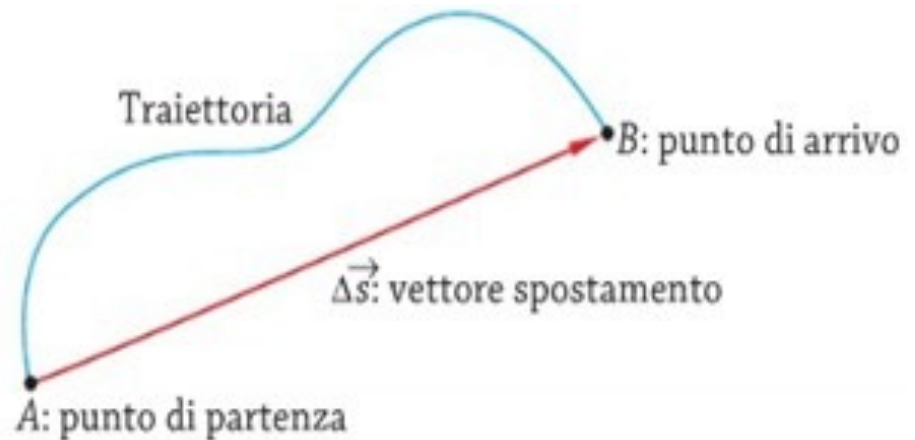
C

INIZIAMO LO STUDIO DELLA CINEMATICA

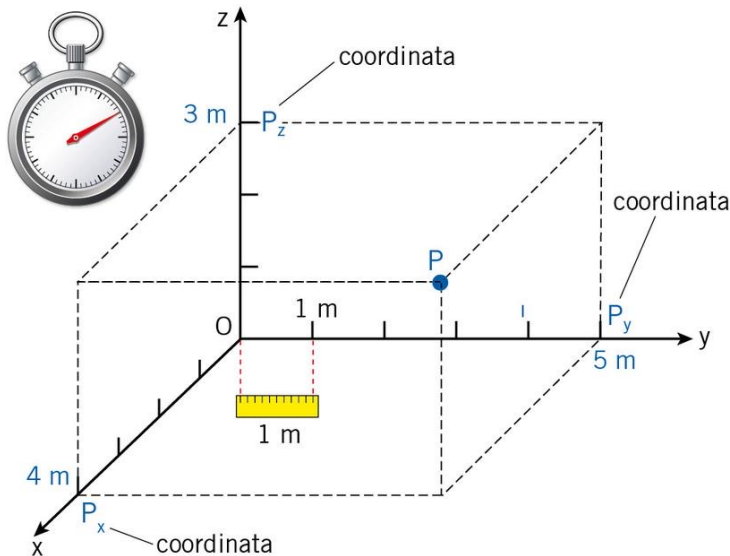
Gli elementi caratteristici del moto sono: *il punto materiale, la traiettoria, il sistema di riferimento, la legge oraria del moto.*

➤ **IL PUNTO MATERIALE:** un oggetto in moto è considerato un punto materiale (senza dimensione) quando le sue dimensioni sono piccole rispetto alla distanza che percorre. *Esempio: la Terra ed il Sole possono essere considerati punti materiali perché le loro dimensioni sono piccole rispetto alla distanza che li separa.*

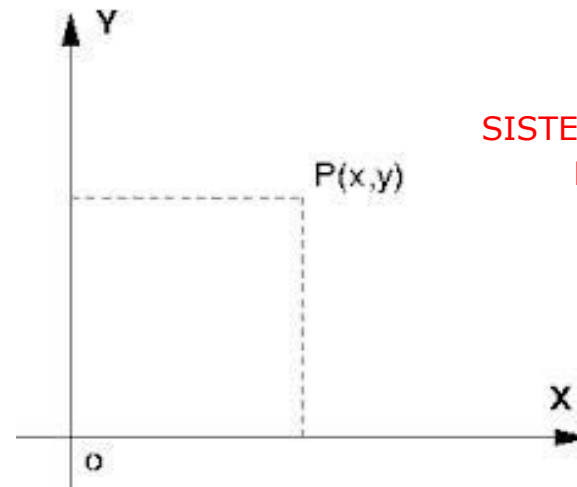
➤ **LA TRAIETTORIA:** è la linea (o curva) che unisce le posizioni successive occupate da un punto materiale in movimento



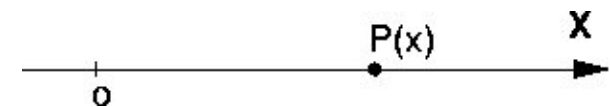
- **SISTEMA DI RIFERIMENTO:** Per studiare il moto di un punto materiale è necessario specificare rispetto a che cosa cambia la sua posizione al trascorrere del tempo. Abbiamo bisogno di un *sistema di riferimento cartesiano*.



SISTEMA DI RIFERIMENTO
TRIDIMENSIONALE

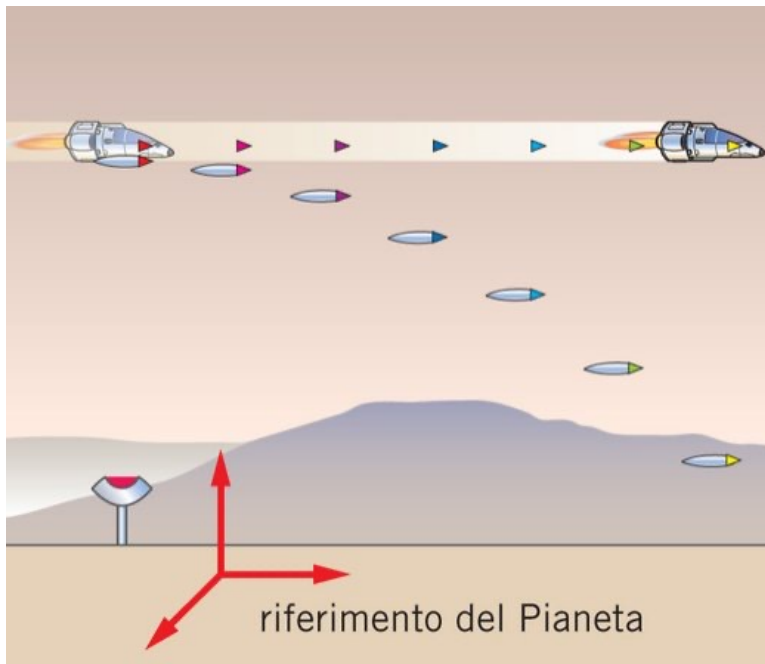


SISTEMA DI RIFERIMENTO
BIDIMENSIONALE

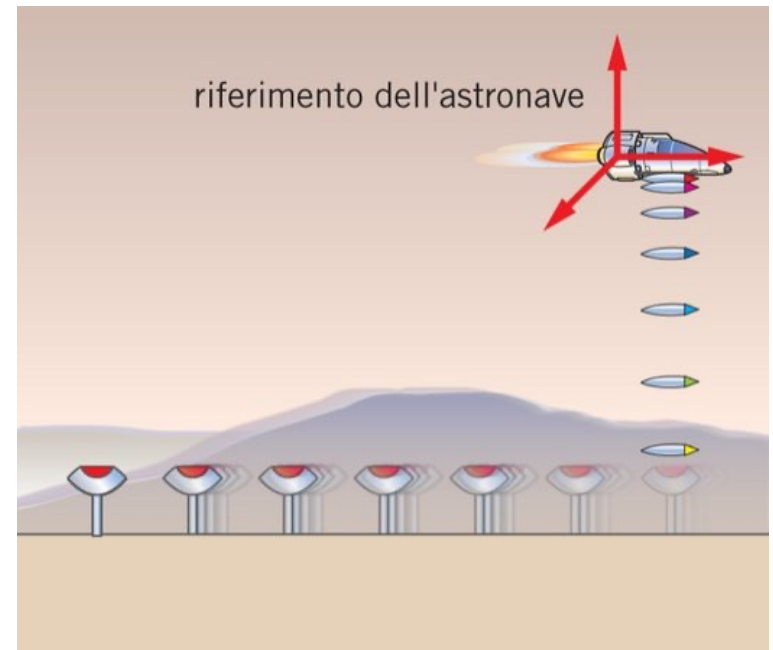


SISTEMA DI RIFERIMENTO
UNIDIMENSIONALE

La descrizione del moto è sempre relativa, cioè dipende dal sistema di riferimento cartesiano da cui lo si osserva.



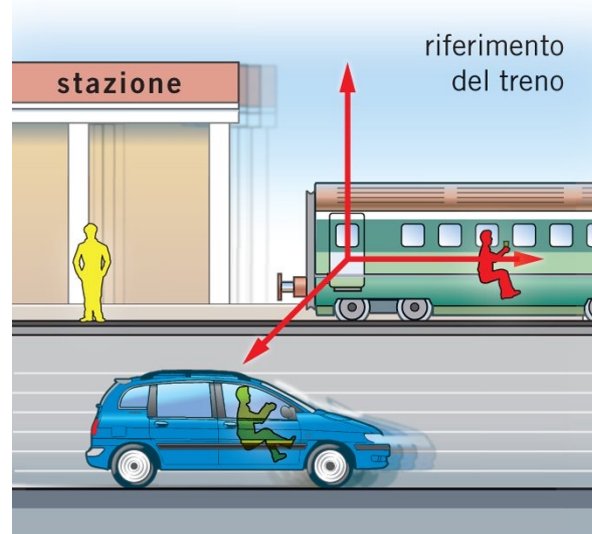
L'astronave si muove verso destra in linea retta, mentre la traiettoria descritta dalla bomba è una parabola.



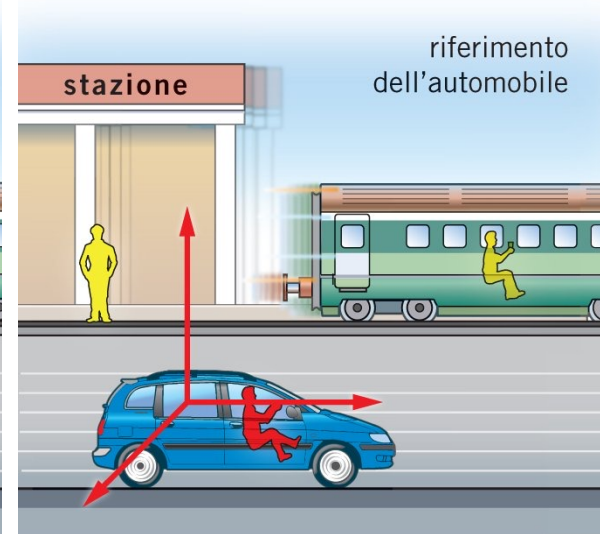
Per il pilota dell'astronave la bomba scende in linea retta verso il basso.



Per un osservatore fermo in stazione, il treno si muove nello stesso verso dell'automobile ma più rapidamente.



Per un passeggero sul treno, la stazione si muove all'indietro e l'automobile si sposta più lentamente, sempre all'indietro.



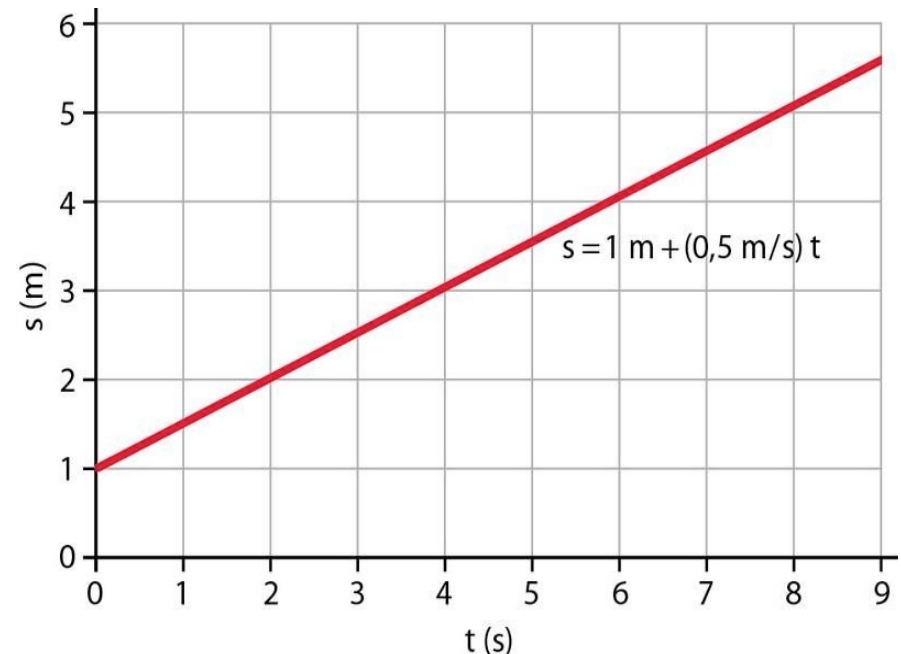
Per l'automobilista, l'osservatore nella stazione si muove all'indietro e il treno si sposta in avanti.

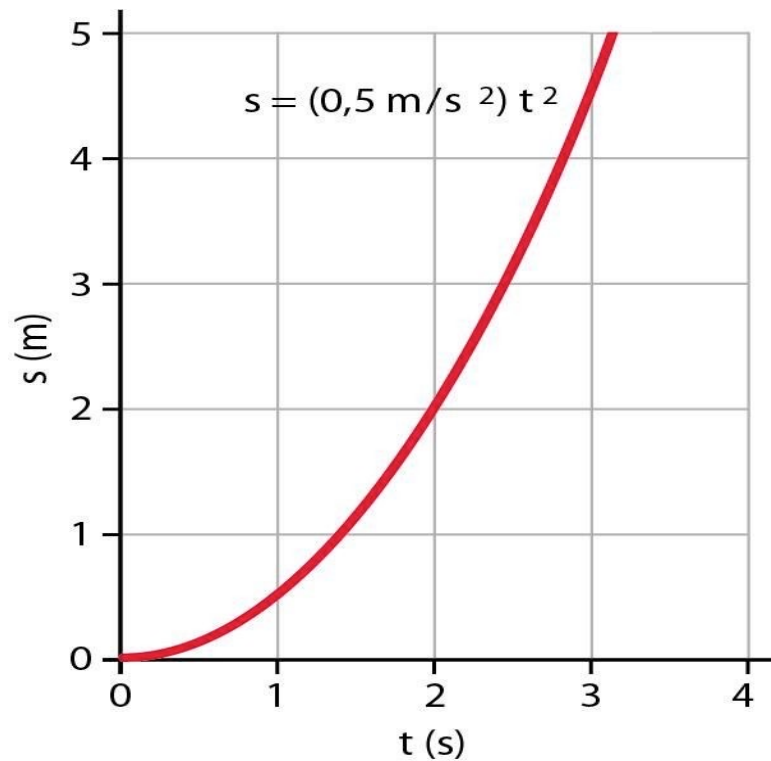
➤ **LEGGE ORARIA DEL MOTO:** è la funzione **$s = f(t)$** che esprime la relazione matematica tra la posizione s occupata dal punto materiale all'istante di tempo t .

Non si confonda il grafico della legge oraria del moto con la traiettoria del punto materiale.

Nella legge del moto ci sono tutte le informazioni sul moto, per cui ogni moto è caratterizzato da una particolare legge del moto.

Il moto rettilineo uniforme ($v = \text{cost}$) è descritto da una legge oraria di tipo lineare il cui grafico (diagramma orario) è una retta:





Il moto qualunque è descritto da una legge oraria il cui grafico dipenderà dalla funzione matematica che lo rappresenta.

Il moto rettilineo uniformemente accelerato ($a = \text{cost}$) è descritto da una legge oraria di tipo quadratico il cui grafico è una parabola.

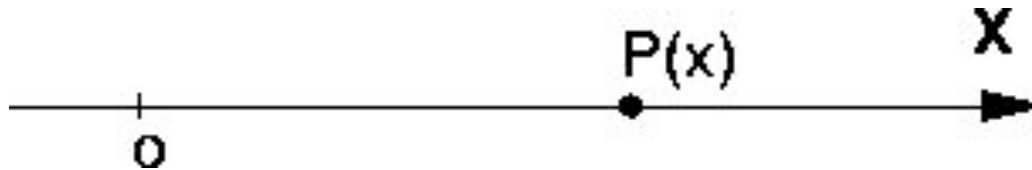


CINEMATICA UNIDIMENSIONALE

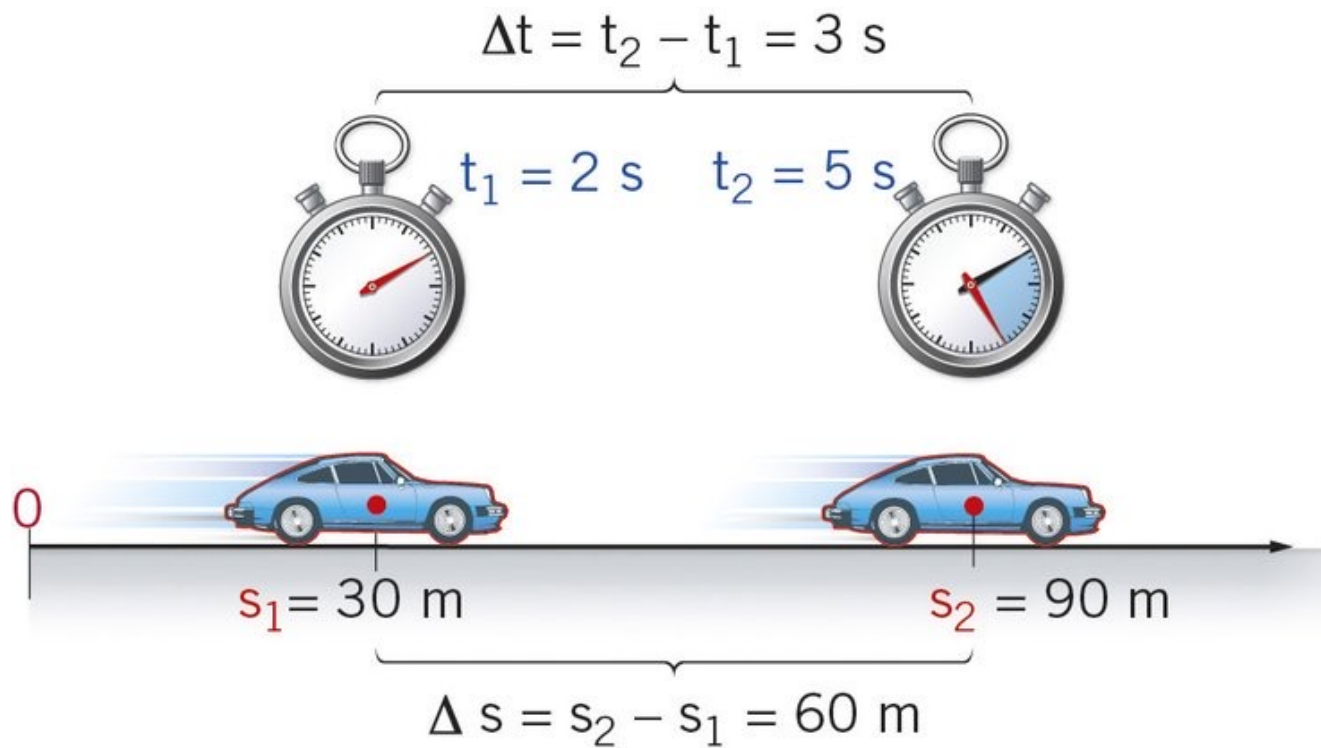
Il moto rettilineo

Si chiama moto rettilineo il moto di un punto materiale che descrive una traiettoria formata da punti appartenenti a una retta.

Per studiare il moto rettilineo di un punto materiale è sufficiente scegliere un sistema di riferimento cartesiano unidimensionale (fissare una posizione, l'origine $s=0$ come punto di partenza iniziale, cioè il punto da cui determinare tutte le posizioni successive, ed un tempo iniziale $t=0$ da cui misurare tutti gli istanti di tempo successivi).



SISTEMA DI RIFERIMENTO
UNIDIMENSIONALE



La scelta dell'istante e della posizione "zero" è del tutto arbitraria. Quello che conta è la distanza percorsa $\Delta s = s_2 - s_1$ e l'intervallo di tempo impiegato $\Delta t = t_2 - t_1$, ossia le variazioni di spazio e di tempo (questo significa che se lo spostamento avviene in senso contrario rispetto a quello della figura, il valore di Δs è negativo).

LA VELOCITA' MEDIA

Si definisce velocità media v_m di un punto materiale come il rapporto tra la distanza percorsa Δs e l'intervallo di tempo Δt impiegato.

velocità media (m/s) ————— distanza percorsa (m)

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

————— tempo impiegato

$$\Delta s = s_{finale} - s_{iniziale}$$

$$\Delta t = t_{finale} - t_{iniziale}$$

unità di misura: $[m / s]$

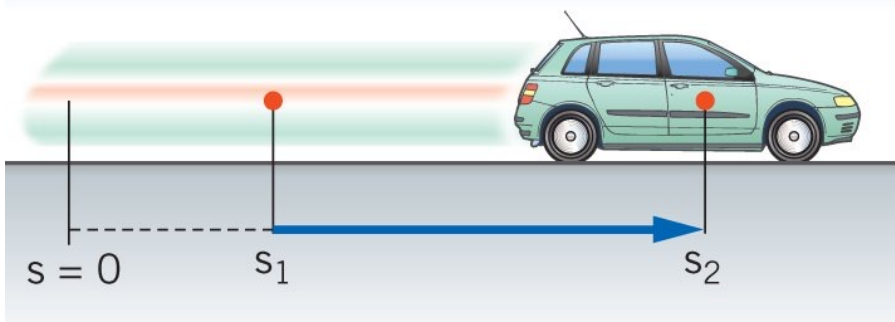
$$1 \frac{km}{h} = \frac{1}{3,6} \frac{m}{s} \qquad 1 \frac{m}{s} = 3,6 \frac{km}{h}$$

formule inverse

$$\Delta s = v_m \cdot \Delta t \qquad \Delta t = \frac{\Delta s}{v_m}$$

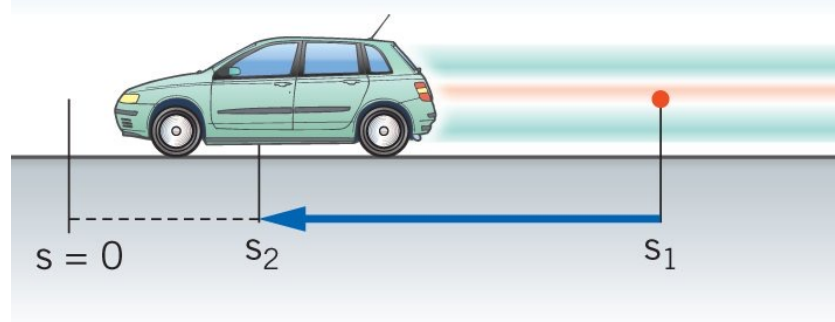
La velocità media non fornisce informazioni solo sulla rapidità del moto, ma anche sul verso in cui esso si sta muovendo su una traiettoria rettilinea.

moto nel verso positivo



Fissiamo un sistema di coordinate con verso positivo per il moto dell'auto verso destra: $s_2 > s_1$ ($\Delta s = s_2 - s_1 > 0$) e dunque $v_m > 0$.

moto nel verso negativo



Se il moto è nel verso negativo: $s_2 < s_1$ ($\Delta s = s_2 - s_1 < 0$) e dunque $v_m < 0$.

PROBLEMA

Carlo si sta allenando per i campionati provinciali di atletica ed esegue uno scatto di 30,0 m in 6,00 secondi, poi si ferma e torna indietro camminando fino alla partenza in 40,0 secondi. Prendiamo come verso positivo quello in cui avviene lo scatto.

- ▶ Qual è la velocità media dello scatto?
- ▶ Qual è la velocità media della camminata di ritorno?
- ▶ Qual è la velocità media dell'intero percorso di andata e ritorno?

■ Strategia e soluzione

- Per calcolare la velocità media dello scatto si ha che $s_1 = 0$ m, $s_2 = 30,0$ m e $\Delta t = 6,00$ s quindi:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{30,0 \text{ m} - 0 \text{ m}}{6,00 \text{ s}} = 5,00 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

- Per calcolare la velocità media della camminata a piedi si ha che $s_1 = 30,0$ m, $s_2 = 0$ m, $t_2 = 46,0$ s e $t_1 = 6,0$ s quindi:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{0 \text{ m} - 30 \text{ m}}{40,0 \text{ s}} = -0,75 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

- Per l'intero percorso si ha che $s_1 = s_2 = 0$ e $\Delta t = 46,0$ s, quindi:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{0 \text{ m}}{46,0 \text{ s}} = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

■ Discussione

Il segno della velocità nelle prime due domande dà informazioni sul verso in cui Carlo si sta muovendo, positivo verso destra e negativo verso sinistra. Nella terza domanda lo spostamento complessivo è zero, quindi anche la velocità calcolata sull'intero percorso è zero.

La velocità media non è la media delle velocità

In una tappa a cronometro del Giro d'Italia, un corridore viaggia a una velocità media di 54,0 km/h per i primi 16,2 km e a una velocità media di 48,0 km/h per i successivi 33,6 km. Quanto dura la sua gara? Con quale velocità media compie l'intero percorso?

Dati e incognite

$$v_1 = 54,0 \text{ km/h}$$

$$\Delta s_1 = 16,2 \text{ km}$$

$$v_2 = 48,0 \text{ km/h}$$

$$\Delta s_2 = 33,6 \text{ km}$$

$$\Delta t = ?$$

$$v_m = ?$$



Soluzione

La durata della prima parte della corsa, in cui il corridore percorre la distanza Δs_1 alla velocità media v_1 , è:

$$\Delta t_1 = \frac{\Delta s_1}{v_1} = \frac{16,2 \text{ km}}{54,0 \text{ km/h}} = 0,3 \text{ h}$$

La durata della seconda parte, lunga Δs_2 e percorsa alla velocità media v_2 , è invece:

$$\Delta t_2 = \frac{\Delta s_2}{v_2} = \frac{33,6 \text{ km}}{48,0 \text{ km/h}} = 0,7 \text{ h}$$

La durata complessiva della corsa è dunque:

$$\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 = 0,3 \text{ h} + 0,7 \text{ h} = 1,00 \text{ h}$$

D'altra parte, il percorso ha una lunghezza totale:

$$\Delta s = \Delta s_1 + \Delta s_2 = 16,2 \text{ km} + 33,6 \text{ km} = 49,8 \text{ km}$$

e la velocità media calcolata su tutta la gara è:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{49,8 \text{ km}}{1,00 \text{ h}} = 49,8 \text{ km/h}$$

Riflettiamo sul risultato

Calcolando la media aritmetica delle velocità medie relative ai due tratti del percorso, troviamo:

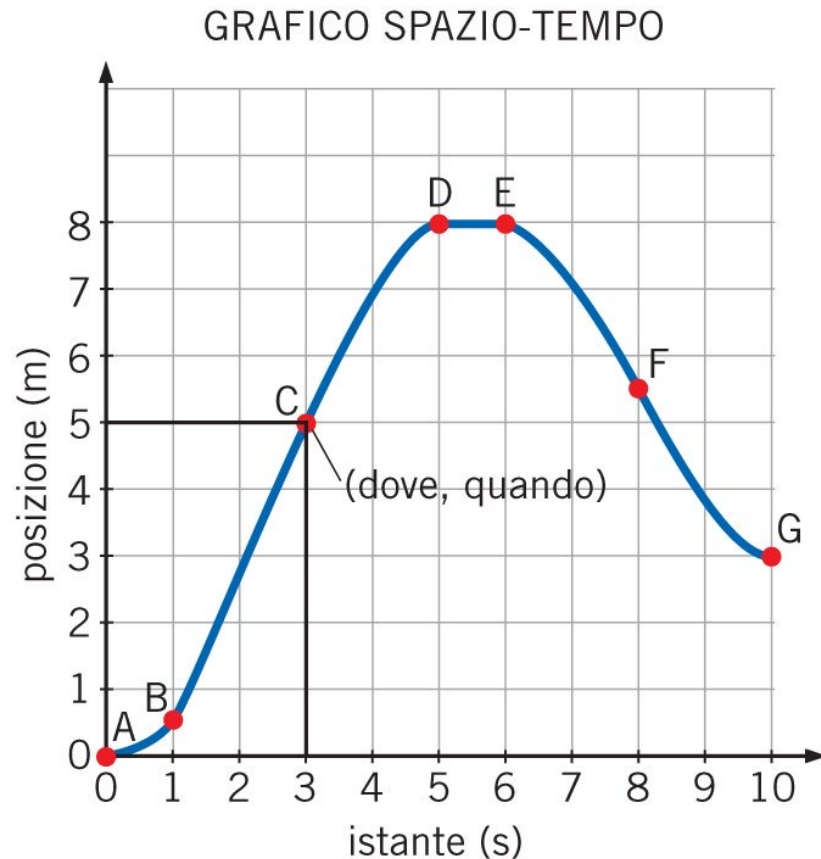
$$\frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{54,0 \text{ km/h} + 48,0 \text{ km/h}}{2} = 51,0 \text{ km/h}$$

Dunque la velocità media non deve essere confusa con la media delle velocità.

La velocità media è quella velocità costante (49,8 km/h) che il corridore dovrebbe tenere per percorrere il tratto $S = 49,8 \text{ km}$ nel tempo $t = 1 \text{ h}$

IL GRAFICO SPAZIO-TEMPO

Il grafico spazio-tempo è un modo molto utile per rappresentare graficamente i dati di un moto. Sull'asse orizzontale c'è la variabile tempo " t "; sull'asse verticale la variabile posizione " x ".



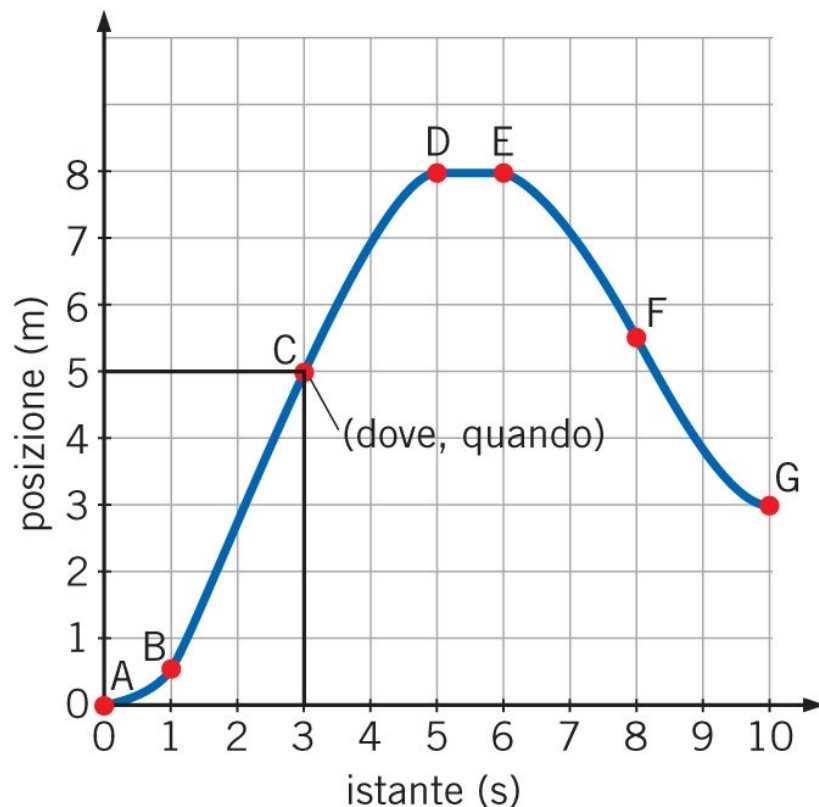
Nel grafico spazio-tempo abbiamo riportato i dati raccolti sul moto rettilineo di un insetto. Quindi:

Attenzione: il grafico spazio-tempo non rappresenta la traiettoria del punto materiale.

Cosa rappresenta?

Il grafico spazio-tempo è la rappresentazione grafica della legge del moto $s=f(t)$. Un punto del grafico spazio-tempo dà informazioni sulla posizione di un corpo che si muove su una retta (dove si trova?) a un determinato istante di tempo (quando?).

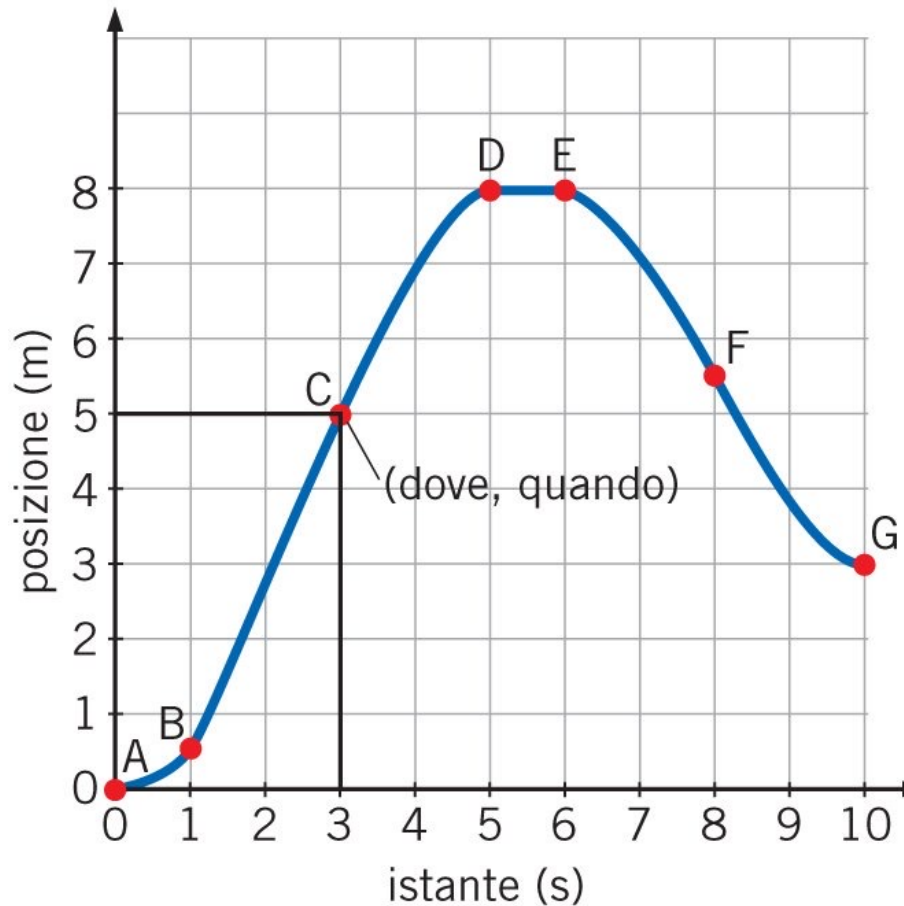
GRAFICO SPAZIO-TEMPO



Come si legge un grafico spazio-tempo?

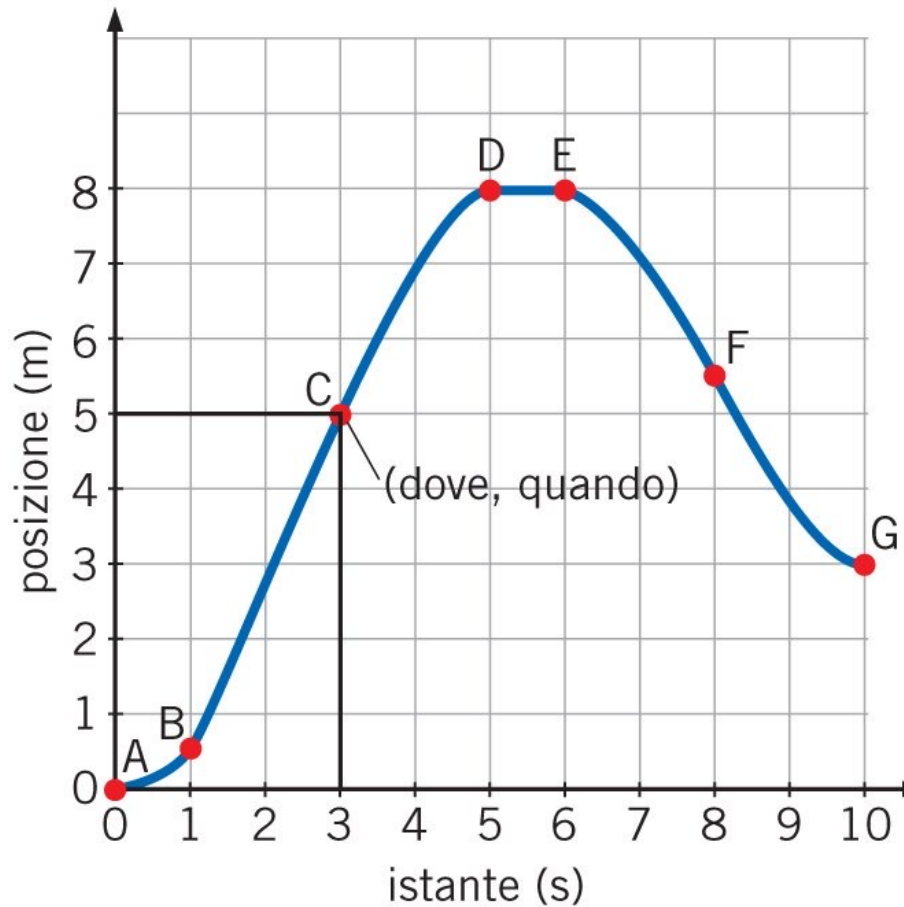
1. I tratti inclinati verso l'alto indicano che l'oggetto si muove in avanti (velocità positiva). Per esempio nell'intervallo tra 0 e 5 sec, l'oggetto si è spostato (tratto AD) dalla posizione 0 m alla posizione 8 m.

GRAFICO SPAZIO-TEMPO



2. I tratti più ripidi della curva sono quelli in cui la velocità media è maggiore. Nell'intervallo tra 1 e 3 sec, viene percorso un tratto di 4,5 m, ossia una distanza maggiore di quella (pari a 3 m) che viene percorsa in un intervallo di tempo uguale tra 3 e 5 secondi. Il tratto BC è meno ripido (velocità più bassa) rispetto al tratto CD (velocità più alta).

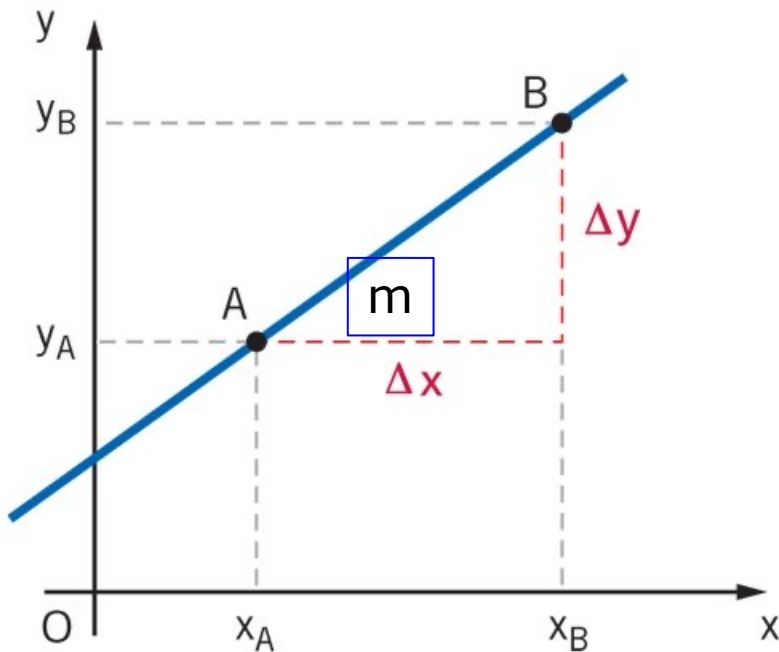
GRAFICO SPAZIO-TEMPO



3. Nei tratti orizzontali l'oggetto è fermo. Nell'intervallo tra 5 e 6 sec (tratto DE) la posizione (8 m rispetto al punto di partenza) dell'oggetto non cambia.

4. Nei tratti inclinati verso il basso l'oggetto torna indietro (velocità negativa). Nell'intervallo tra 6 e 10 sec l'oggetto passa dalla posizione 8 m alla posizione 3 m, ossia sta tornando indietro (tratto EG).

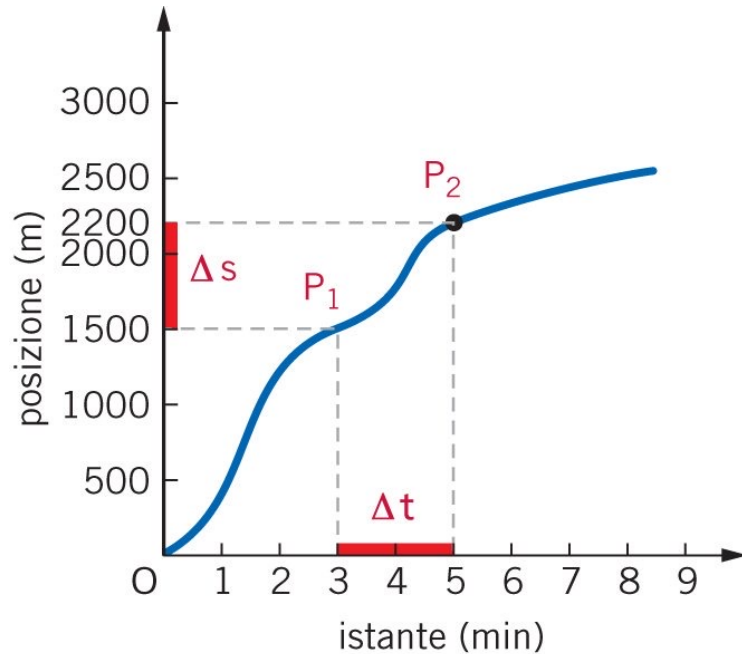
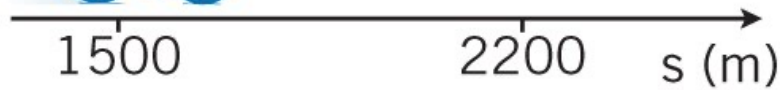
LA VELOCITA' MEDIA E LA PENDENZA DEL GRAFICO SPAZIO-TEMPO



pendenza di una retta

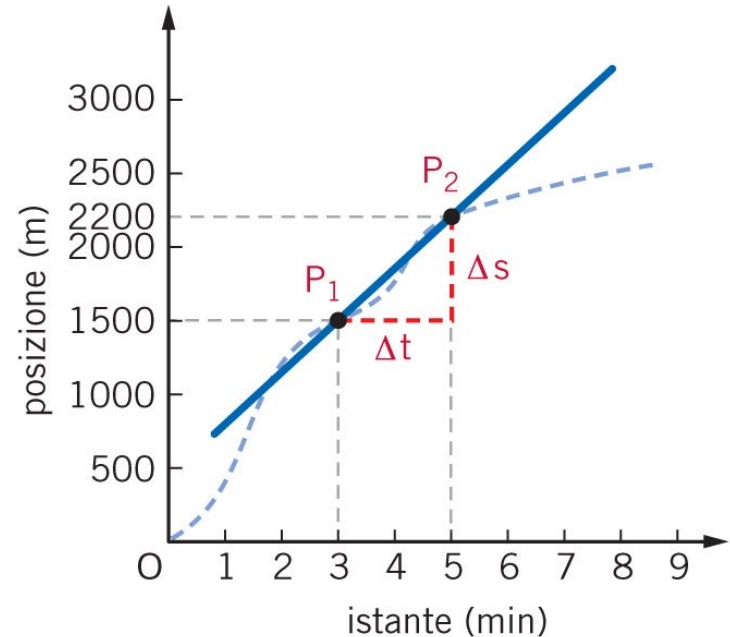
E' il rapporto tra l'incremento della variabile y e l'incremento della variabile x :

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$



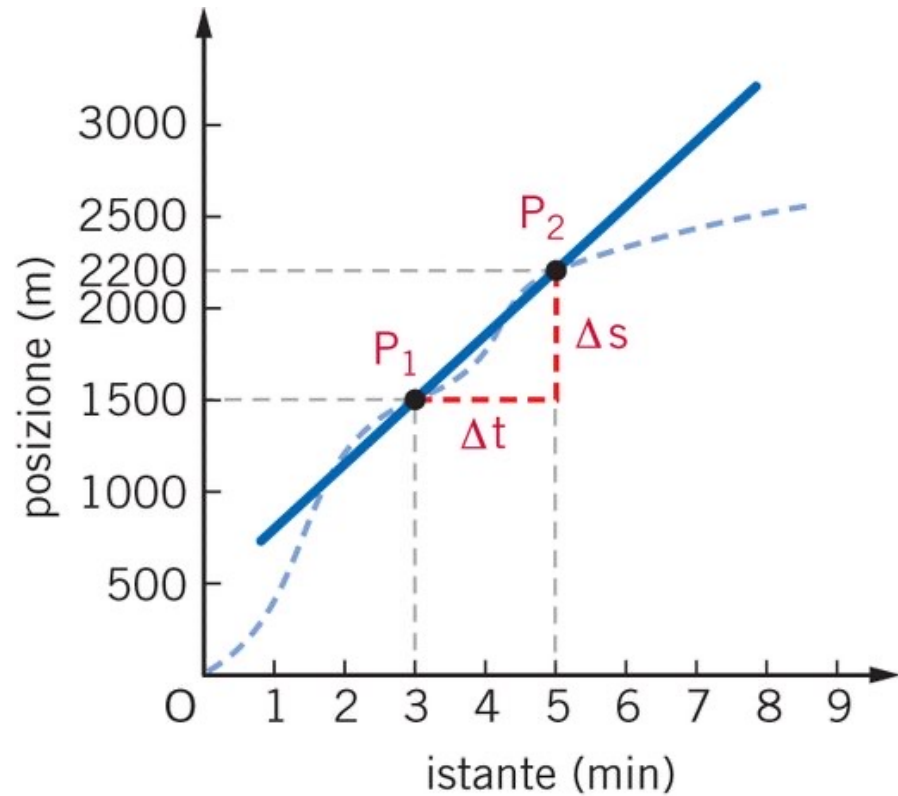
$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2200 - 1500}{5 - 3} = 350 \text{ m/min}$$

Tracciamo il grafico spazio-tempo di un ciclista che si muove di moto rettilineo, e calcoliamo la velocità media nel tratto 1500-2200 m durante il quale il tempo passa da 3 a 5 minuti.



$$m \text{ (pendenza retta } P_1P_2) = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2200 - 1500}{5 - 3} = 350 \text{ m/min}$$

conclusione



Come calcolare la velocità media dal grafico spazio-tempo:

1. Si scelgono due punti (per esempio P₁ e P₂);
2. Si traccia la retta che unisce i due punti;
3. Si calcola la pendenza m della retta

La pendenza m della retta rappresenta la velocità media v_m :

$$m = v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

LA VELOCITA' ISTANTANEA

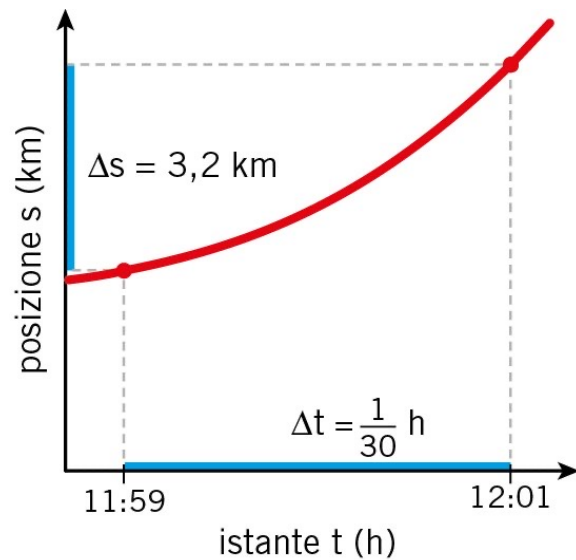
La velocità media di un punto materiale, calcolata sulla durata totale del suo percorso, non dà alcuna informazione sulla velocità istante per istante (velocità istantanea).

E, allora, come possiamo calcolare la velocità istantanea?

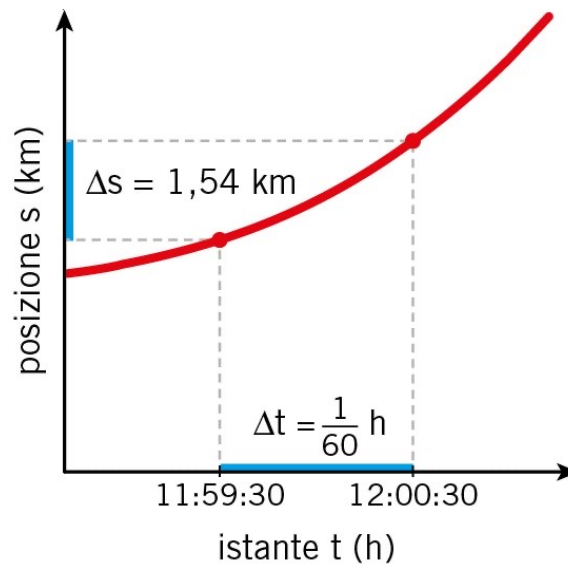
Consideriamo il grafico spazio-tempo di un'auto che si muove di moto vario (velocità non costante) e calcoliamo la velocità all'istante "mezzogiorno" (ossia al tempo $t=12:00$).

E facciamo il seguente ragionamento

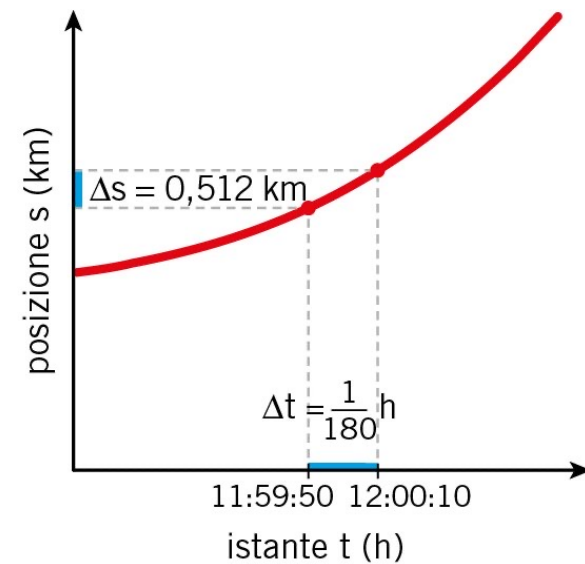
Calcoliamo la velocità media in un intervallo di tempo, sempre più piccolo, intorno alle 12:00.



$$v_m = \frac{3,2 \text{ km}}{\frac{1}{30} \text{ h}} = 96,0 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$



$$v_m = \frac{1,54 \text{ km}}{\frac{1}{60} \text{ h}} = 92,4 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$



$$v_m = \frac{0,512 \text{ km}}{\frac{1}{180} \text{ h}} = 92,2 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Cosa sta succedendo? Più restringiamo l'intervallo di tempo intorno a $t=12:00$, più il tratto di curva del grafico spazio-tempo si avvicina a un segmento e quindi la velocità media si avvicina a un determinato valore.

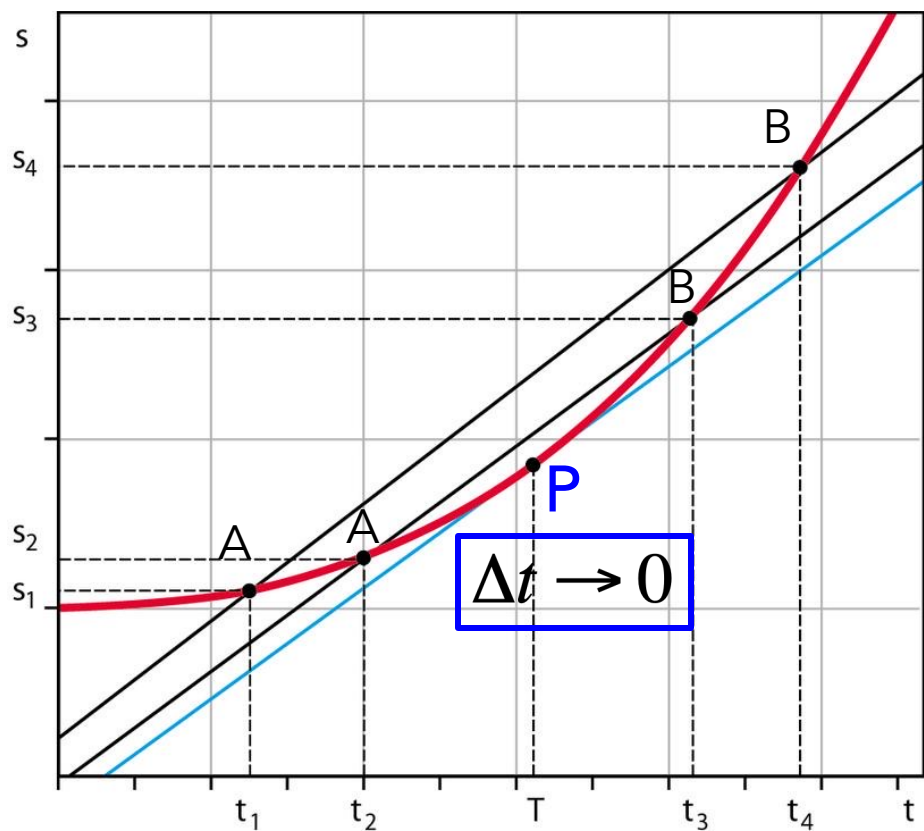
Questa osservazione ci consente di definire la velocità istantanea:

La velocità istantanea in un istante t è il valore a cui tende la velocità media quando questa è calcolata su intervalli di tempo sempre più piccoli. In termini matematici:

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}$$

Si legge: v è il limite a cui tende il rapporto $\Delta s/\Delta t$ per Δt tendente a zero (derivata di s rispetto a t).

Vediamo la situazione da un punto di vista grafico.

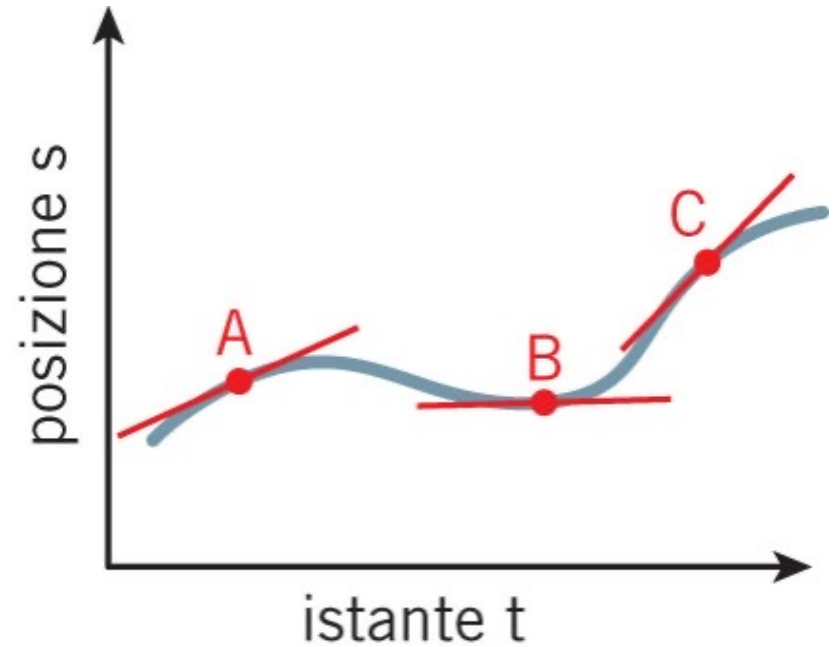


Più restringiamo l'intervallo di tempo più i due punti, A e B, tendono ad avvicinarsi. Quando l'intervallo di tempo tende a zero, i due punti coincidono nel punto P e la velocità media, rappresentata dalle rette nere passanti per i due punti A e B, tende a essere tangente al grafico (retta rossa) nel punto P di ascissa T.

Conclusione

La velocità istantanea è rappresentata dalla pendenza m della retta tangente al grafico spazio-tempo in un determinato istante.

- Più il grafico spazio-tempo è ripido (punto C), più la velocità istantanea è grande (retta più pendente).
- Dove il grafico è orizzontale (punto B), la velocità istantanea è nulla (retta orizzontale e pendenza zero).



Per moto rettilineo uniforme intendiamo il movimento di un punto materiale che si sposta lungo una traiettoria rettilinea con velocità costante.

Ossia, le distanze percorse sono direttamente proporzionali agli intervalli di tempo impiegati a percorrerle:

$$\frac{y}{x} = \cos t \xrightarrow{v=\cos t} \frac{s}{t} = v$$

Pertanto: il grafico spazio-tempo del moto rettilineo uniforme è una retta. La pendenza della retta rappresenta la velocità.

Vediamo come

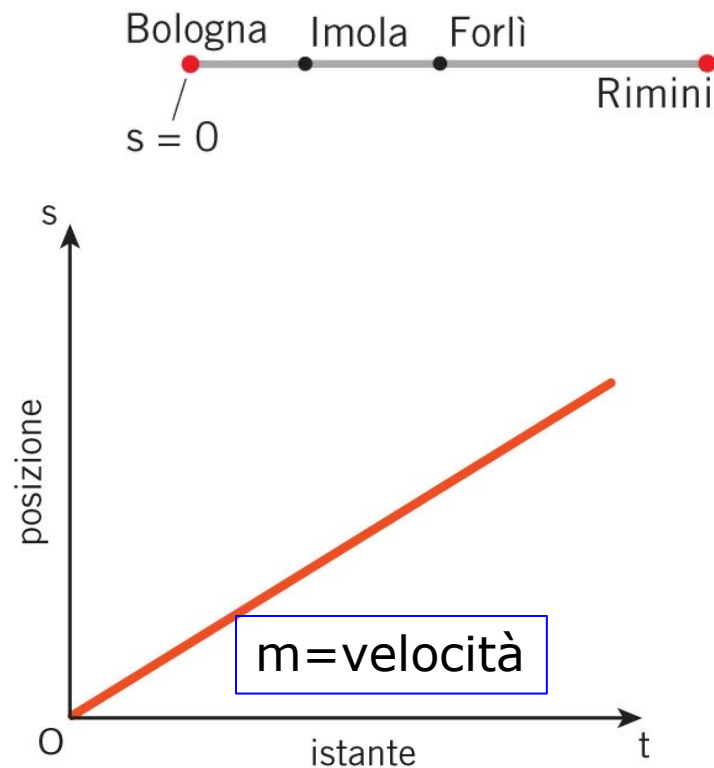


Grafico spazio-tempo per un punto materiale che parte dall'origine degli assi cartesiani ($s_0=0$).

legge del moto

$$s = f(t) \Rightarrow s = vt$$

*equazione retta
passante per
l'origine*

$$y = f(x) \longrightarrow y = mx$$

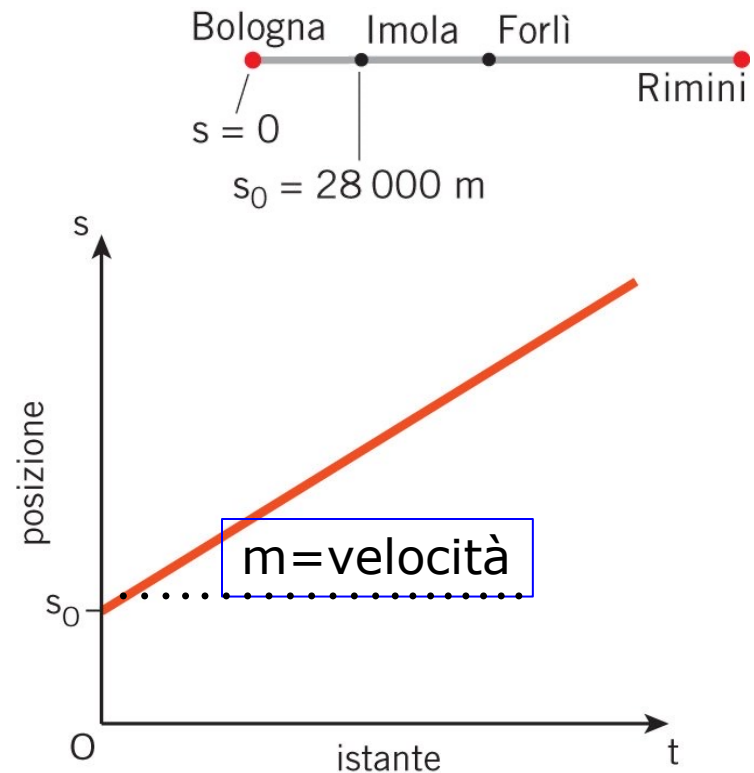


Grafico spazio-tempo per un punto materiale che parte da una posizione iniziale s_0 rispetto all'origine.

legge del moto

$$s = f(t) \Rightarrow s = s_0 + vt$$

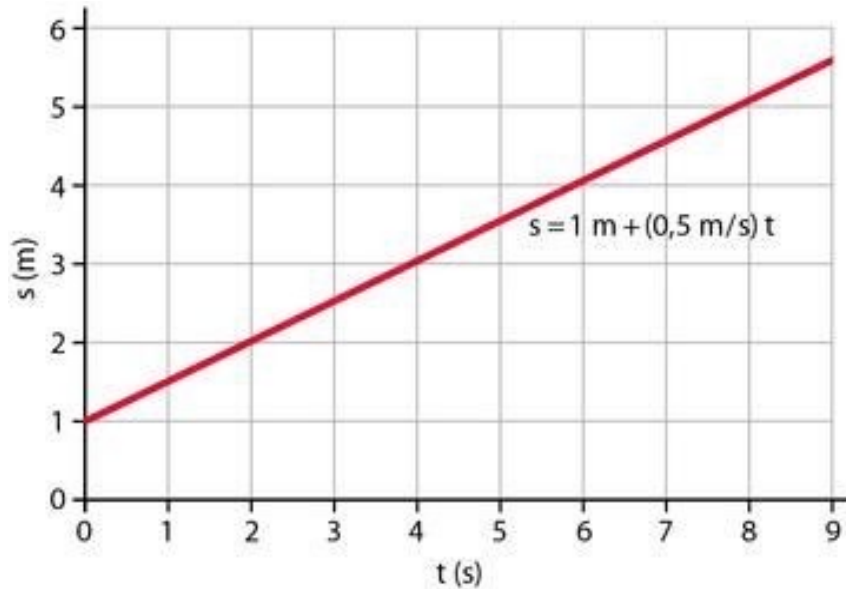
*equazione
retta
generica*

$$y = f(x) \longrightarrow y = mx + q$$

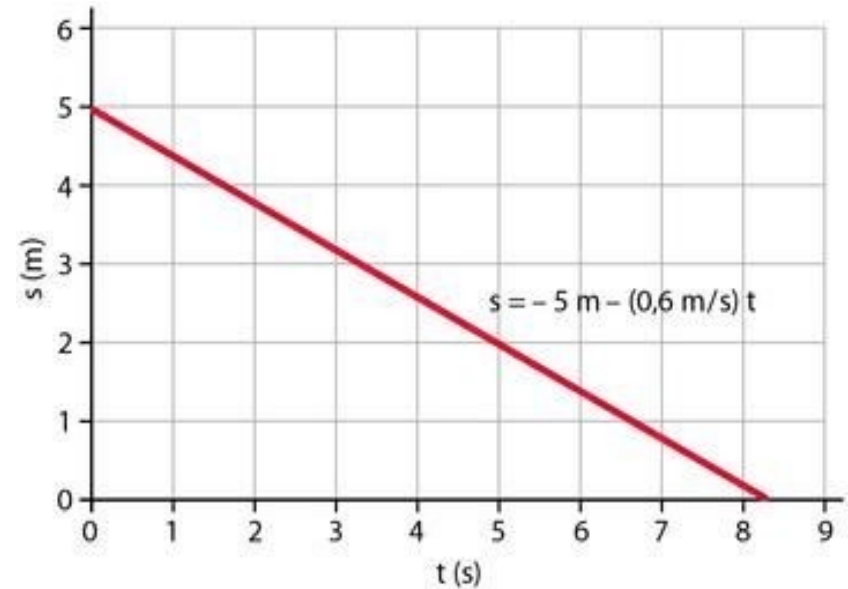
Descrivere e disegnare le seguenti leggi del moto:

$$s = 1 + 0,5t$$

$$s = -5 - 0,6t$$

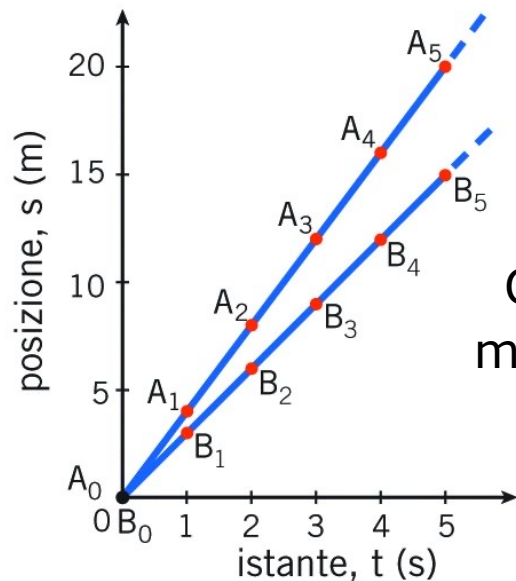


Il punto materiale parte dalla posizione iniziale $s_0 = 1 \text{ m}$ e si sposta in avanti con velocità costante $v = 0,5 \text{ m/s}$.

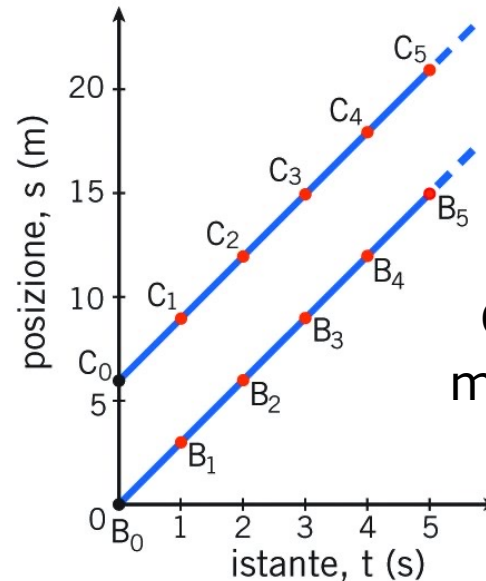


Il punto materiale parte dalla posizione iniziale $s_0 = -5 \text{ m}$ e si sposta all'indietro con velocità costante $v = 0,6 \text{ m/s}$.

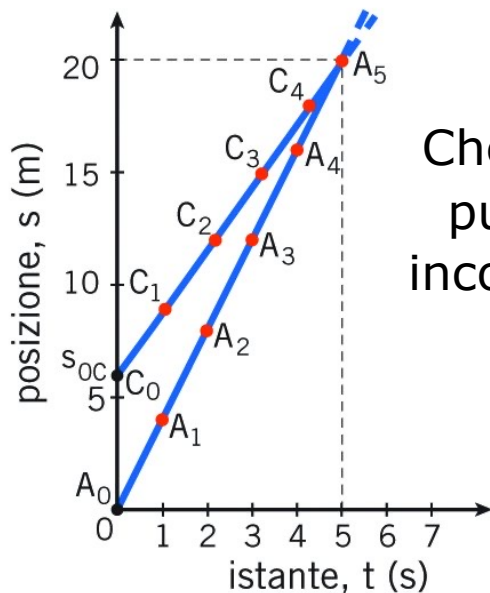
esempi di grafici spazio-tempo



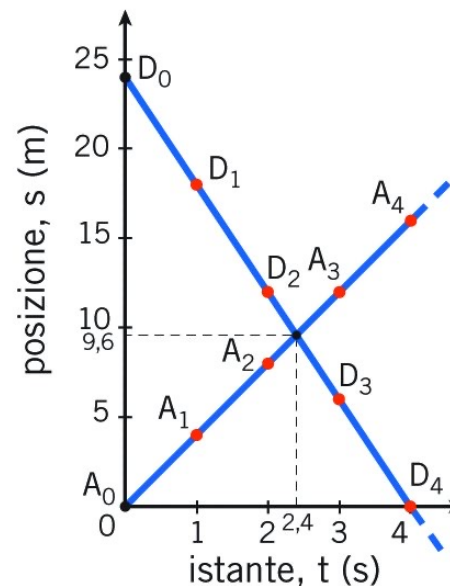
Chi ha velocità maggiore, A o B?



Chi ha velocità maggiore, C o B?

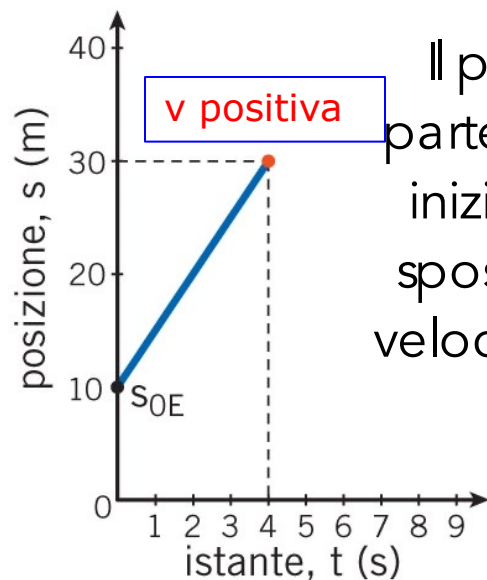


Che succede nel punto in cui si incontrano le due rette?

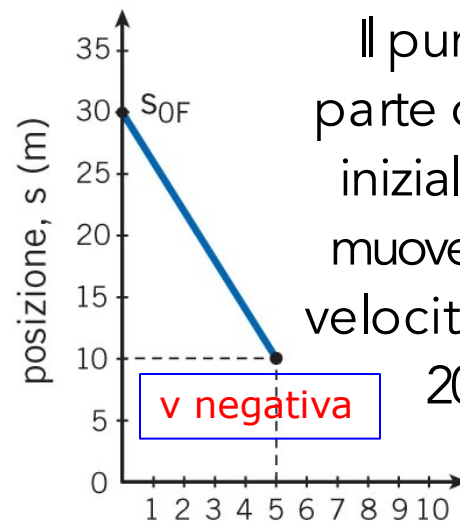


Che succede nel punto in cui si incontrano le due rette?

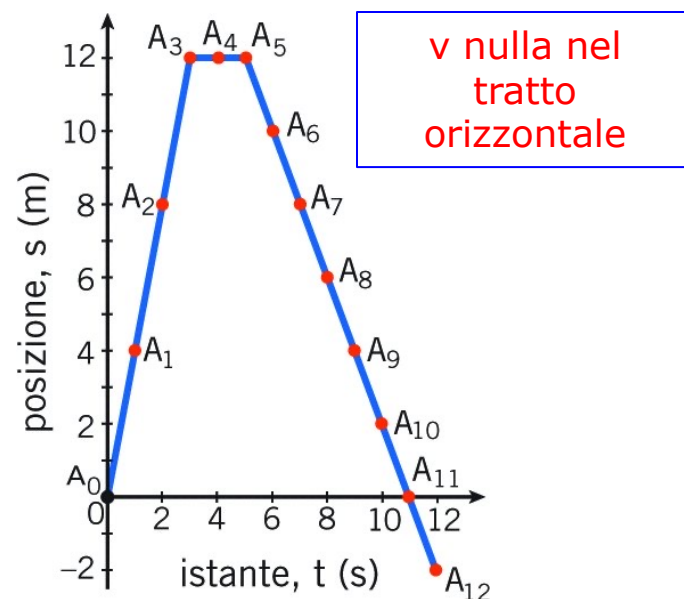
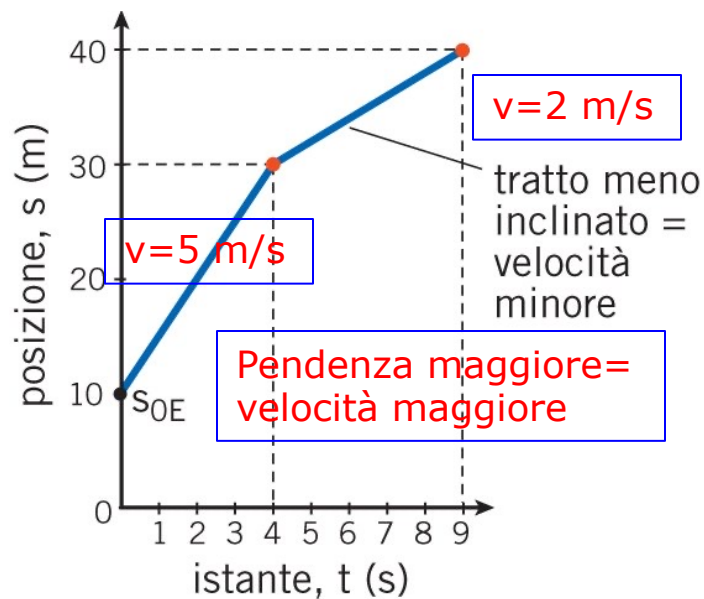
Informazioni sul moto dai grafici spazio-tempo



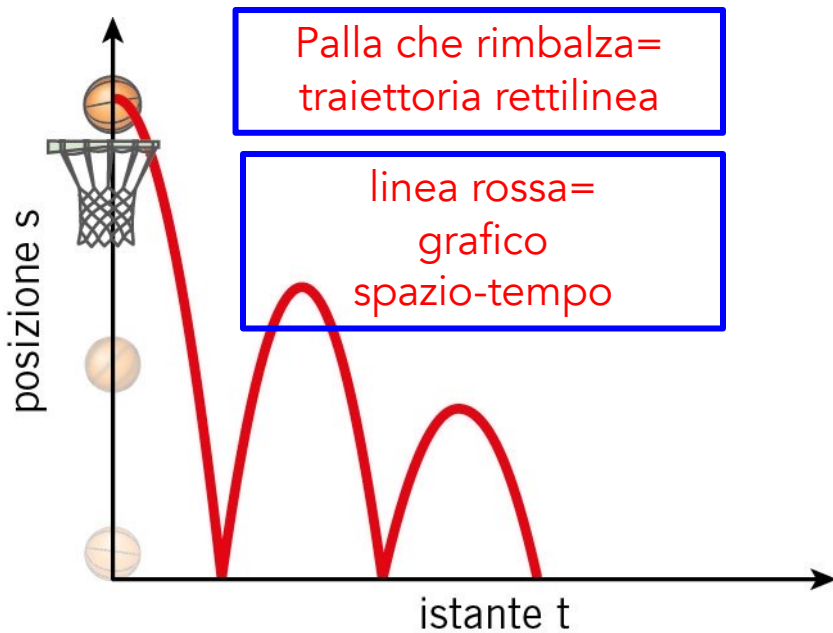
Il punto materiale parte dalla posizione iniziale $s_0 = 10$ m e si sposta in avanti con velocità costante $v = 20/4 = 5$ m/s.



Il punto materiale parte dalla posizione iniziale $s_0 = 30$ m e si muove all'indietro con velocità costante $v = 20/5 = 4$ m/s.

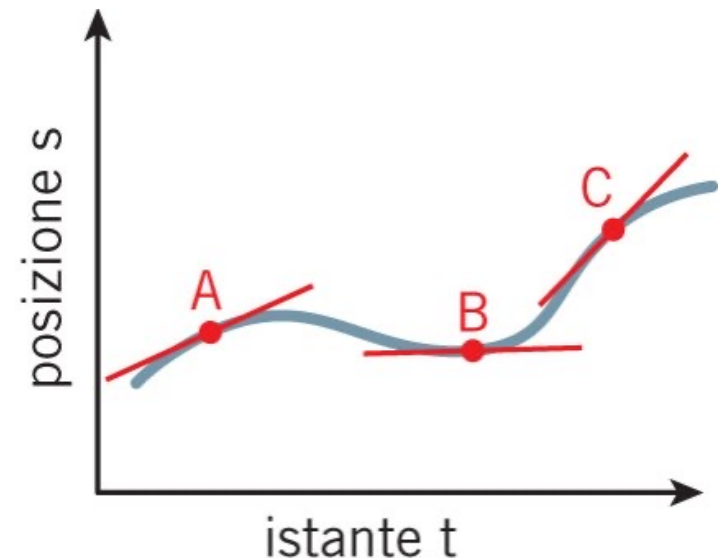


ACCELERAZIONE



Un oggetto in movimento su una traiettoria rettilinea può fermarsi, cambiare velocità, tornare indietro. In questi casi il moto non è uniforme, ma un **moto vario** (velocità non costante).

Infatti la velocità istantanea (pendenza della retta tangente al grafico spazio-tempo nel punto P), varia da punto a punto, quindi non è costante.



ACCELERAZIONE MEDIA

Si definisce accelerazione media a_m di un punto materiale come il rapporto tra la variazione di velocità Δv e l'intervallo di tempo Δt in cui essa avviene.

accelerazione media (m/s^2)

formule inverse

$$\Delta v = a_m \cdot \Delta t \quad \Delta t = \frac{\Delta v}{a_m}$$

$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}$

variazione di velocità (m/s)

$$\Delta v = v_{\text{finale}} - v_{\text{iniziale}}$$
$$\Delta t = t_{\text{finale}} - t_{\text{iniziale}}$$

intervallo di tempo (s)

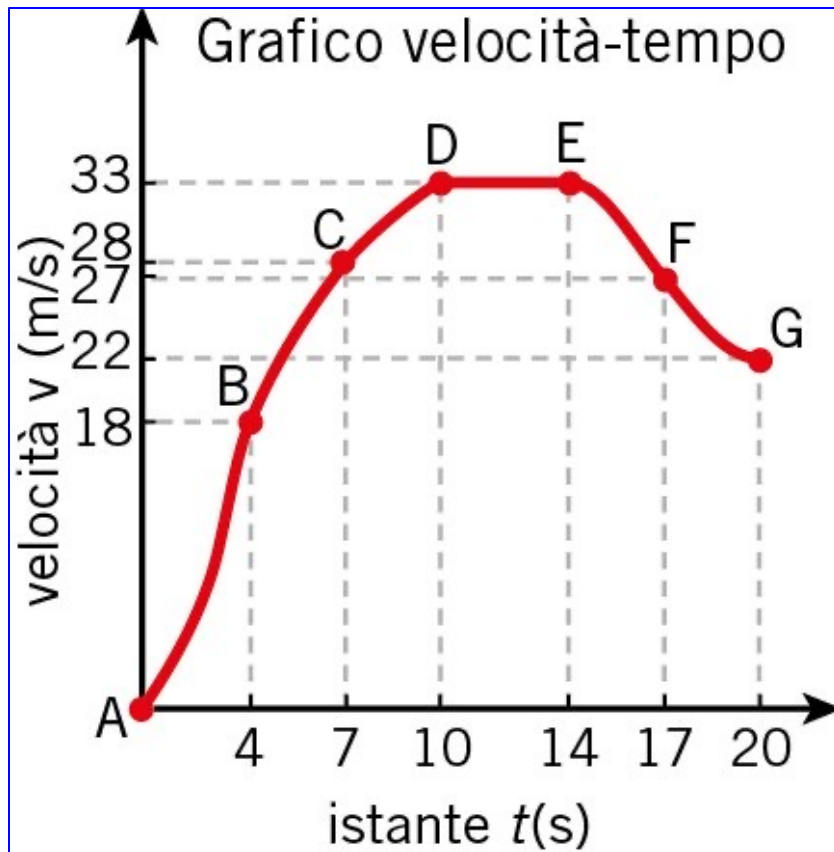
unità di misura: $[m / s^2]$

L'accelerazione media misura la rapidità con cui varia la velocità.

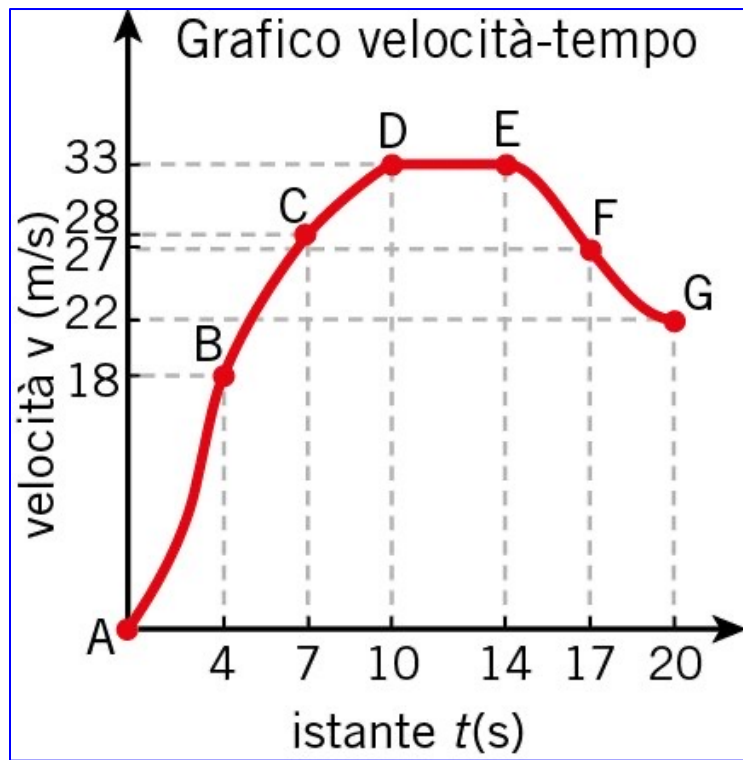
- $a_m = 5 \text{ m/s}^2$ (accelerazione positiva) significa che la velocità di un punto materiale aumenta di 5 m/s ogni secondo.
- $a_m = -5 \text{ m/s}^2$ (accelerazione negativa) significa che la velocità di un punto materiale diminuisce di 5 m/s ogni secondo.

GRAFICO VELOCITA'-TEMPO

Durante un Gran Premio di Formula 1, attraverso la telemetria, si analizza il moto di una macchina, ossia la sua velocità in funzione del tempo. I dati raccolti sono quelli rappresentati su un grafico velocità-tempo.



Un punto del grafico dà informazioni sulla velocità istantanea della macchina (all'istante $t=4$ s l'auto ha una velocità istantanea di 18 m/s).



Dal grafico velocità-tempo ricaviamo alcune caratteristiche qualitative de moto:

1. I tratti più ripidi sono quelli in cui l'accelerazione media è maggiore: nel tratto BC è maggiore di quella nel tratto CD.

$$a_m(BC) = \frac{28 - 18}{7 - 4} = 3,3 \text{ m/s}^2$$
$$a_m(CD) = \frac{33 - 28}{10 - 7} = 1,7 \text{ m/s}^2$$

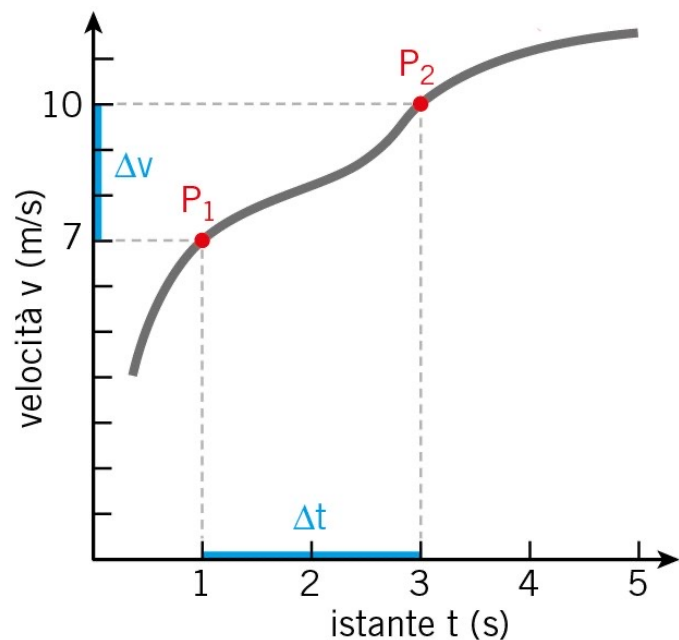
3. Nei tratti inclinati verso il basso la velocità diminuisce e quindi l'accelerazione è negativa:

$$a_m(FG) = \frac{22 - 27}{20 - 17} = -1,7 \text{ m/s}^2$$

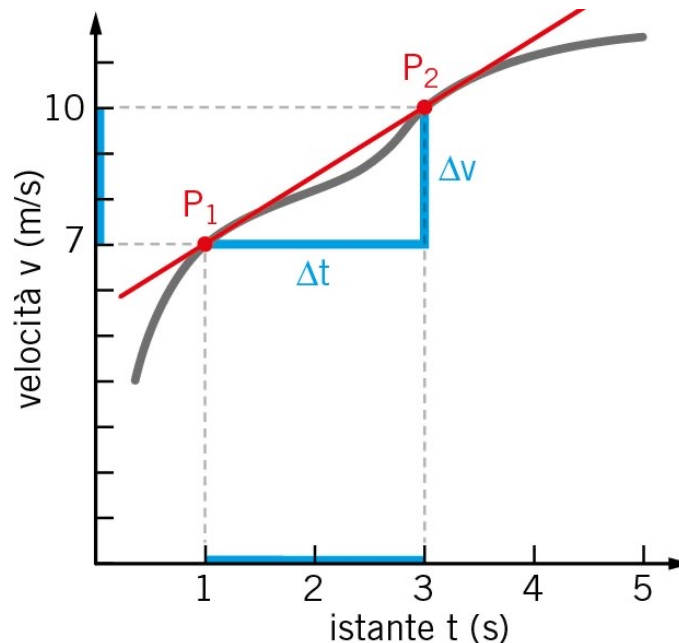
2. Nei tratti orizzontali (DE) la velocità è costante e quindi l'accelerazione nulla.

Se la velocità media è data dalla pendenza della retta nel grafico spazio-tempo, l'accelerazione media da cosa è data nel grafico velocità-tempo?

Tracciamo il grafico velocità-tempo di uno sciatore.

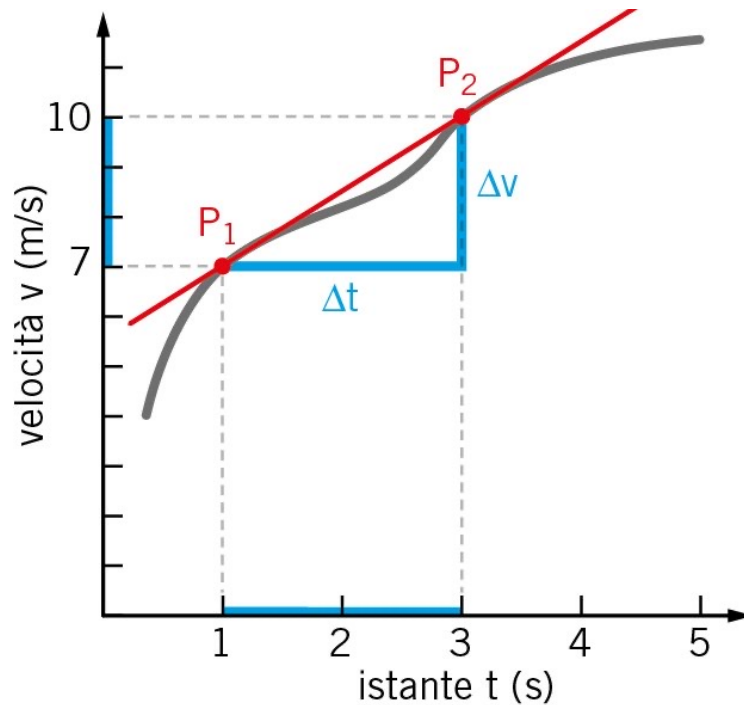


$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10 - 7}{3 - 1} = 1,5 \text{ m/s}^2$$



$$m \text{ (pendenza retta } P_1P_2) = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10 - 7}{3 - 1} = 1,5 \text{ m/s}^2$$

conclusione



Come calcolare
l'accelerazione media dal
grafico velocità-tempo:

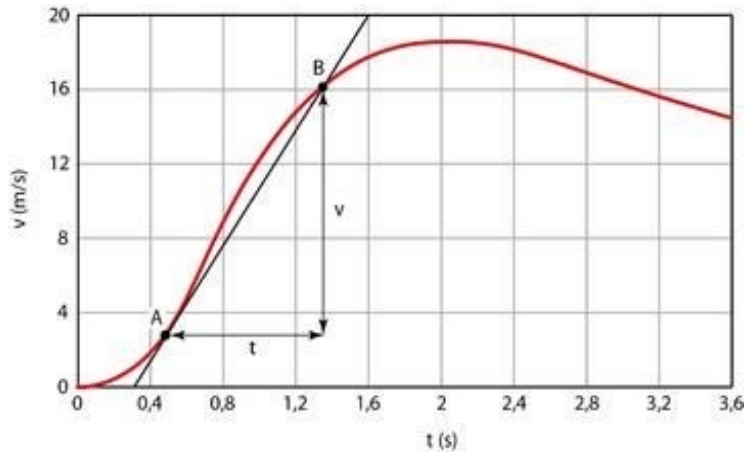
La pendenza m della retta
rappresenta
l'accelerazione media:

$$m = a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

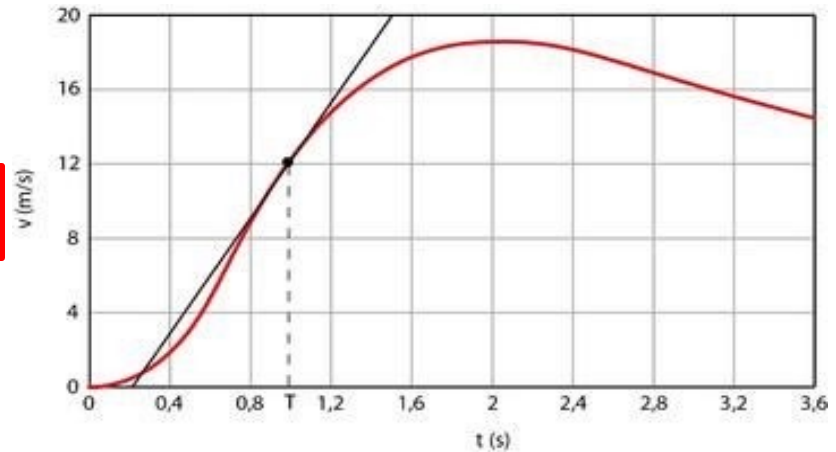
1. Si scelgono due punti (per esempio P_1 e P_2);
2. Si traccia la retta che unisce i due punti;
3. Si calcola la pendenza m della retta

L'ACCELERAZIONE ISTANTANEA

L'accelerazione media calcolata in intervalli di tempo sempre più piccoli, tende a diventare l'accelerazione nell'istante T. Nel grafico velocità-tempo, le secanti tendono a diventare la tangente al grafico nel punto di ascissa T.



$$\Delta t \rightarrow 0$$



L'accelerazione all'istante T è la pendenza della tangente al grafico velocità-tempo nel suo punto di ascissa T.

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$$

MOTO RETTILINEO UNIFORMEMENTE ACCELERATO

Un corpo si muove con moto rettilineo uniformemente accelerato quando si sposta lungo una retta con accelerazione costante.

Ossia, le variazioni di velocità sono direttamente proporzionali agli intervalli di tempo in cui hanno luogo:

$$\frac{y}{x} = \cos t \xrightarrow{a=\cos t} \frac{\Delta v}{\Delta t} = a$$

Pertanto: il grafico velocità-tempo del moto rettilineo uniformemente accelerato è una retta. La pendenza della retta rappresenta la velocità.

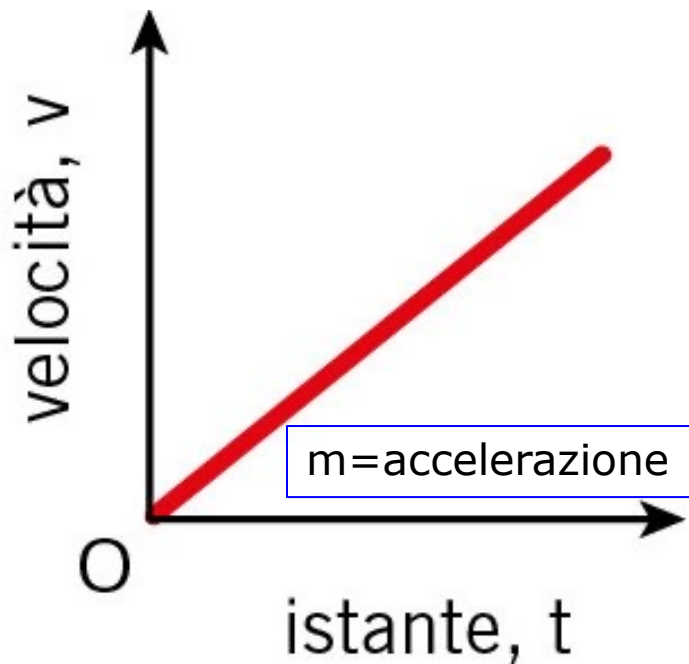


Grafico velocità-tempo per un punto materiale che parte con velocità iniziale nulla ($v_0=0$).

legge velocità-tempo

$$v = f(t) \Rightarrow v = at$$

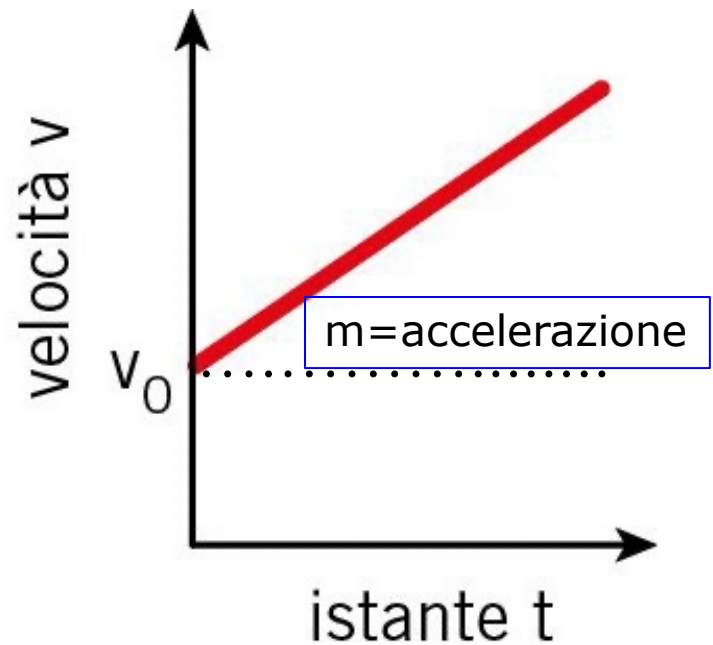
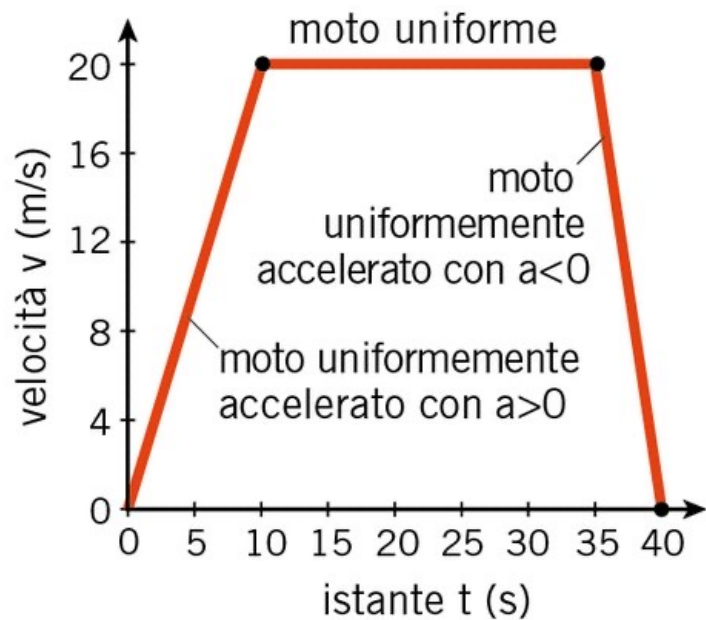


Grafico velocità-tempo per un punto materiale che parte con velocità iniziale v_0 diversa da zero.

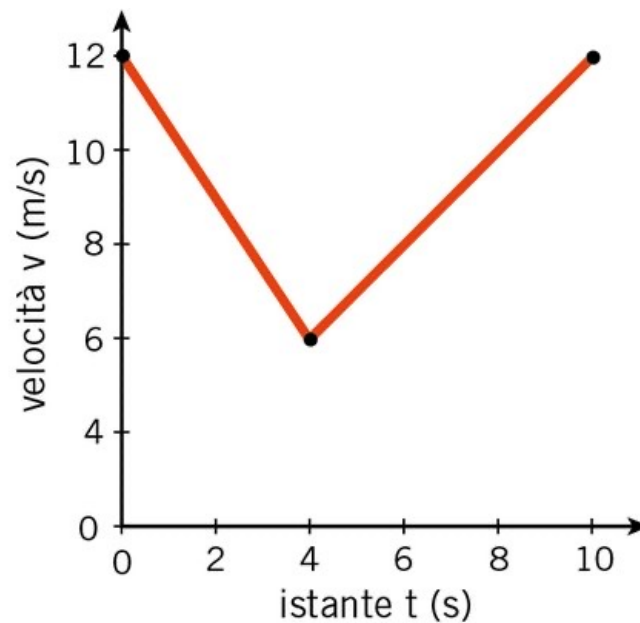
legge velocità-tempo

$$v = f(t) \Rightarrow v = v_0 + at$$

esempi di grafici velocità-tempo

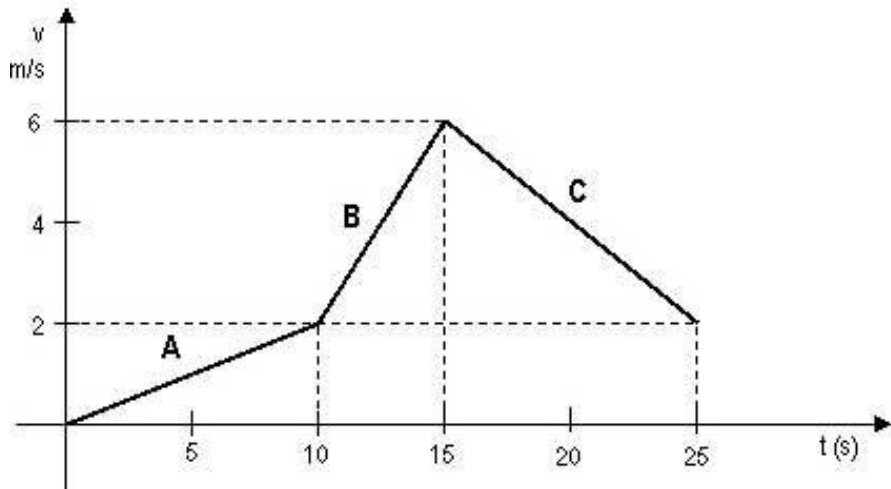


descrivere il grafico



descrivere il grafico

Leggere il seguente grafico velocità-tempo



TRATTO A - Il punto materiale in 10 s passa da 0 m/s a 2m/s e quindi accelera di:

$$a_A = \frac{2-0}{10-0} = 0,2 \text{ m/s}^2$$

TRATTO B - Il punto materiale in 5 s passa da 2 m/s a 6 m/s e quindi accelera di:

$$a_B = \frac{6-2}{15-10} = 0,8 \text{ m/s}^2$$

TRATTO C - Il punto materiale in 10 s passa da 6 m/s a 2 m/s e quindi decelera di:

$$a_C = \frac{2-6}{25-15} = -0,4 \text{ m/s}^2$$

LEGGE ORARIA DEL MOTO UNIFORMEMENTE ACCELERATO

Un corpo che all'istante $t=0$ si trova nella posizione iniziale s_0 con velocità iniziale v_0 e si muove con accelerazione costante a , all'istante t si troverà nella posizione s :

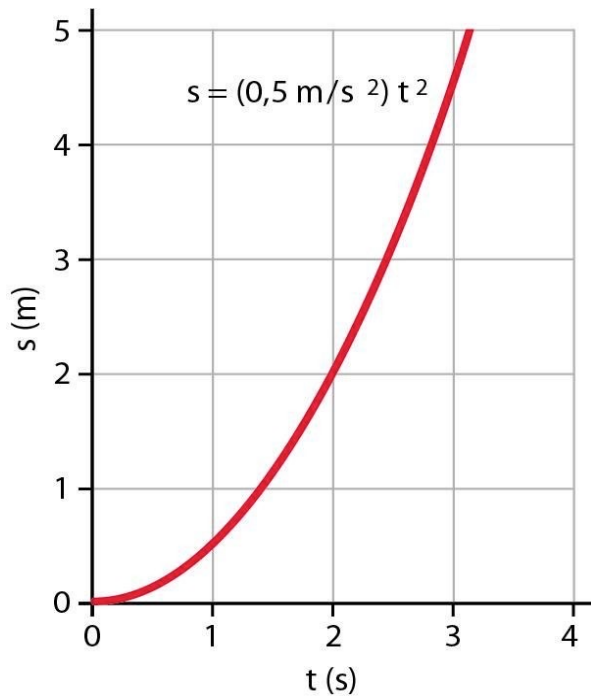
$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

Il grafico spazio-tempo del moto uniformemente accelerato è una parabola

equazione parabola

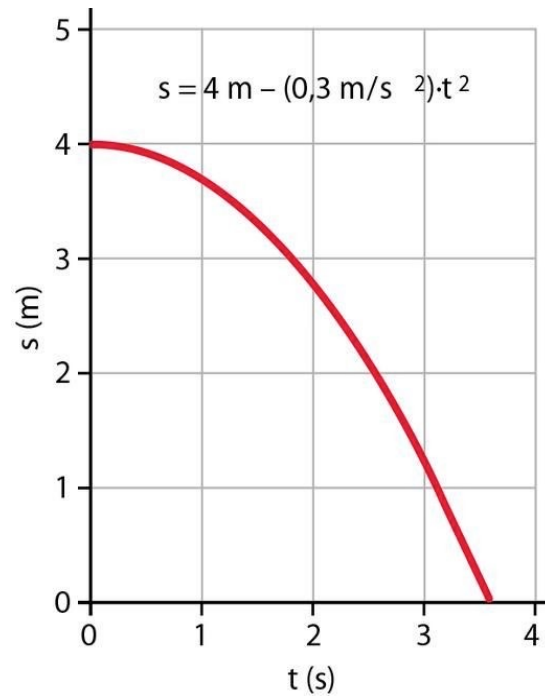
$$y = ax^2 + bx + c$$

$$x^2 \equiv t^2 \quad x \equiv t \quad c \equiv s_0$$



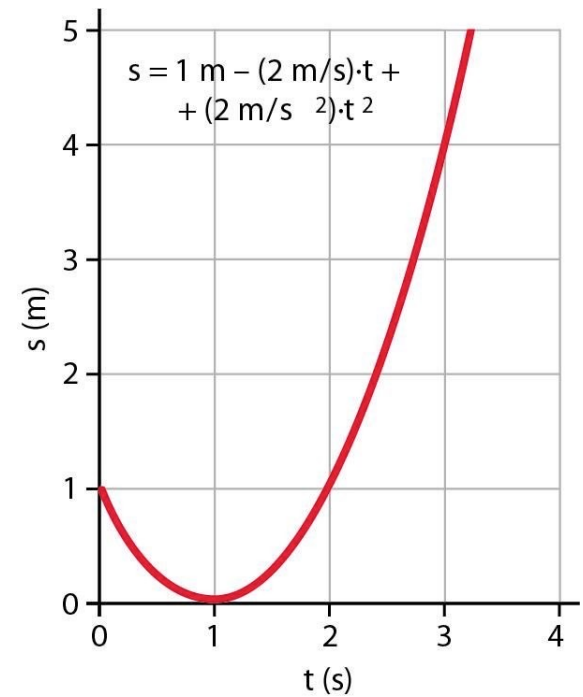
Il punto materiale
dall'origine ($s_0=0$) e
da fermo ($v_0=0$):

$$s = \frac{1}{2} at^2$$



Il punto materiale
parte da una certa
posizione iniziale da
fermo ($v_0=0$) e
decelera ($a<0$):

$$s = s_0 - \frac{1}{2} at^2$$



Il punto materiale parte
da una certa posizione
iniziale, viaggia
all'indietro ($v_0<0$) e
accelera ($a<0$)

$$s = s_0 - v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

Un sasso lasciato cadere da fermo, scende velocemente verso il basso e aumenta continuamente la propria velocità. Al contrario, una foglia o un palloncino pieno d'aria, lasciati cadere dalla stessa altezza, scendono molto più lentamente e spesso seguono un tragitto complicato.

Con una serie di esperimenti che segnano l'inizio della fisica moderna, *Galileo Galilei* (1564-1642) dimostrò che le differenze fra i moti di caduta del sasso e della foglia, dipendono solo dalla resistenza dell'aria.

Ossia, in assenza di aria, la legge che descrive la caduta del sasso, o della foglia, sotto l'azione della gravità, è la stessa.

LEGGE CADUTA DEI GRAVI

Quando la resistenza dell'aria è trascurabile, tutti i corpi cadono con la stessa accelerazione $g=9,8 \text{ m/s}^2$, detta accelerazione di gravità, quindi si tratta di un moto uniformemente accelerato:

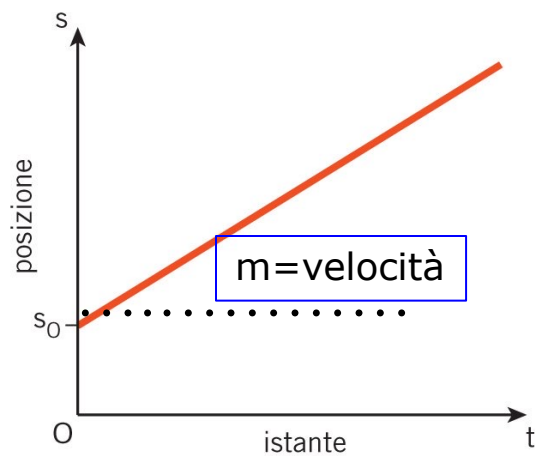
$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$

NOTA BENE

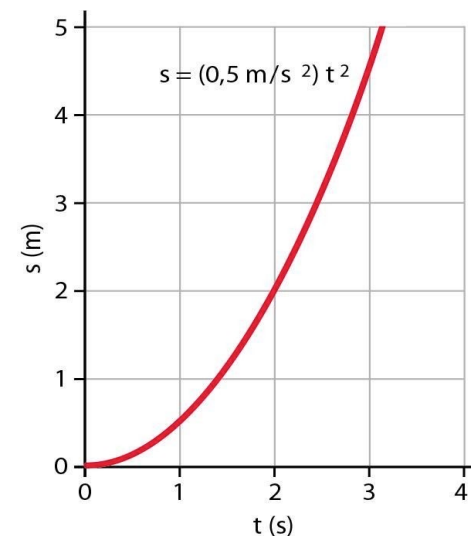
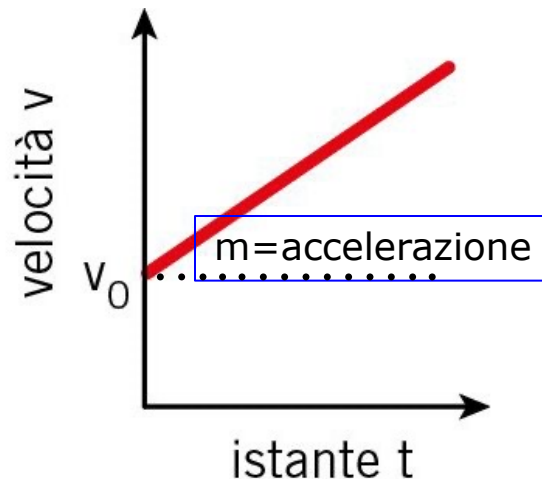
- g va preso positivo se il corpo cade (la velocità aumenta); g è negativo se il corpo è lanciato verso l'alto (la velocità diminuisce);
- il tempo di salita è uguale al tempo di discesa;
- in ogni punto della traiettoria la velocità del corpo ha lo stesso modulo in salita e in discesa.

- Sulla superficie terrestre l'accelerazione di gravità è $g=9,8 \text{ m/s}^2$. Cosa significa? Che un oggetto in caduta libera aumenta la sua velocità di circa 10 m/s ogni secondo.
- Sulla Luna $g=1,6 \text{ m/s}^2$ (circa $1/6$ di quelle terrestre).
- Su Giove $g=26 \text{ m/s}^2$.
- Sul Sole $g=274 \text{ m/s}^2$
- A ogni corpo celeste corrisponde un particolare valore di g .

moto rettilineo uniforme



moto rettilineo uniformemente accelerato



legge del moto

$$s = s_0 + vt$$

legge velocità-tempo

$$v = v_0 + at$$

legge del moto

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

FISICA

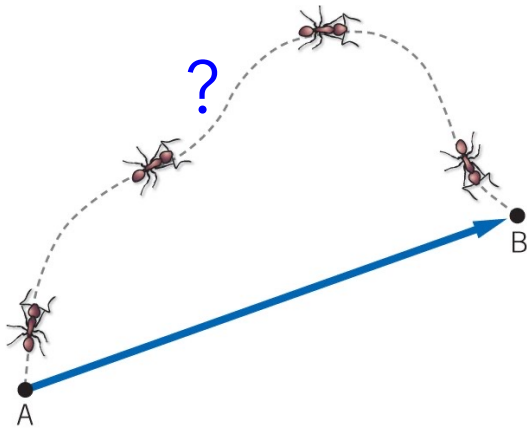
MECCANICA: La Cinematica bidimensionale

*Autore: prof. Pappalardo Vincenzo
docente di Matematica e Fisica*



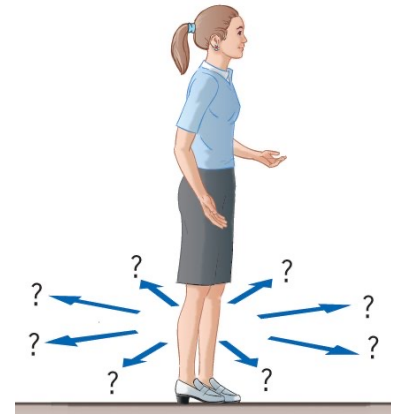
Il moto nel piano

I moti possono svolgersi anche su un piano, in due dimensioni (oltre che nello spazio, tre dimensioni).



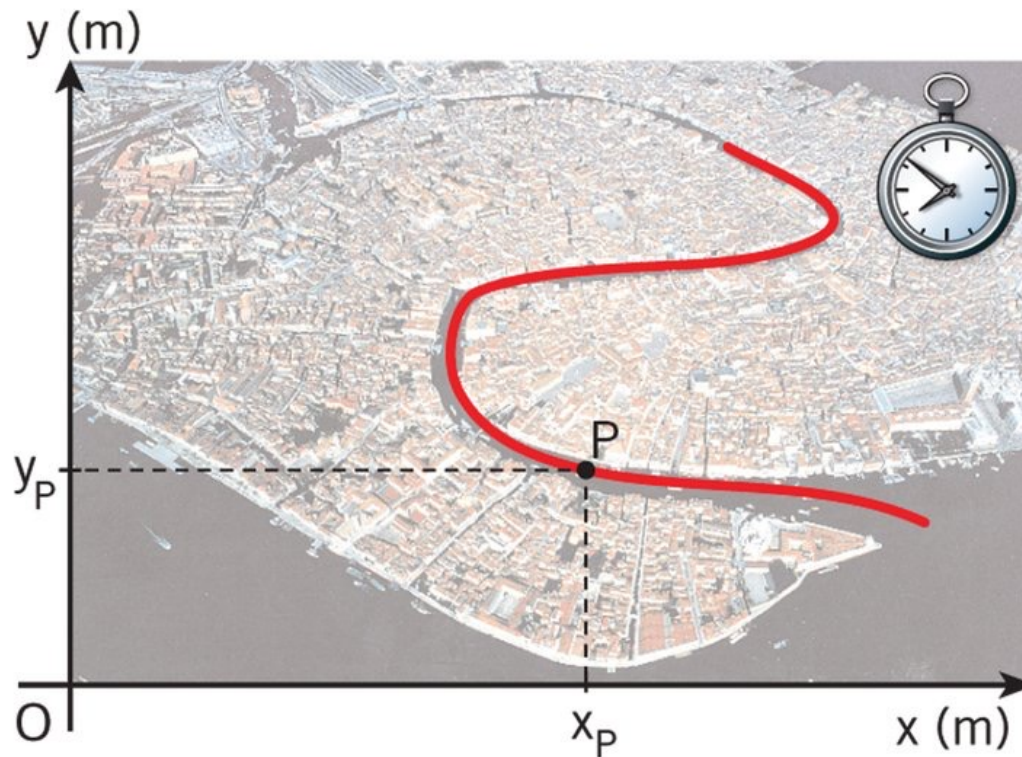
Se lasciamo una formica nella posizione A, dopo un certo tempo la ritroveremo nella posizione B. Si è spostata da A a B (AB vettore spostamento) ma non sappiamo la traiettoria che ha seguito.

Se chiediamo alla ragazza di spostarsi, ci chiederà da che parte dirigersi. Per descrivere il moto della ragazza è necessario dare anche la direzione.

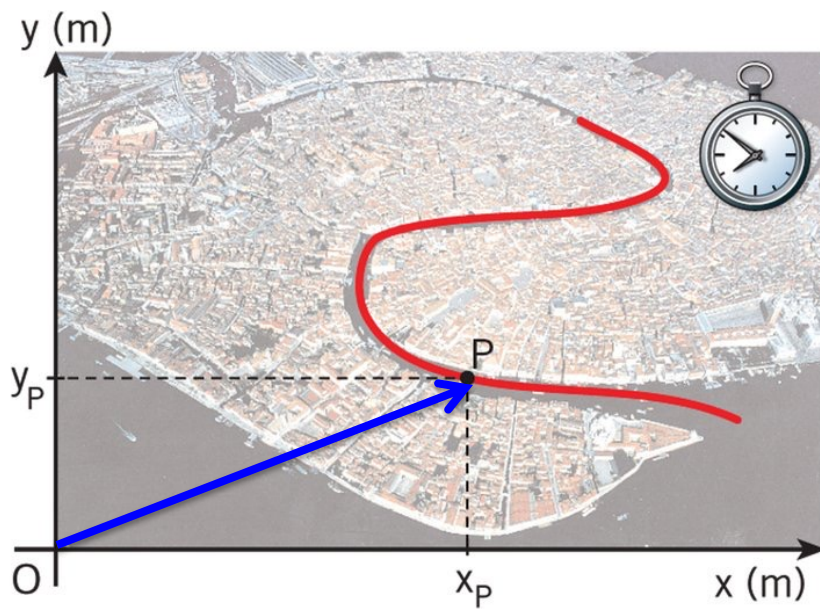


Per descrivere i moti nel piano (o nello spazio) è necessario conoscere **I VETTORI** e la loro algebra.

VETTORE POSIZIONE E VETTORE SPOSTAMENTO



Il moto di una barca P (considerata come un punto materiale) in un canale è un moto nel piano. Per descrivere il moto della barca usiamo un sistema di riferimento cartesiano (un sistema di assi cartesiani (X,Y) per determinare la posizione $P(x_P, y_P)$ e un orologio per determinare il tempo quando si trova in P).

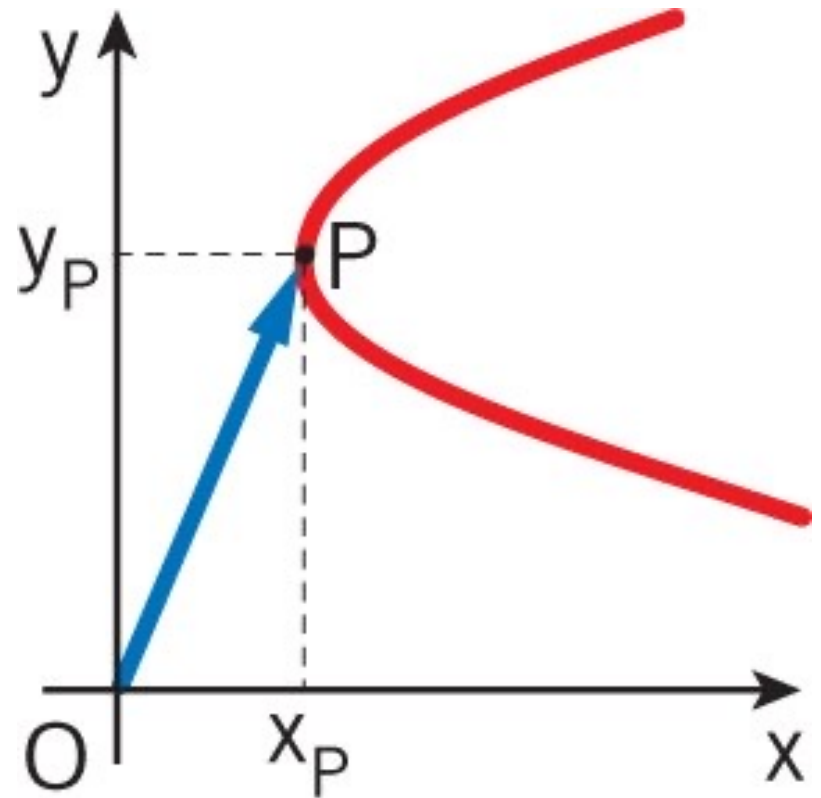


LA TRAIETTORIA della barca
è la linea (rossa) formata
da tutti i punti P occupati al
trascorrere del tempo.

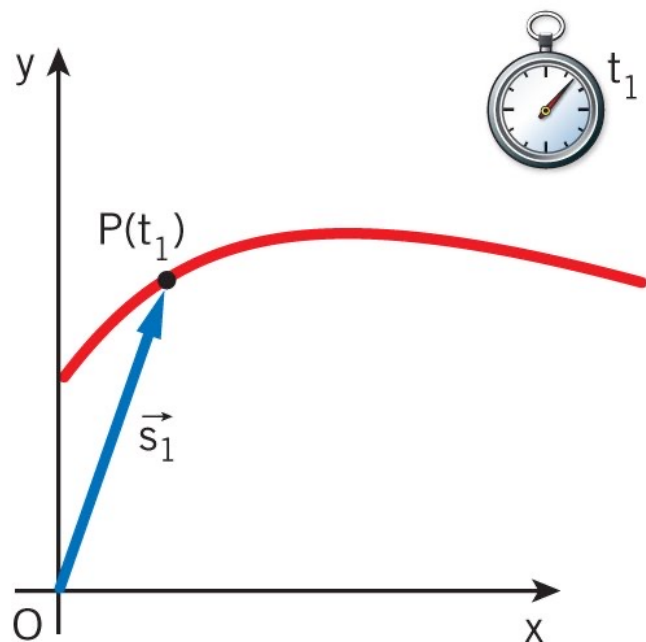
Per individuare la posizione di P
rispetto all'origine del sistema
di riferimento, si usa il vettore
posizione di P rispetto ad O .

IL VETTORE POSIZIONE

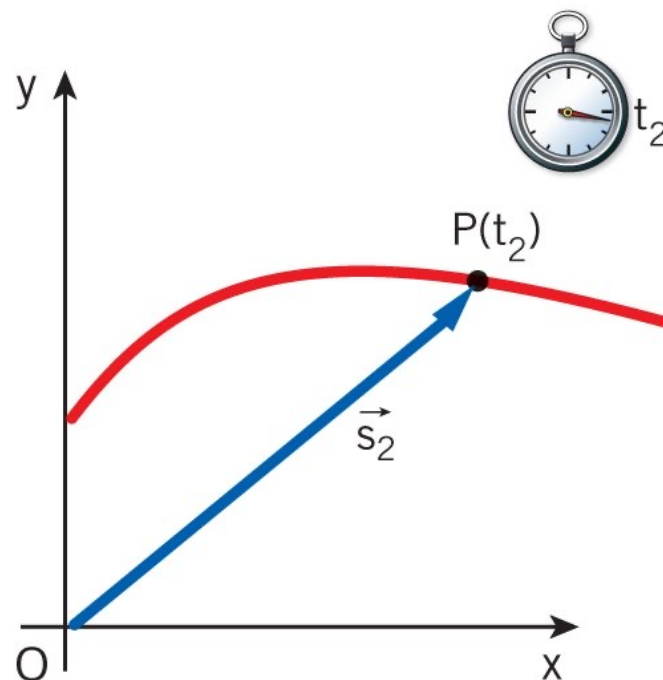
individua il punto P in cui si
trova un oggetto puntiforme.



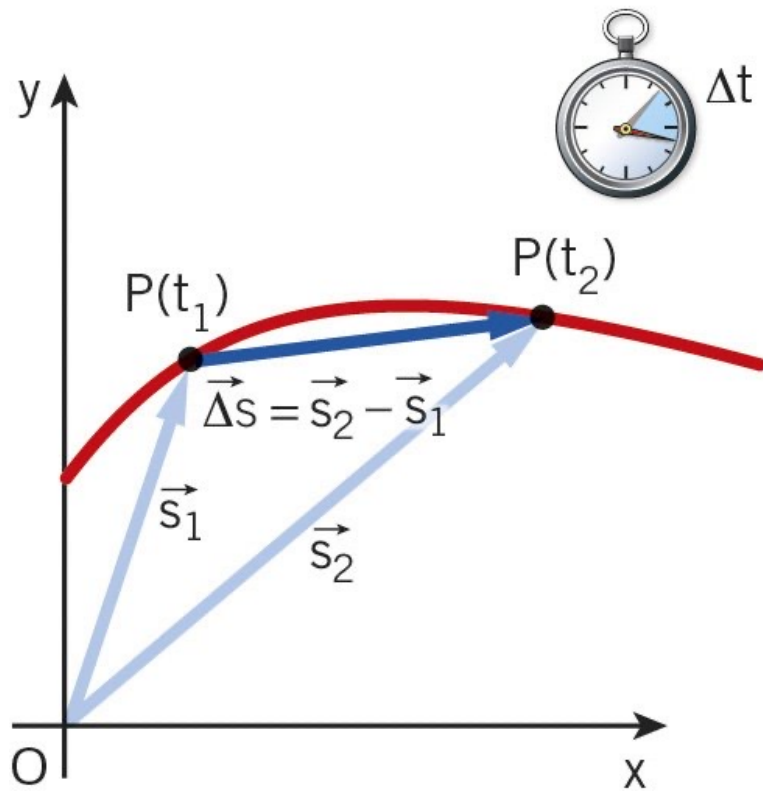
All'istante t_1 la posizione di P sulla traiettoria è descritta dal vettore posizione $\vec{s}_1$.



A un istante successivo t_2 , P occupa una nuova posizione individuata dal vettore posizione $\vec{s}_2$.



Come rappresentiamo lo spostamento $\Delta \vec{s}$ tra i due istanti?
Abbiamo bisogno dell'algebra vettoriale.



Lo spostamento del punto materiale P tra i due istanti è dato dal vettore spostamento $\Delta \mathbf{s}$ definito come la variazione del vettore posizione :

$$\vec{\Delta s} = \vec{s}_2 - \vec{s}_1$$

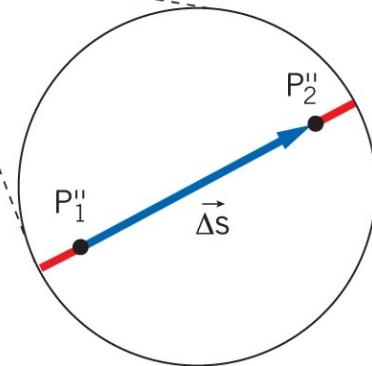
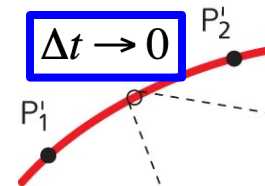
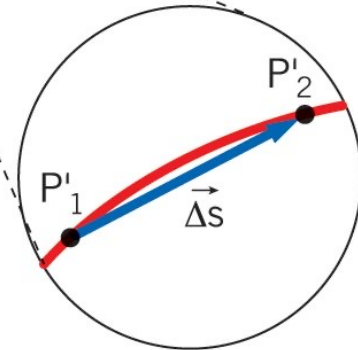
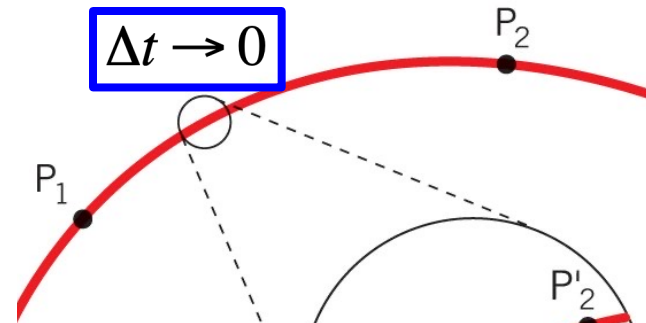
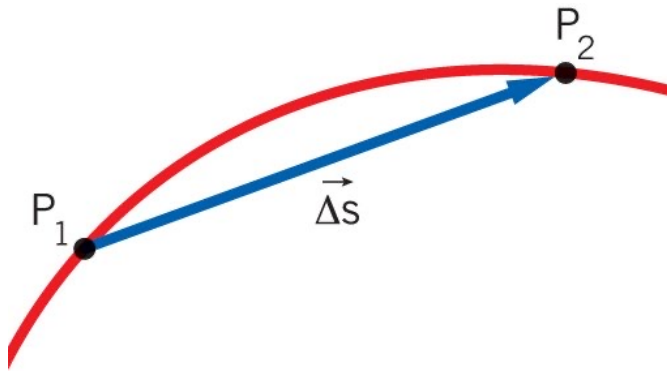
$\Delta \mathbf{s}$ = differenza vettoriale tra i vettori $\mathbf{s}_2$ e $\mathbf{s}_1$.

Il vettore spostamento $\Delta \mathbf{s}$ da le seguenti informazioni:

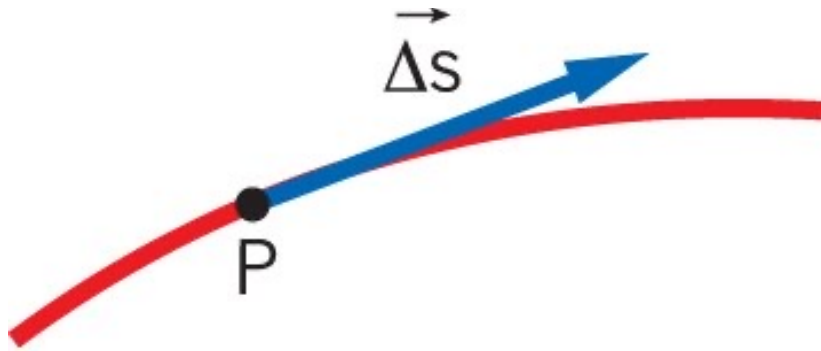
- lungo quale retta è avvenuto lo spostamento di P (direzione di $\Delta \mathbf{s}$);
- qual è il verso del moto (verso di $\Delta \mathbf{s}$);
- quanto è lungo lo spostamento di P (modulo di $\Delta \mathbf{s}$).

Cosa succede al vettore spostamento $\Delta \mathbf{s}$ se l'intervallo di tempo Δt diventa piccolo ($\Delta t \rightarrow 0$) ?

Consideriamo il vettore spostamento $\Delta \mathbf{s}$ di P in un certo intervallo di tempo Δt .



Quando Δt è molto piccolo ($\Delta t \rightarrow 0$), lo spostamento $\Delta \mathbf{s}$ coincide praticamente con la traiettoria.

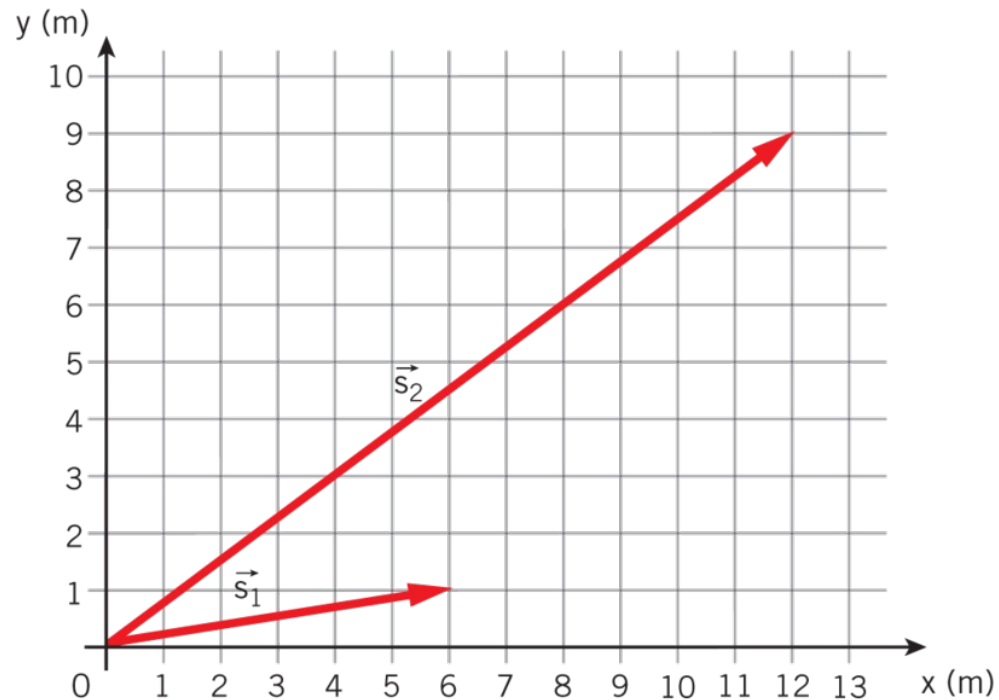


Lo spostamento di un punto materiale P durante un intervallo di tempo molto breve è tangente alla traiettoria nel punto occupato da P.

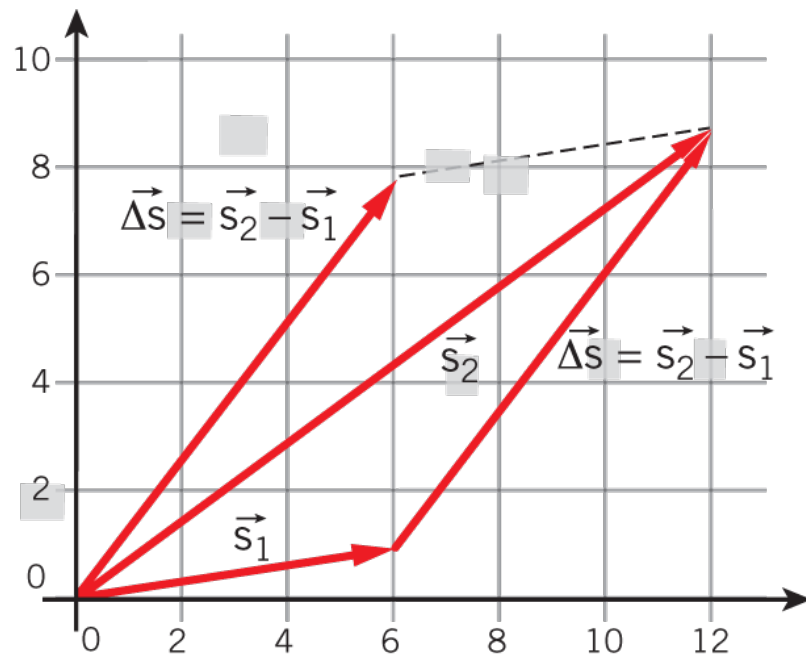
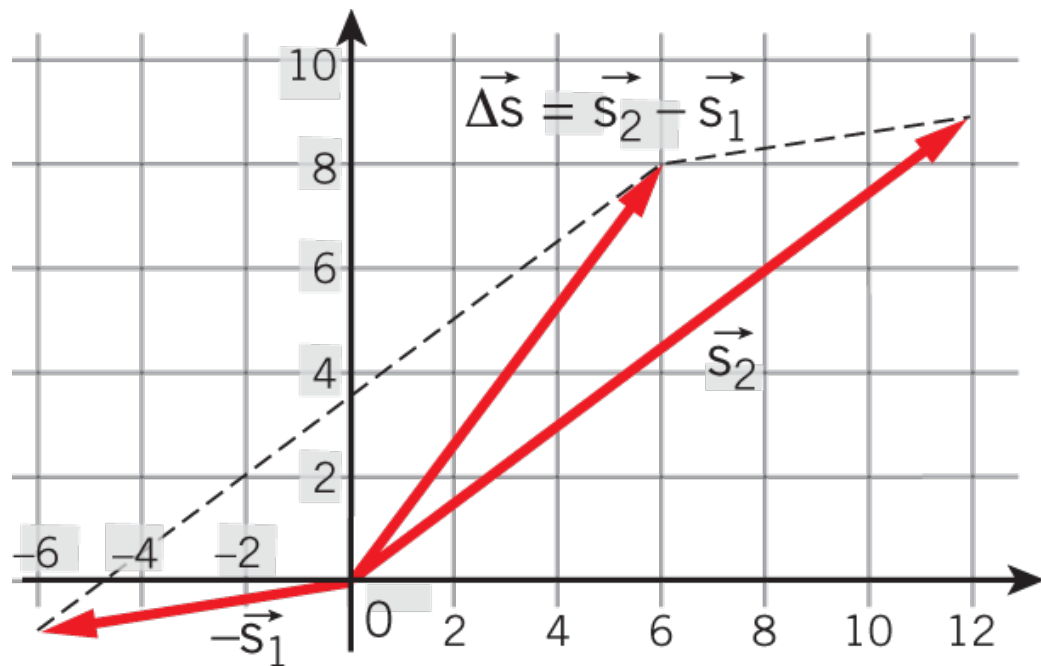
ESEMPIO

Siano dati i vettori posizione $\mathbf{s}_1 = (6; 1)$ e $\mathbf{s}_2 = (12; 9)$.

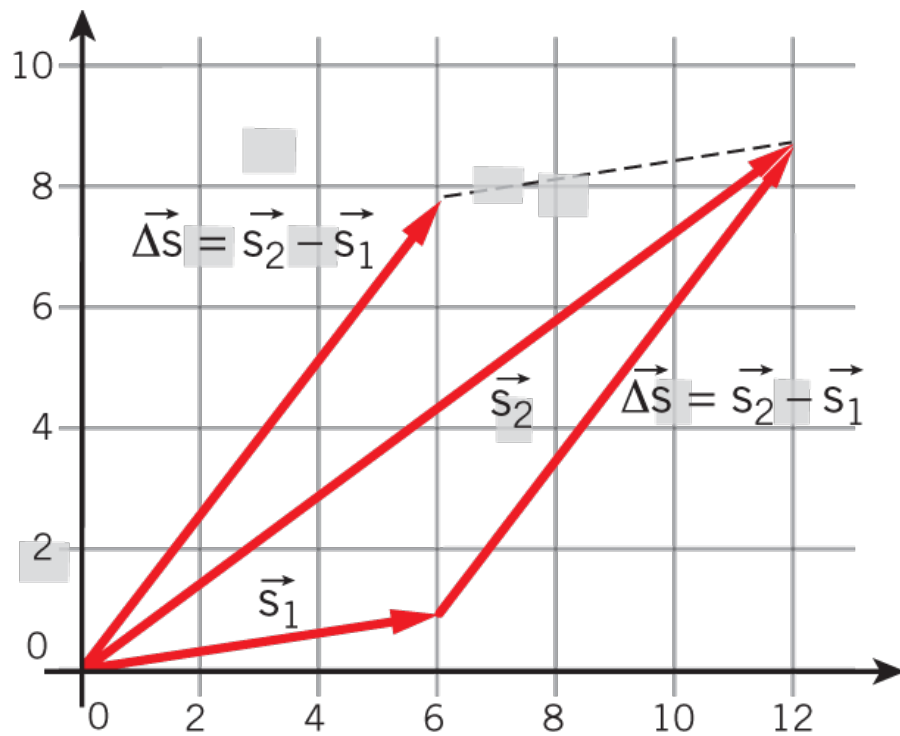
- 1) Disegnare il vettore spostamento $\Delta \mathbf{s} = \mathbf{s}_2 - \mathbf{s}_1$.
- 2) Calcolare il modulo di tale vettore?



Applichiamo l'algebra
vettoriale per
disegnare il vettore
spostamento $\Delta \mathbf{s} = \mathbf{s}_2 - \mathbf{s}_1$



In maniera equivalente



Le componenti di $\Delta \mathbf{s}$ sono:

$$\Delta s_x = 12 - 6 = 6 \quad \Delta s_y = 9 - 1 = 8$$

Modulo e angolo:

$$\Delta s = \sqrt{\Delta s_x^2 + \Delta s_y^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{100} = 10 \text{ m}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\Delta s_y}{\Delta s_x} = \frac{8}{6} = 1,33 \xrightarrow{\text{calcolatrice}} \alpha = 53^\circ$$

Nei moti nel piano, la velocità, essendo un vettore come lo spostamento, è descritta dalle seguenti caratteristiche: *direzione, verso, modulo*.

IL VETTORE VELOCITA' è definito come il rapporto tra il vettore spostamento $\Delta \vec{s}$ e l'intervallo di tempo Δt durante il quale è avvenuto:

$$\begin{aligned}\vec{\Delta s} &= \vec{s}_2 - \vec{s}_1 \\ \Delta t &= t_2 - t_1\end{aligned}$$

$$\vec{v} = \frac{\vec{\Delta s}}{\Delta t}$$

vettore spostamento (m)

vettore velocità (m/s)

tempo impiegato (s)

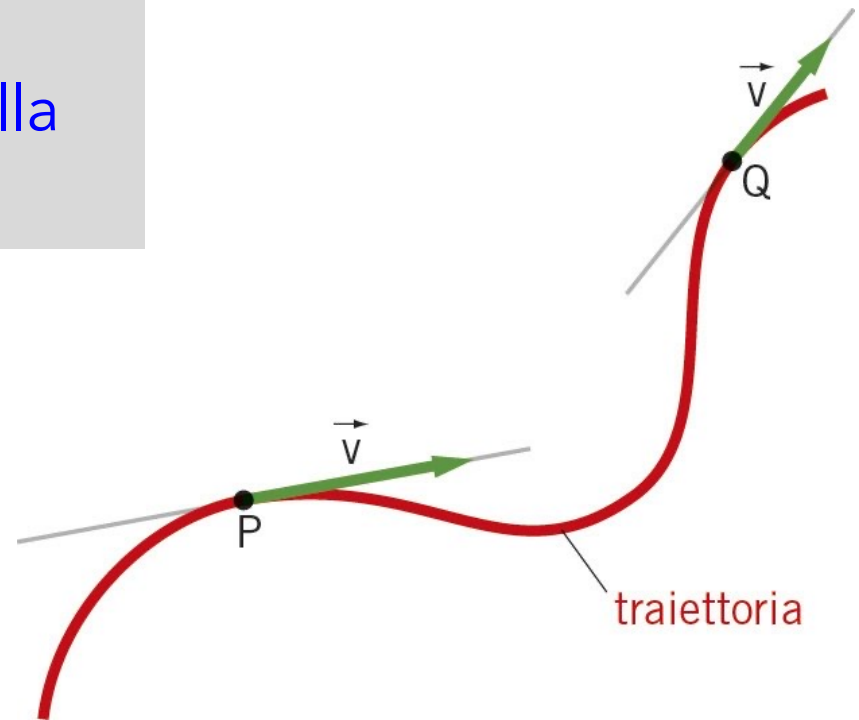
Se Δt è un intervallo di tempo finito, parliamo di velocità media.

Se Δt è un intervallo di tempo infinitesimo ($\Delta t \rightarrow 0$), parliamo di velocità istantanea.

Il vettore velocità $\mathbf{v}$ ha sempre la direzione e il verso del vettore spostamento $\Delta\mathbf{s}$

In particolare:

Il vettore velocità istantanea di un oggetto in un punto P della traiettoria è sempre tangente alla traiettoria in quel punto.

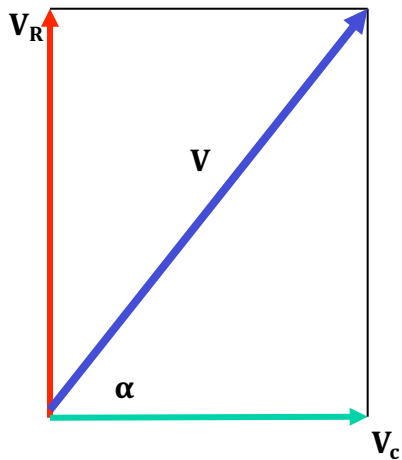


Esempio

Un ragazzo attraversa un fiume con velocità $v_R=5$ km/h. Se la corrente del fiume ha velocità $v_c=3$ km/h, quale sarà la velocità effettiva del ragazzo?

Soluzione

Rappresentiamo il problema dal punto di vista vettoriale.



Il ragazzo si muoverà con una velocità effettiva V che è la risultante tra le velocità V_R e V_C . Il modulo e argomento del vettore V sono dati da:

$$V = \sqrt{V_R^2 + V_C^2} = \sqrt{5^2 + 3^2} = 5,83 \text{ km / h}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{V_R}{V_C} = \frac{5}{3} = 1,67 \xrightarrow{\text{calcolatrice}} \alpha = 59^\circ$$

VETTORE ACCELERAZIONE

Nei moti nel piano, l'accelerazione, al pari della velocità e dello spostamento, è un vettore, e come tale è descritta da: *direzione, verso, modulo*.

IL VETTORE ACCELERAZIONE è definito come il rapporto tra il vettore variazione di velocità $\Delta \vec{v}$ e l'intervallo di tempo Δt durante il quale avviene tale variazione:

$$\begin{aligned}\vec{\Delta v} &= \vec{v}_2 - \vec{v}_1 \\ \Delta t &= t_2 - t_1\end{aligned}$$

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

variazione di velocità (m/s)

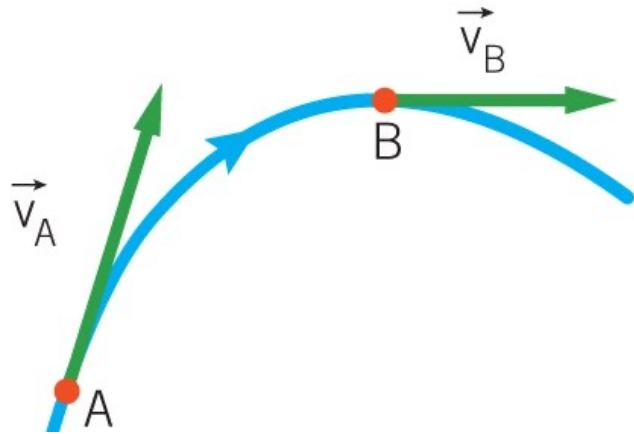
vettore accelerazione (m/s²)

tempo impiegato (s)

Se Δt è un intervallo di tempo finito, parliamo di accelerazione media.

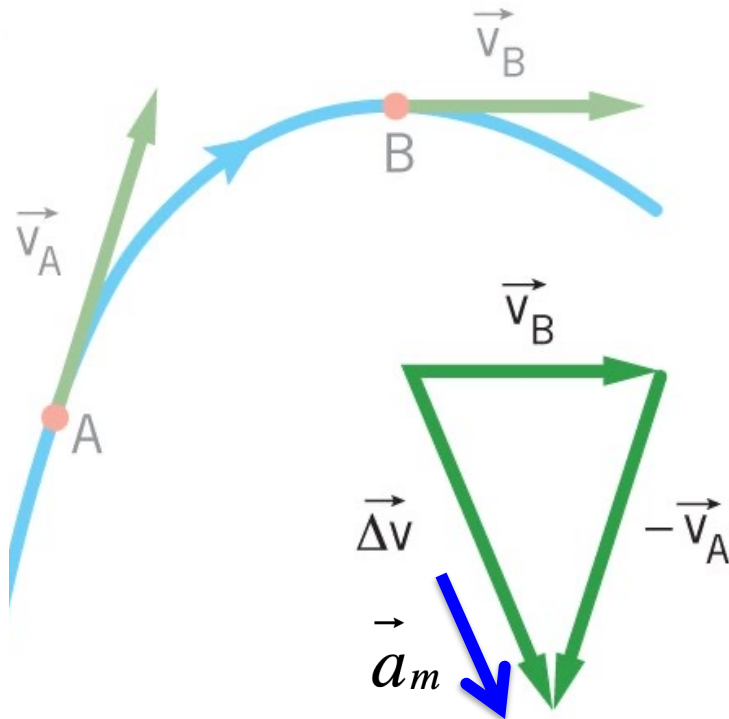
Se Δt è un intervallo di tempo infinitesimo ($\Delta t \rightarrow 0$), parliamo di accelerazione istantanea.

Con l'aiuto dei vettori, determiniamo la direzione del vettore accelerazione.

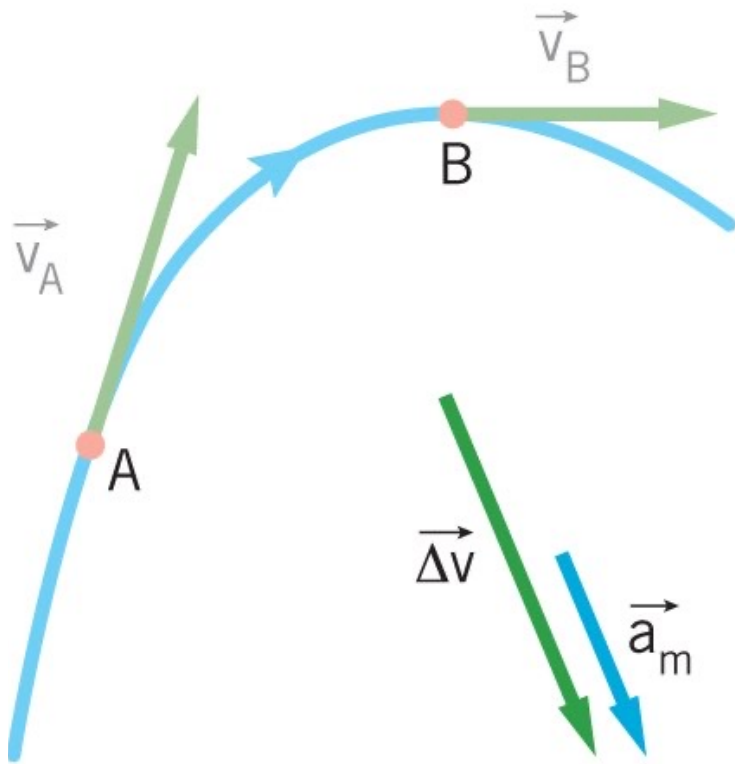


Passando dalla posizione A alla posizione B, la velocità passa da $\mathbf{v}_A$ a $\mathbf{v}_B$.

La variazione di velocità $\Delta \mathbf{v} = \mathbf{v}_B - \mathbf{v}_A$ nel tratto AB è data dalla differenza vettoriale tra i vettori $\mathbf{v}_B$ a $\mathbf{v}_A$



Il vettore accelerazione media $\mathbf{a}_m$ ha sempre la direzione e il verso del vettore $\Delta \mathbf{v}$.



In un moto su una traiettoria curvilinea, il vettore accelerazione è sempre diretto verso l'interno della curva.

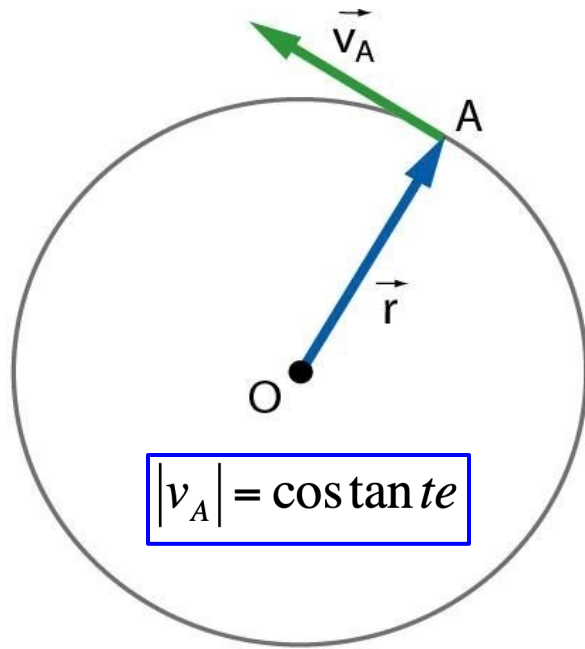
Importante – In un moto curvilineo esiste sempre un'accelerazione, anche quando il modulo della velocità è costante.

Infatti, l'accelerazione è una variazione del vettore velocità, il quale cambia continuamente direzione e verso essendo tangente alla traiettoria curvilinea in ogni suo punto.

C'è una accelerazione tutte le volte che cambia il vettore velocità (perché cambia il suo modulo, la sua direzione o il suo verso).

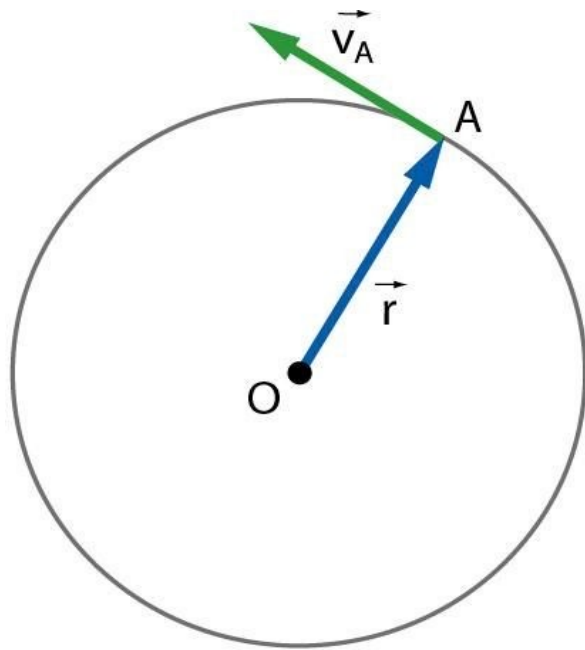
MOTO CIRCOLARE UNIFORME

Un particolare tipo di moto nel piano è il moto circolare uniforme.



Si chiama **moto circolare uniforme** un moto che avviene su una traiettoria circolare in cui il modulo del vettore velocità rimane costante.

Ossia: il punto materiale percorre archi di circonferenza che sono direttamente proporzionali agli intervalli di tempo impiegati (archi uguali in tempi uguali).



Il moto circolare uniforme è un esempio di moto periodico. Quindi è caratterizzato dalle seguenti grandezze fisiche:

periodo T: il tempo che impiega il punto materiale P per fare un giro completo.

frequenza f: il numero di giri completi che P compie in un secondo.

periodo (s)

$$T = \frac{1}{f}$$

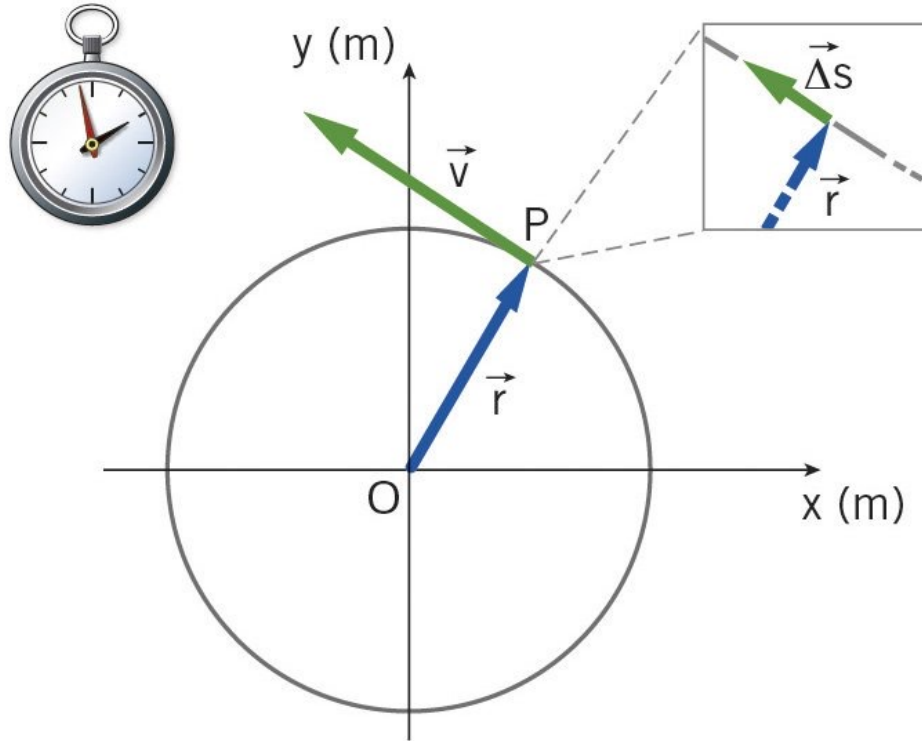
frequenza (Hz oppure s^{-1})

frequenza (Hz oppure s^{-1})

$$f = \frac{1}{T}$$

periodo (s)

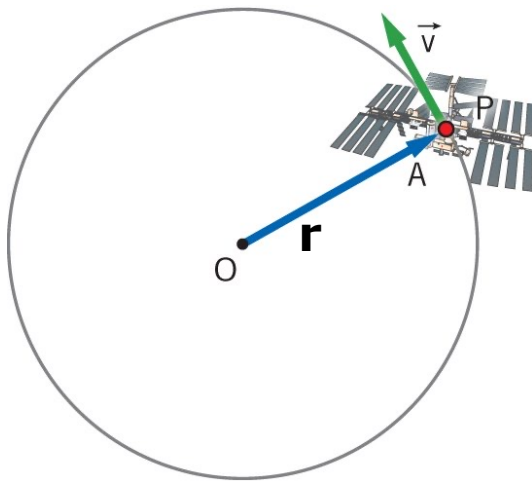
Per descrivere il moto circolare uniforme, scegliamo il seguente sistema di riferimento:



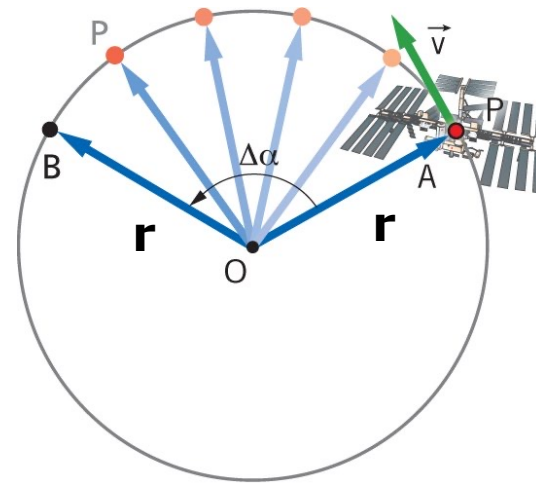
Nel moto circolare uniforme
il vettore velocità
istantanea $\mathbf{v}$ è sempre
tangente alla traiettoria e
perpendicolare al vettore
posizione $\mathbf{r}$. Mentre il suo
modulo è dato da:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\text{lunghezza circonferenza}}{\text{periodo}} = \frac{2\pi r}{T}$$

Un satellite ruota intorno alla Terra. La sua posizione è individuata dal raggio vettore $\mathbf{r}$ (vettore posizione).



Mentre il satellite si muove da A a B, il raggio vettore $\mathbf{r}$ spazza l'angolo $\Delta\alpha = \text{AOB}$.



Si definisce **velocità angolare** ω di un moto circolare uniforme il rapporto tra l'angolo al centro $\Delta\alpha$ e il tempo Δt impiegato dal raggio vettore $\mathbf{r}$ a spazzare tale angolo:

velocità angolare (rad/s)

angolo al centro (rad)

$$\omega = \frac{\Delta\alpha}{\Delta t}$$

intervallo di tempo (s)

Poiché nel moto circolare uniforme gli angoli spazzati dal raggio vettore sono direttamente proporzionali ai corrispondenti intervalli di tempo, la velocità angolare assume la forma:

$$\omega = \frac{\Delta\alpha}{\Delta t} = \frac{\text{angoli in radianti contenuti in una circonferenza}}{\text{periodo}} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

Quindi, la velocità lineare può essere scritta come:

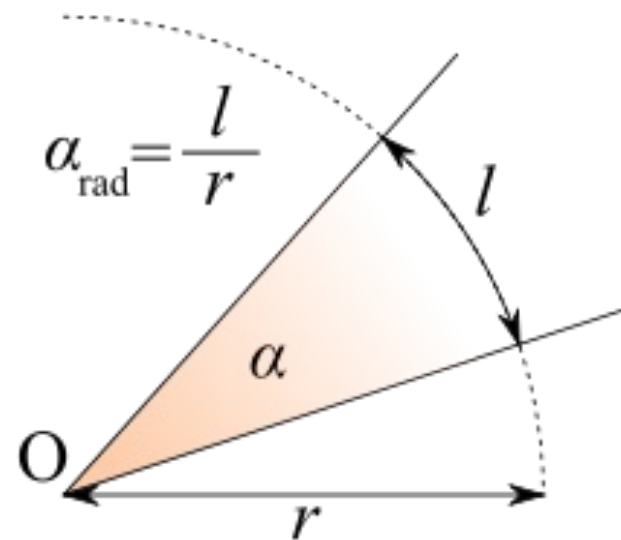
$$v = \frac{2\pi r}{T} \xrightarrow{\omega = 2\pi/T} v = \omega r$$

Visto che la velocità angolare si misura in rad/s, definiamo il radiante come nuova misura degli angoli.

Gli angoli si misurano in gradi. Ma i gradi non seguono il sistema decimale, ma sessagesimale. Per semplificare i calcoli (usare il sistema decimale) si usa il *radiante* come unità di misura degli angoli.

definizione – data una circonferenza, si chiama **radiante** l'angolo al centro che sottende un arco di lunghezza uguale al raggio:

$$\alpha_{rad} = \frac{l}{r} \xrightarrow[\text{allora}]{\text{se } l=r} \alpha_{rad} = \frac{r}{r} = 1 \text{ radiante}$$



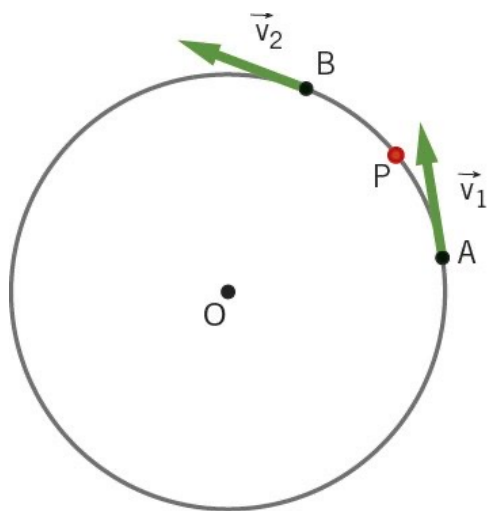
Formule gradi in radianti e viceversa

$$\alpha^{\circ} : \alpha_{rad} = 360^{\circ} : 2\pi \xrightarrow{\text{da cui}} \alpha^{\circ} = \alpha_{rad} \frac{180^{\circ}}{\pi} \quad \alpha_{rad} = \alpha^{\circ} \frac{\pi}{180^{\circ}}$$

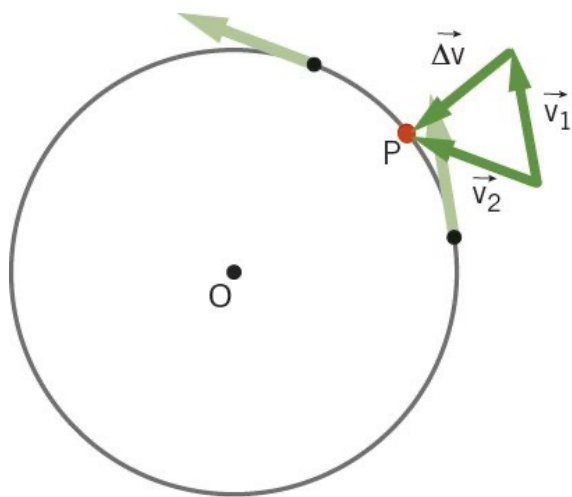
angolo α ($^{\circ}$)	angolo α (<u>rad</u>)
0°	0
30°	$\pi/6$
45°	$\pi/4$
60°	$\pi/3$
90°	$\pi/2$
180°	π
270°	$3\pi/2$
360°	2π

Nel moto circolare uniforme il vettore velocità istantanea, essendo tangente alla traiettoria, varia continuamente. Benché il modulo rimanga costante, verso e direzione cambiano continuamente, per cui deve esistere una accelerazione istantanea, chiamata **accelerazione centripeta**.

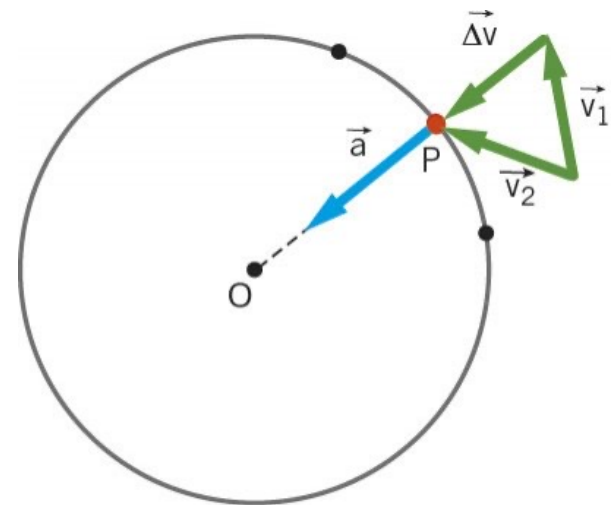
Costruiamo il vettore accelerazione istantanea.



Siano $\mathbf{v}_1$ e $\mathbf{v}_2$ i vettori velocità iniziale e finale, di uguale modulo.

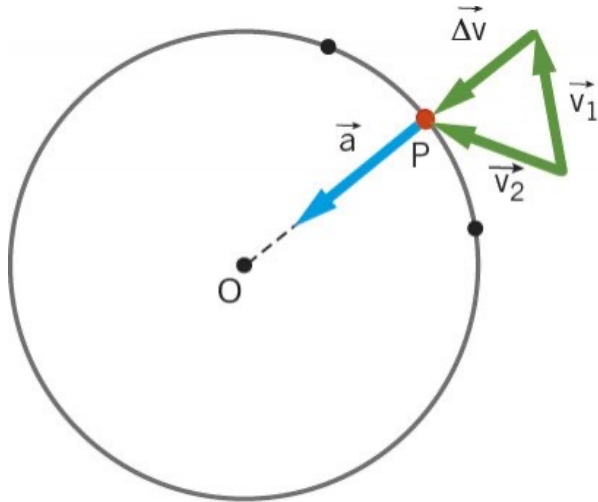


Il vettore variazione di velocità $\Delta \mathbf{v} = \mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1$ è dato dalla differenza vettoriale tra $\mathbf{v}_2$ e $\mathbf{v}_1$



Il vettore $\Delta \mathbf{v}$ è diretto verso il centro della circonferenza

Poiché l'accelerazione **a** è un vettore diretto come la variazione di velocità **$\Delta \mathbf{v}$** , possiamo affermare che:



Nel moto circolare uniforme il vettore accelerazione centripeta è sempre diretto verso il centro della circonferenza. Il suo modulo vale:

modulo dell'accelerazione(m/s²)

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

modulo della velocità (m/s)

raggio della circonferenza (m)

$$v = \omega r$$



modulo dell'accelerazione(m/s²)

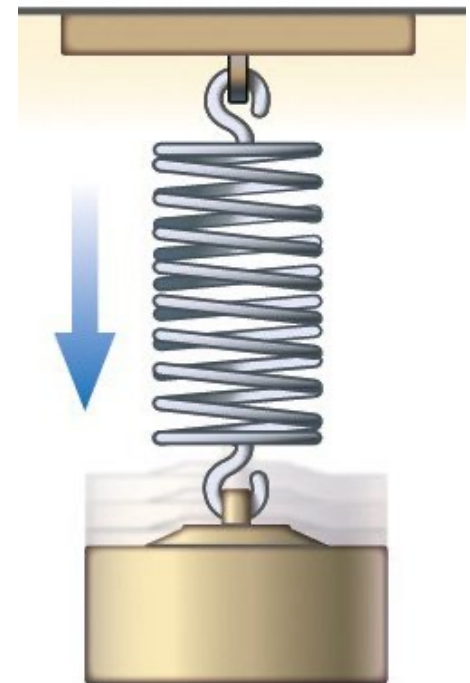
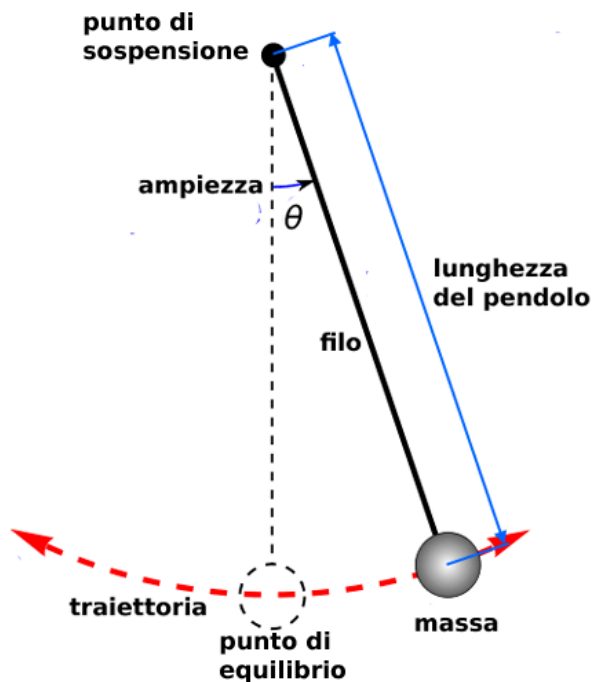
$$a_c = \omega^2 r$$

velocità angolare (rad/s)

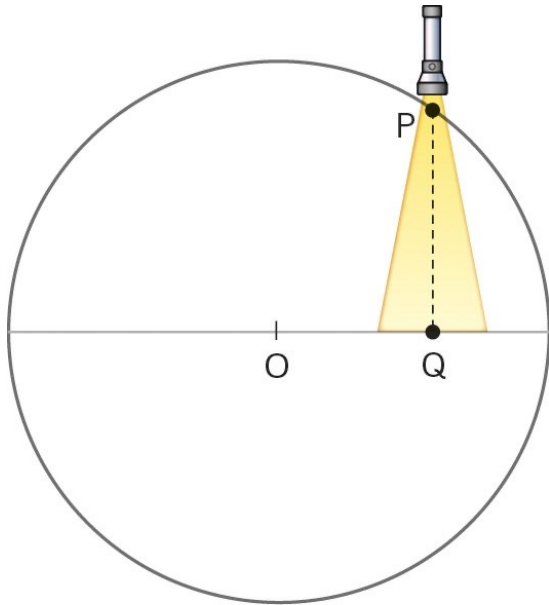
raggio della circonferenza (m)

IL MOTO ARMONICO

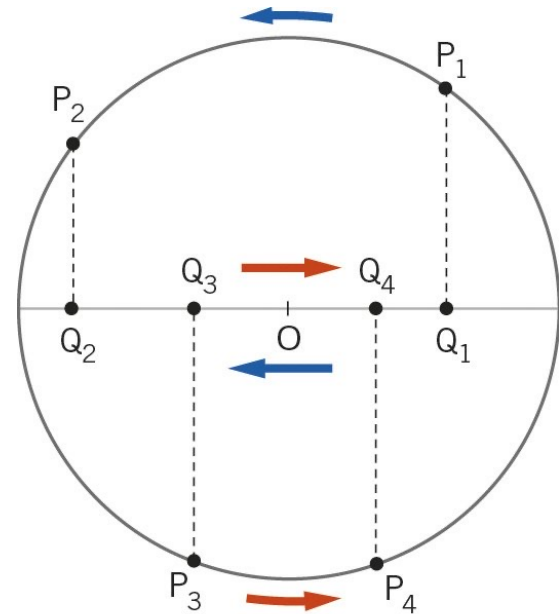
Il moto di un pendolo (o quello di un pesetto appeso a una molla, o quello degli atomi intorno alla loro posizione di equilibrio), in cui la traiettoria del moto è ripetuta diverse volte in versi opposti, è un esempio di moto armonico (è il modello più semplice di moto oscillatorio, in cui si trascurano gli effetti degli attriti che smorzano l'oscillazione).



Si chiama **moto armonico** il movimento che si ottiene proiettando su un diametro le posizioni di un punto materiale che si muove di moto circolare uniforme.

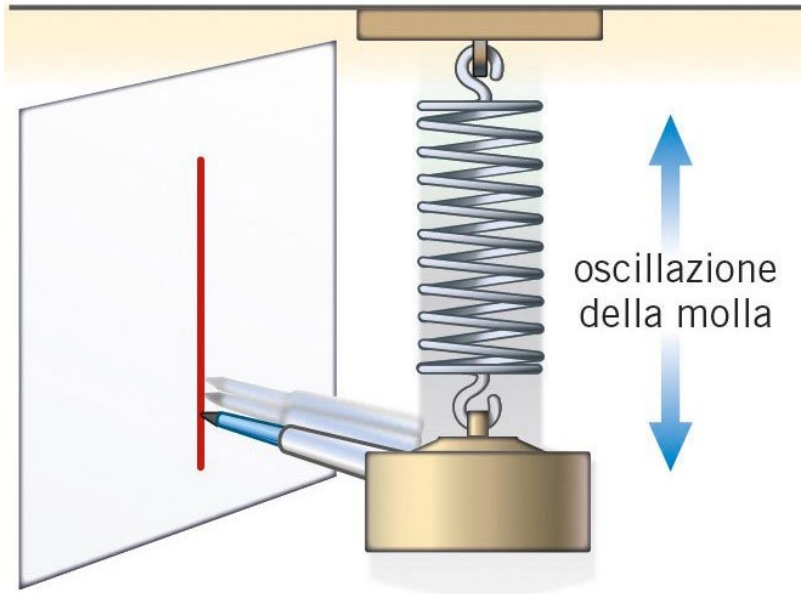


Sia Q la proiezione del punto P sull'asse delle ascisse.

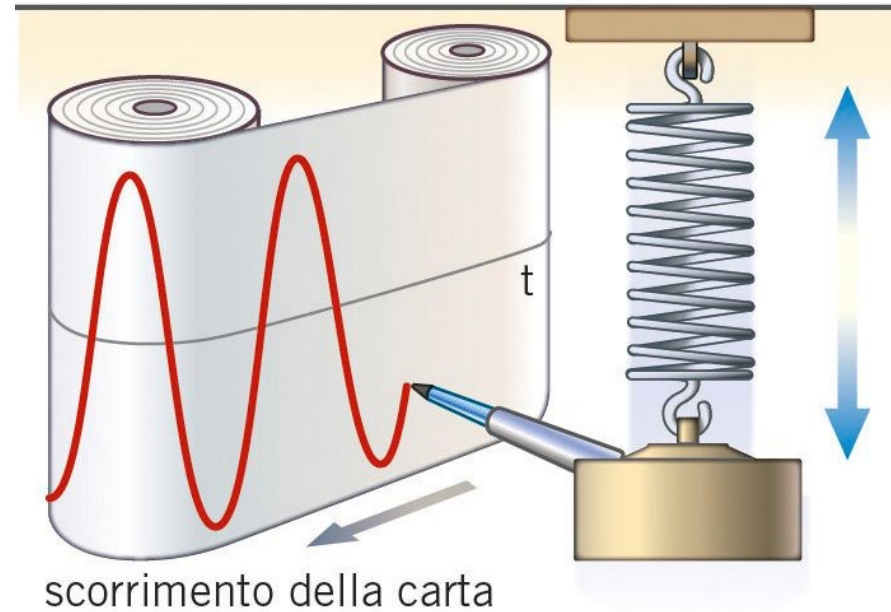


Quando P si muove sulla circonferenza, Q si muove avanti e indietro (moto armonico) sul diametro della circonferenza.

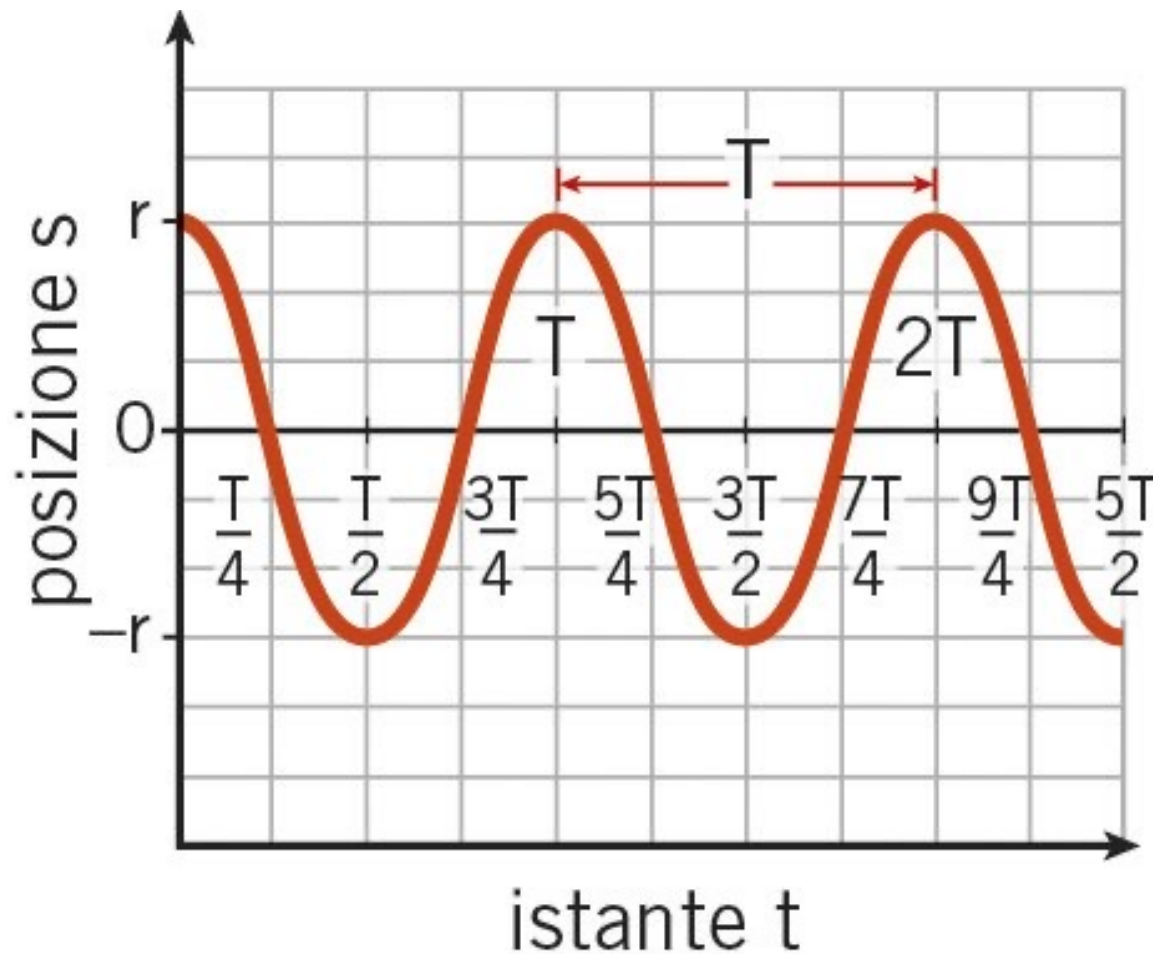
Il grafico spazio-tempo $s=f(t)$ del moto armonico possiamo disegnarlo nel seguente modo.



Quando la molla oscilla (per esempio 10 volte), la penna disegna un segmento ripetuto 10 volte.



Se il foglio viene fatto scorrere a velocità costante, otteniamo un grafico di forma particolare (una cosinusoide).



Il grafico che si ottiene è periodico, ossia composto dalla ripetizione di uno stesso schema di base dopo ogni particolare intervallo di tempo (periodo T).

Il moto armonico è caratterizzato dalle seguenti grandezze fondamentali:

AMPIEZZA – E' la distanza tra il valore massimo della curva da quello centrale dell'oscillazione ed è uguale al raggio della circonferenza che genera il moto armonico.

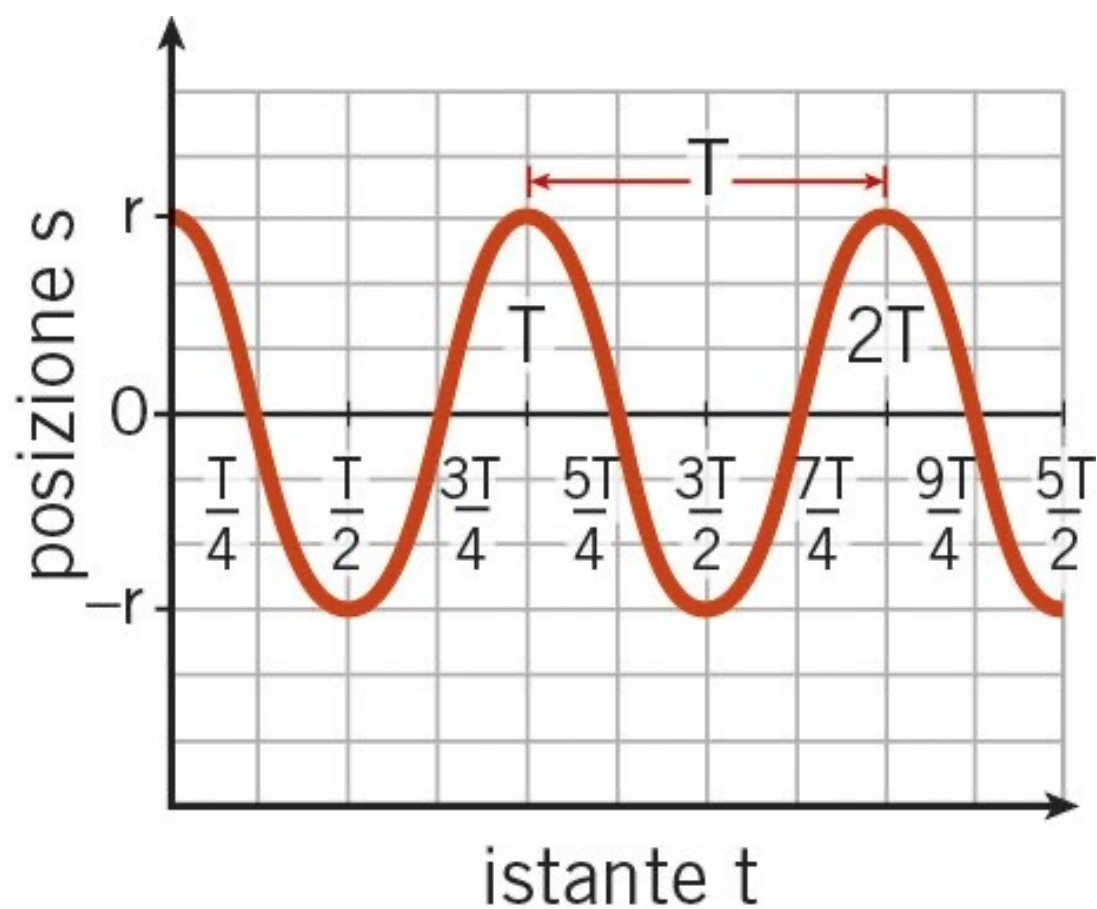
PERIODO – E' la durata di un'oscillazione completa avanti e indietro, ed è dato dall'intervallo di tempo che intercorre tra due massimi consecutivi (o due minimi consecutivi).

FREQUENZA – E' il numero di oscillazioni complete effettuate in un secondo.

The diagram illustrates the relationship between frequency and period. It features two yellow boxes containing the formulas $T = \frac{1}{f}$ and $f = \frac{1}{T}$. Lines connect the variables in these formulas to their respective units: 'periodo (s)' for T and 'frequenza (Hz oppure s⁻¹)' for f .

periodo (s) — $T = \frac{1}{f}$ — frequenza (Hz oppure s⁻¹)

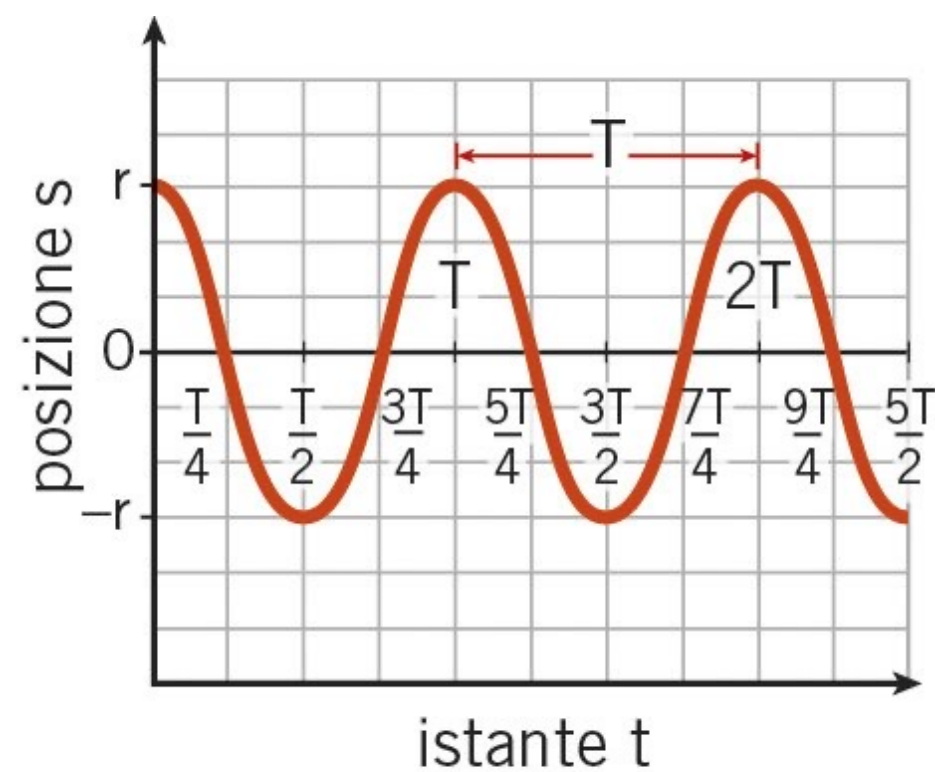
frequenza (Hz oppure s⁻¹) — $f = \frac{1}{T}$ — periodo (s)



La legge del moto $s=f(t)$ che descrive il grafico spazio-tempo (cosinusoide) è la seguente:

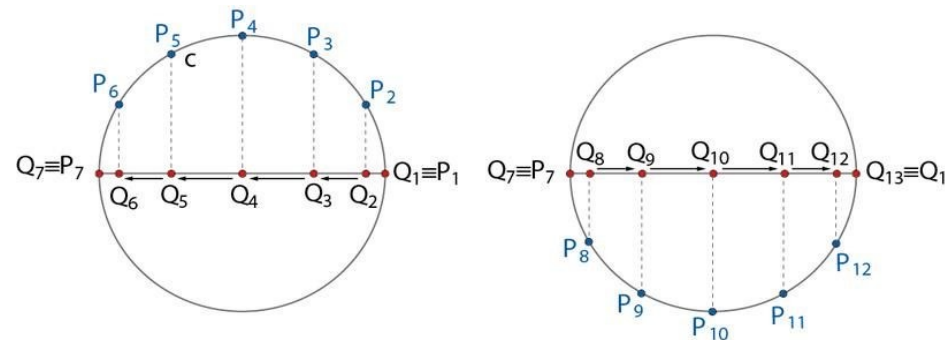
$$s = r \cos \omega t$$

r e ω = raggio e velocità angolare del moto circolare uniforme che genera il moto armonico.



Commentiamo il grafico:

- $t=0$: il corpo è nel punto Q_1 di massimo spostamento positivo ($s=r\cos 0=r$);
- $T/4$: il corpo è nel punto centrale Q_4 ($s=r\cos \pi/2=0$);
- $T/2$: il corpo è nel punto Q_7 di massimo spostamento negativo ($s=r\cos \pi=-r$);
- Dopo $T/2$ il corpo ritorna indietro;

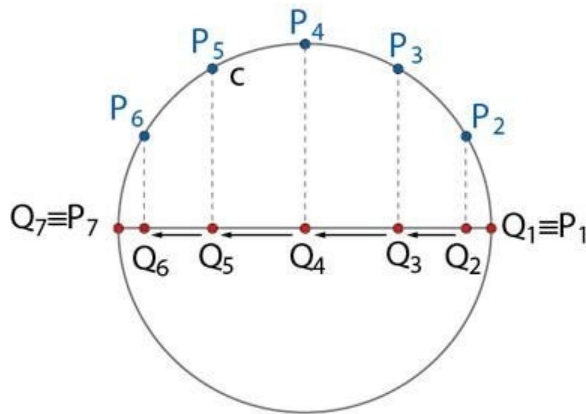


- Dopo T il corpo è di nuovo in Q_1 ($s=r\cos 2\pi=r$) e l'oscillazione ricomincia con le stesse caratteristiche di quella precedente.

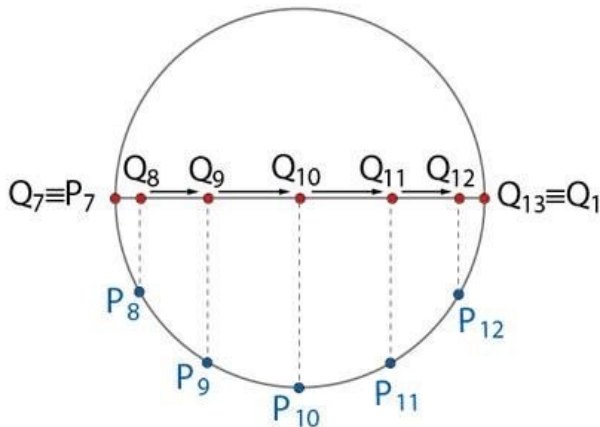
La traiettoria di un punto materiale che si muove di moto armonico è un segmento. Quindi **il moto armonico è un moto rettilineo**.

Però **non si tratta di un moto uniforme**, perché il valore della velocità cambia continuamente.

Vediamo perché:

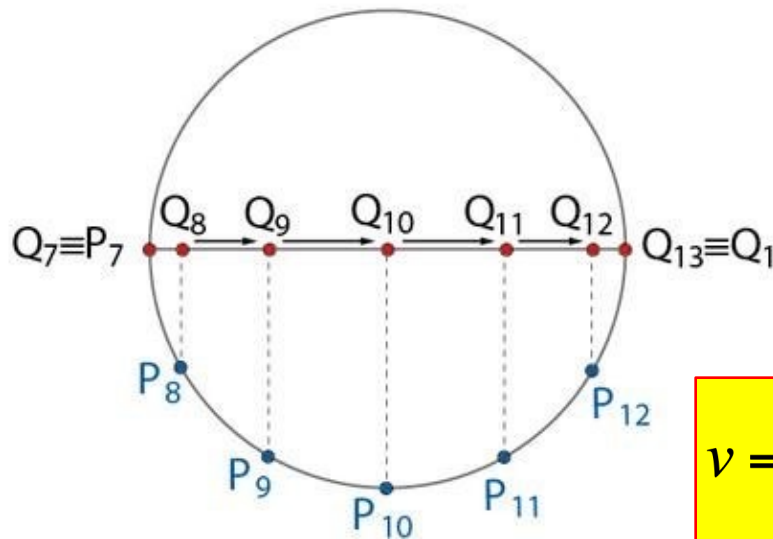
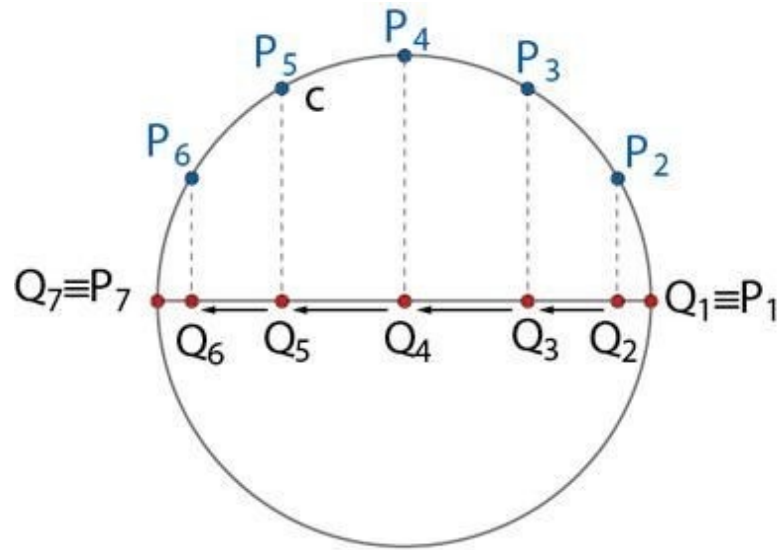


Il punto P è disegnato a intervalli di tempo uguali, durante i quali percorre archi uguali.



Invece si nota che, negli stessi intervalli di tempo, il punto Q che segue il moto armonico non percorre distanze uguali.

Per la precisione:



- 1) Nelle zone centrali il moto armonico è più rapido (velocità maggiore) e percorre distanze maggiori in tempi uguali;
- 2) Agli estremi il moto armonico è più lento (velocità minore) e percorre distanze minori negli stessi tempi;
- 3) Nei punti di inversione del moto la velocità istantanea del punto è nulla.

legge velocità istantanea

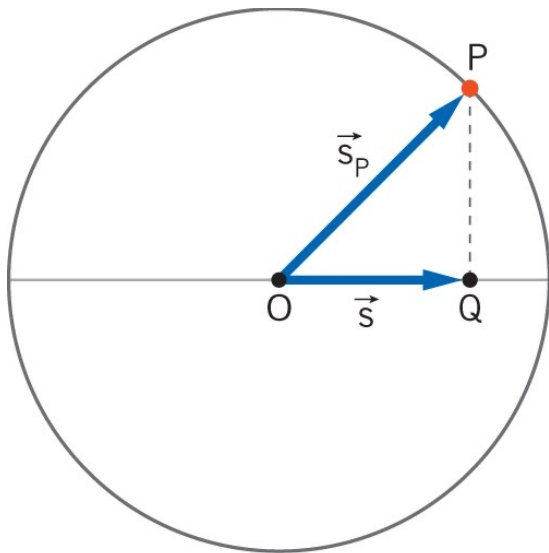
$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{d}{dt}(r \cos \omega t) = -\omega r \sin \omega t = -v_0 \sin \omega t$$

Se la velocità varia nel tempo, significa che c'è una accelerazione. Quindi:

legge accelerazione istantanea

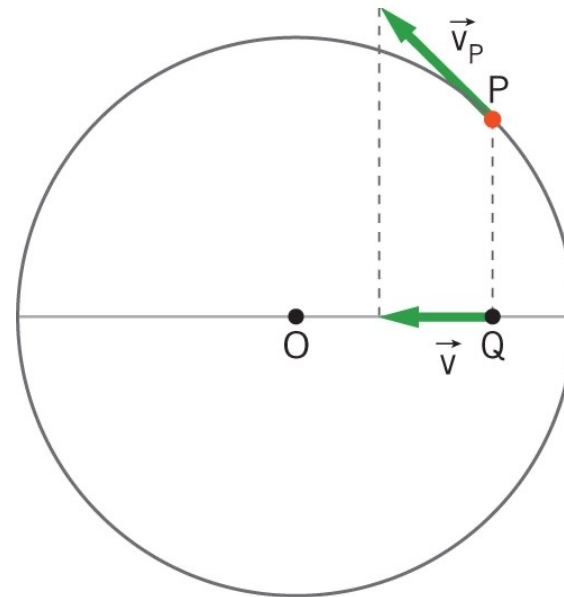
$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(-\omega r \sin \omega t) = -\omega^2 r \cos \omega t \xrightarrow{s=r \cos \omega t} a = -\omega^2 s$$

Ma il vettore accelerazione come è diretto? Ragioniamo per analogia con il vettore posizione e il vettore velocità.



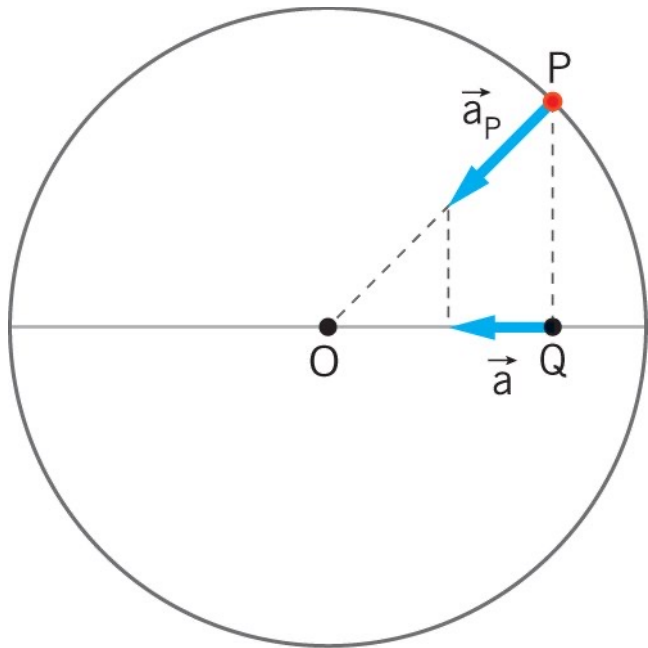
Il vettore posizione del punto Q nel moto armonico è la proiezione sul diametro del vettore posizione del punto P nel moto circolare uniforme.

$$s = r \cos \omega t$$



Il vettore velocità del punto Q nel moto armonico è la proiezione sul diametro del vettore velocità istantanea del punto P nel moto circolare uniforme.

$$v = -\omega r \sin \omega t$$

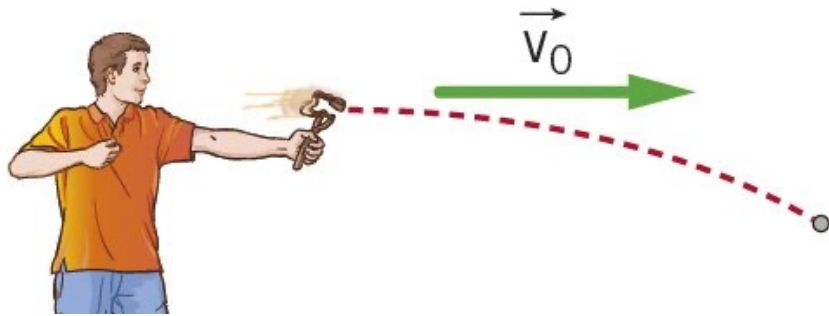


Il vettore accelerazione del punto Q nel moto armonico è la proiezione sul diametro del vettore accelerazione centripeta del punto P nel moto circolare uniforme.

$$a = -\omega^2 s$$

L'accelerazione è direttamente proporzionale al vettore posizione **s** ed ha verso opposto.

IL MOTO DEI PROIETTILI



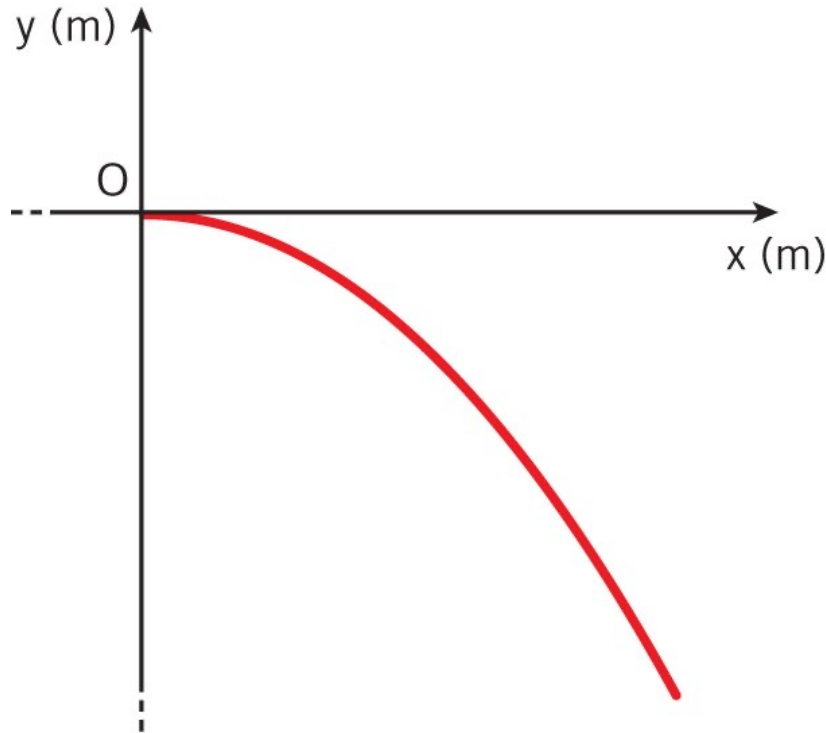
Studiamo il moto di una pallina, ossia la sua traiettoria, quando viene lanciata in orizzontale con velocità iniziale v_0 .

Trascurando l'attrito con l'aria, l'unica forza che agisce sulla pallina è il suo peso $\mathbf{P} = m\mathbf{g}$. Quindi, mentre si muove in avanti di moto rettilineo uniforme con velocità v_0 , cade con accelerazione costante $\mathbf{g}$ (moto rettilineo uniformemente accelerato). Da questa osservazione si deduce che:

Il moto di un oggetto lanciato in orizzontale è la sovrapposizione di due moti che agiscono simultaneamente e indipendentemente tra di loro:

- un moto rettilineo uniforme orizzontale;
- un moto rettilineo uniformemente accelerato verticale.

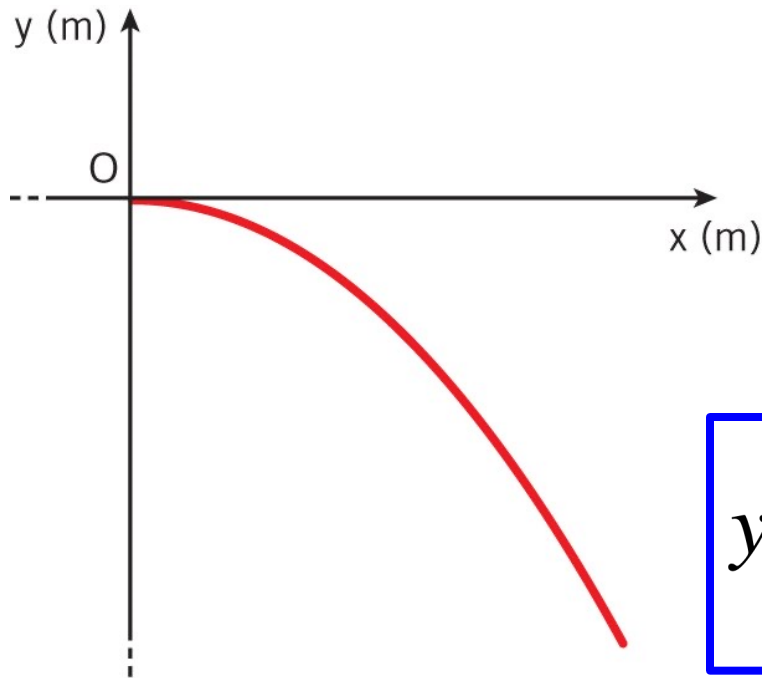
Ma quale sarà la traiettoria descritta dalla pallina durante il suo moto?



Scegliamo il punto di partenza della pallina come origine degli assi cartesiani e come istante $t=0$ quello in cui inizia il moto. Allora le leggi del moto applicate alla pallina sono:

$$\begin{cases} x = v_0 t \rightarrow \text{moto rettilineo uniforme orizzontale} \\ y = -\frac{1}{2} g t^2 \rightarrow \text{moto rettilineo uniformemente accelerato verticale} \end{cases}$$

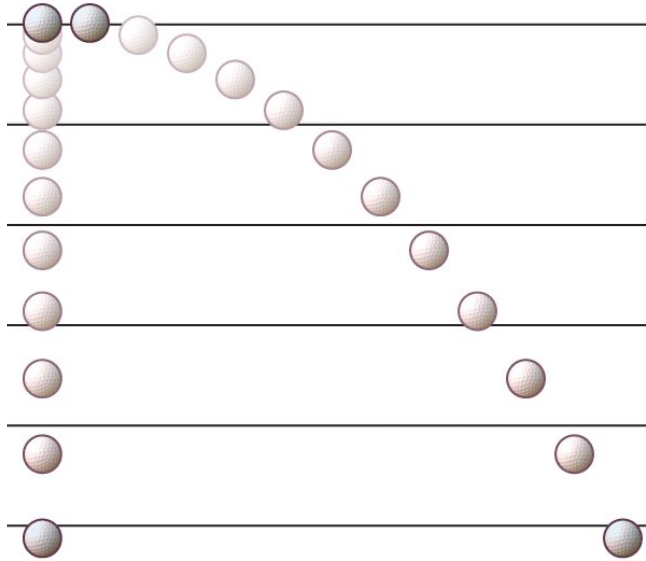
$$\begin{cases} x = v_0 t \\ y = -\frac{1}{2} g t^2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} t = \frac{x}{v_0} \\ y = -\frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_0} \right)^2 \end{cases} \quad \text{ossia :}$$



La traiettoria di un oggetto lanciato in orizzontale è una parabola:

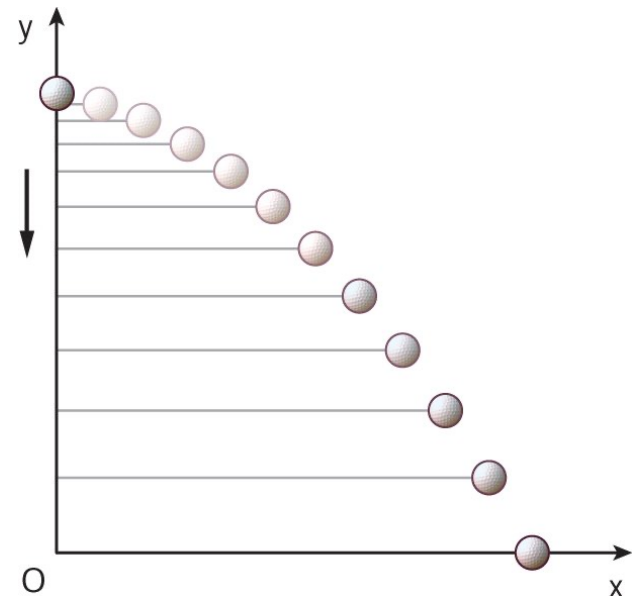
$$y = -\frac{g}{2v_0^2} x^2 \xrightarrow{a = -g/2v_0^2} y = ax^2$$

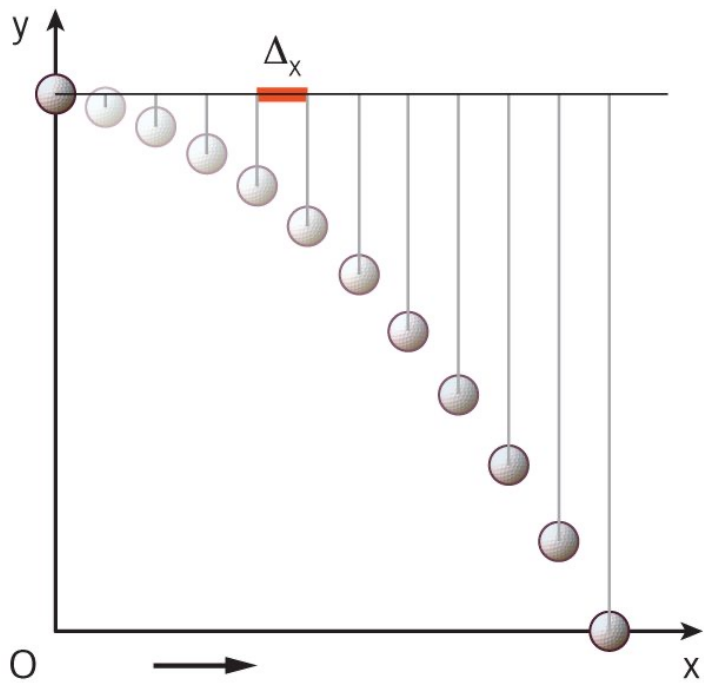
Un esperimento ci permette di controllare se questa previsione è corretta.



Facciamo partire due palline nello stesso istante: la prima cade da ferma, la seconda è lanciata in orizzontale. Ad ogni istante, le due palline si trovano alla stessa quota verticale. Ossia: le due palline arrivano a terra nello stesso istante.

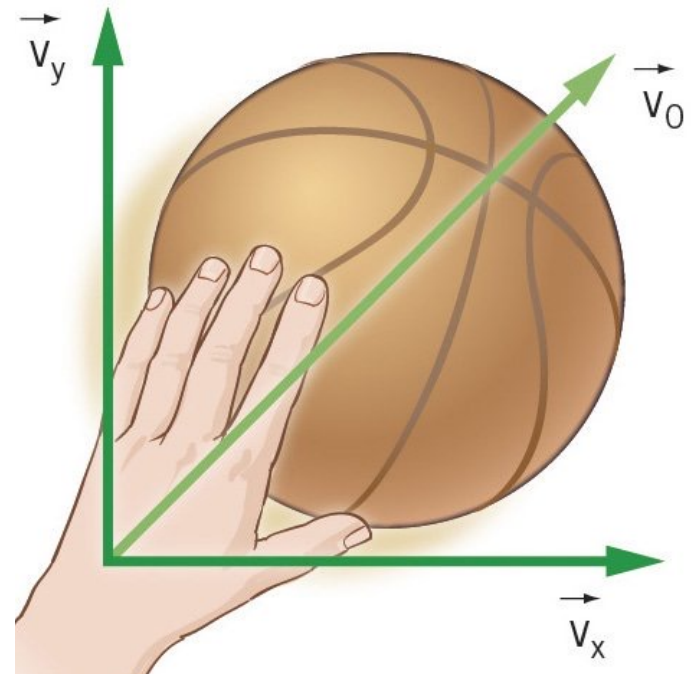
Il moto della coordinata y della seconda pallina è uguale al moto della pallina lasciata cadere, cioè è un **moto uniformemente accelerato con accelerazione g** .

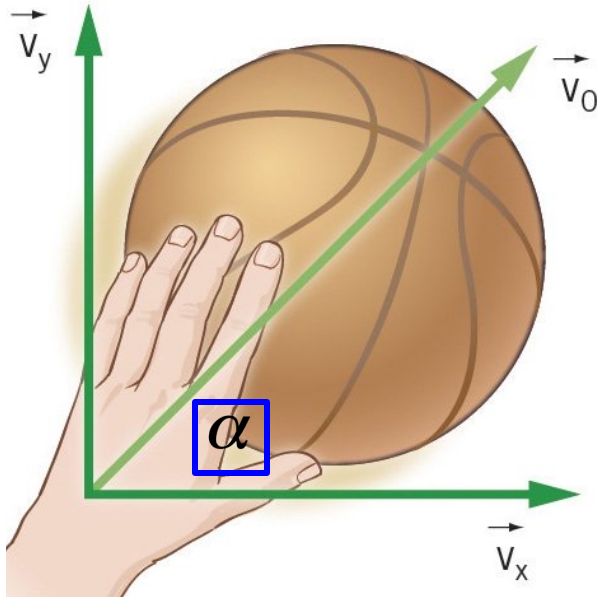




In intervalli di tempo uguali, la coordinata x della seconda pallina aumenta di Δx uguali. Cioè, come previsto, compie un moto rettilineo uniforme orizzontale.

Studiamo, adesso, il moto di un corpo, quando viene lanciato con velocità iniziale obliqua $\mathbf{v}_0$





Essendo la velocità iniziale $\mathbf{v}_0$ obliqua, in base al calcolo vettoriale otteniamo:

$$v_x = v_0 \cos \alpha \quad v_y = v_0 \sin \alpha$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{v_y}{v_x}$$

Il moto è ancora la sovrapposizione di un moto rettilineo uniforme in orizzontale e di un moto rettilineo uniformemente accelerato in verticale:

$$\begin{cases} x = v_x t \\ y = v_y t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

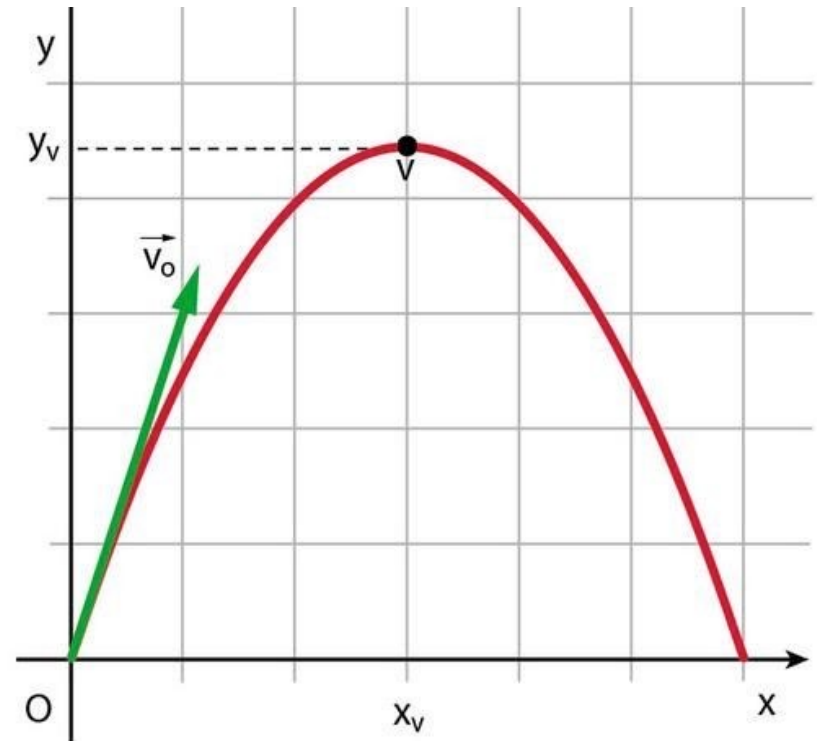
Eseguendo gli stessi passaggi algebrici di prima, otteniamo:

La traiettoria (in assenza di attrito dell'aria) di un oggetto lanciato con velocità iniziale v_0 in direzione obliqua è una **parabola**.

La sua equazione è:

$$y = \frac{v_y}{v_x} x - \frac{g}{2v_x^2} x^2 = ax^2 + bx$$

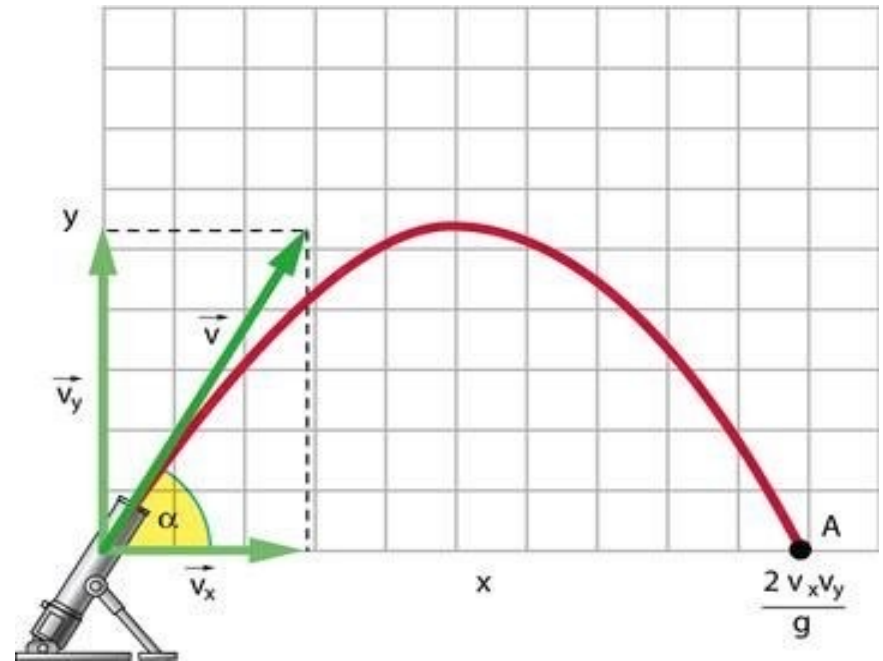
$$a = -\frac{g}{2v_x^2} \quad b = \frac{v_y}{v_x} = \operatorname{tg} \alpha$$



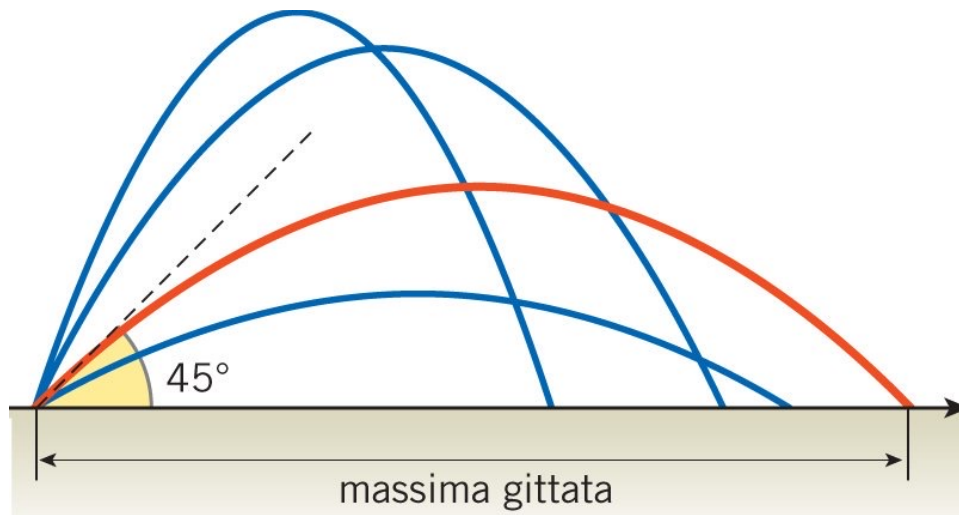
In presenza di attrito dell'aria, la traiettoria seguita da un corpo è molto diversa da una parabola.

Analizziamo alcuni elementi caratteristici del moto parabolico.

Si chiama **gittata** la distanza che separa il punto di partenza di un corpo lanciato in direzione obliqua, verso l'alto, dal punto in cui esso torna al suolo. Si calcola come:



$$G = \frac{2v_x v_y}{g} \xrightarrow[\substack{v_x = v_0 \cos \alpha \\ v_y = v_0 \sin \alpha}]{\quad} G = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

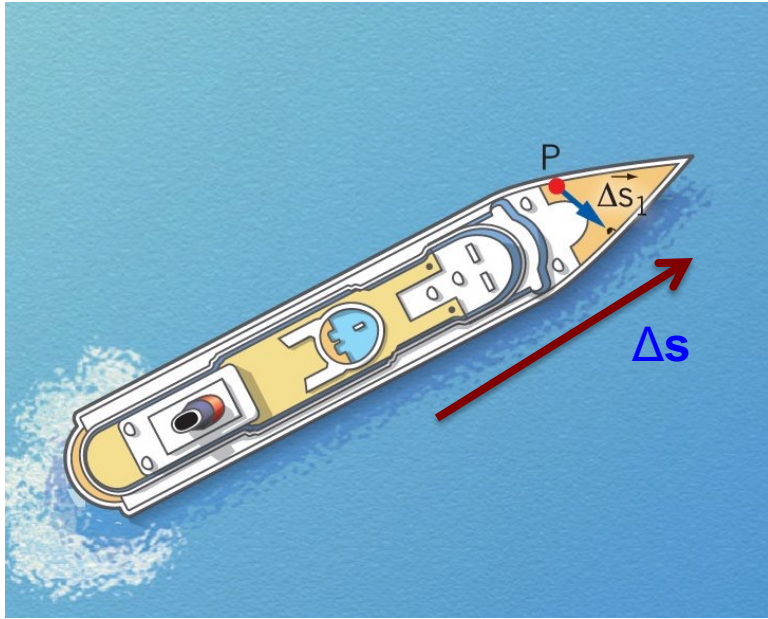


Al crescere dell'angolo di lancio, la gittata aumenta fino a raggiungere un valore massimo, per poi diminuire quando l'angolo di lancio aumenta ancora.

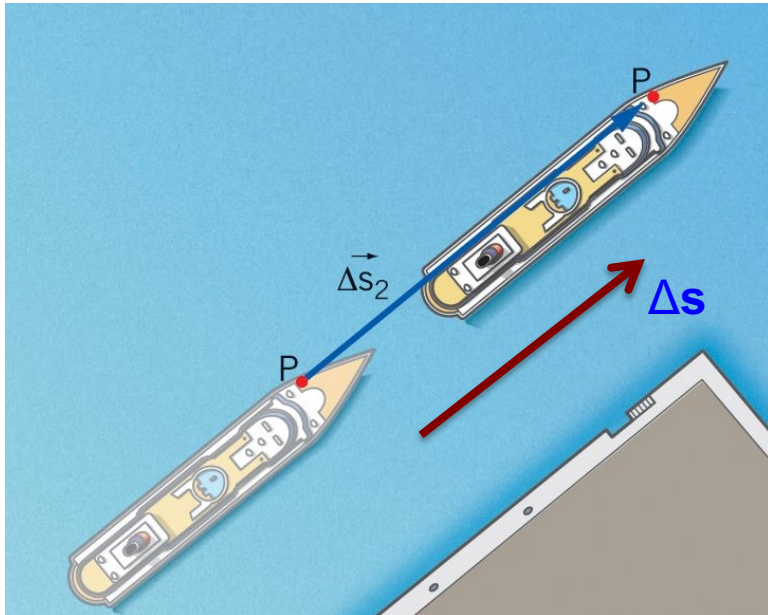
Se l'attrito con l'aria è trascurabile, la gittata massima si ha quando la velocità iniziale del corpo lanciato forma un angolo di 45° rispetto al terreno. Infatti:

$$G = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} \xrightarrow[\text{quando } \alpha = 45^\circ]{\sin 2\alpha = 1} G_{\max} = \frac{v_0^2}{g}$$

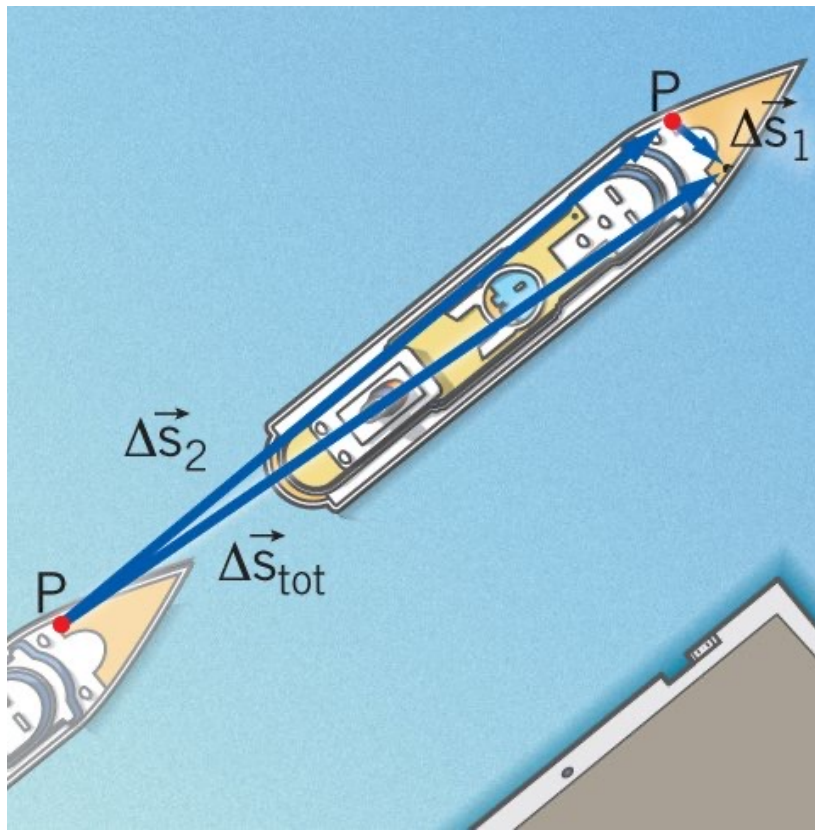
COMPOSIZIONE DI MOTI



Mentre la nave si sposta secondo il vettore $\Delta \mathbf{s}$, indichiamo con $\Delta \mathbf{s}_1$ lo spostamento del passeggero P rispetto al ponte della nave (sistema di riferimento ponte della nave).



Invece, rispetto al molo (sistema di riferimento molo) P si è mosso di un tratto descritto dal vettore spostamento $\Delta \mathbf{s}_2$.



Lo spostamento totale $\Delta \mathbf{s}_{\text{tot}}$ del passeggero è la somma vettoriale dei due spostamenti simultanei $\Delta \mathbf{s}_1$ e $\Delta \mathbf{s}_2$.

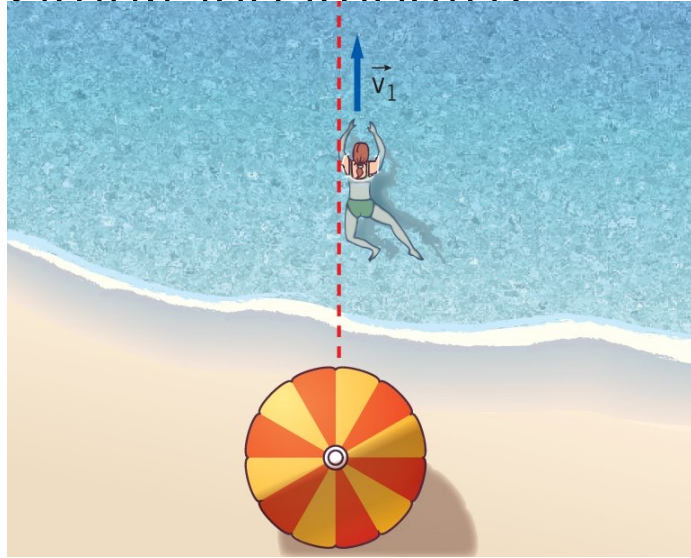
In generale:

COMPOSIZIONE DEGLI SPOSTAMENTI

Se un corpo è soggetto a due spostamenti simultanei $\Delta \mathbf{s}_1$ e $\Delta \mathbf{s}_2$, il suo spostamento totale è dato dalla somma vettoriale dei singoli spostamenti:

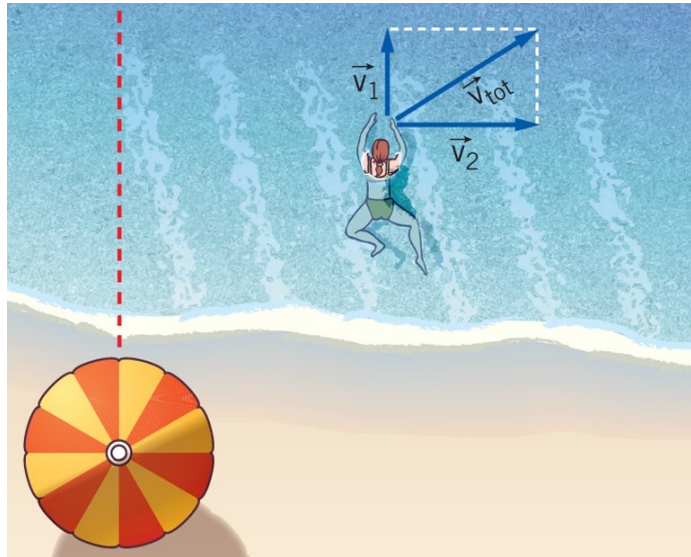
$$\vec{\Delta s}_{\text{tot}} = \vec{\Delta s}_1 + \vec{\Delta s}_2$$

Cosa succede ai vettori velocità che agiscono simultaneamente?



La ragazza nuota in direzione perpendicolare alla spiaggia con velocità $\mathbf{v}_1$.

Simultaneamente sulla ragazza agisce una corrente con velocità $\mathbf{v}_2$ parallela alla riva. Il moto complessivo della ragazza ha una velocità che è la somma vettoriale delle singole velocità: $\mathbf{v}_{\text{tot}} = \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2$



In definitiva, la ragazza, dopo un pò di tempo, non si trova più di fronte all'ombrellone da cui era partita.

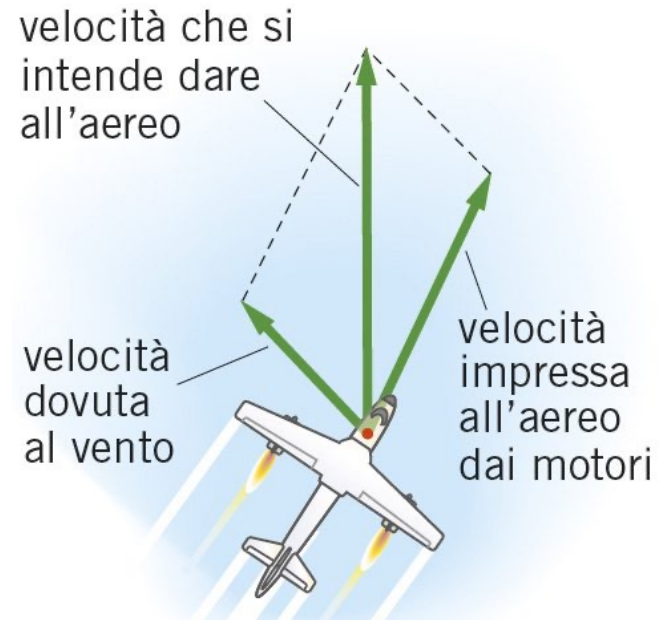
In generale:

COMPOSIZIONE DELLE VELOCITA'

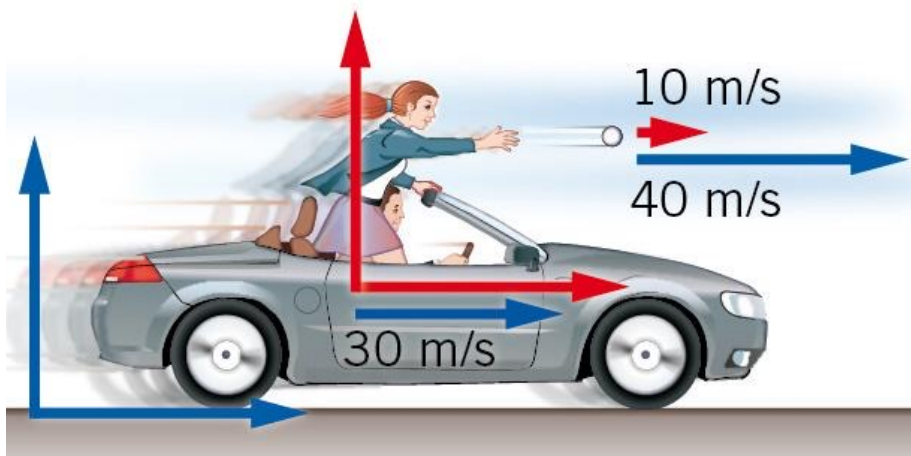
Se un corpo è soggetto a due movimenti simultanei, il primo con velocità $\mathbf{v}_1$ e il secondo con velocità $\mathbf{v}_2$, si muoverà con una velocità complessiva data dalla somma vettoriale delle singole velocità:

$$\vec{v}_{tot} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$$

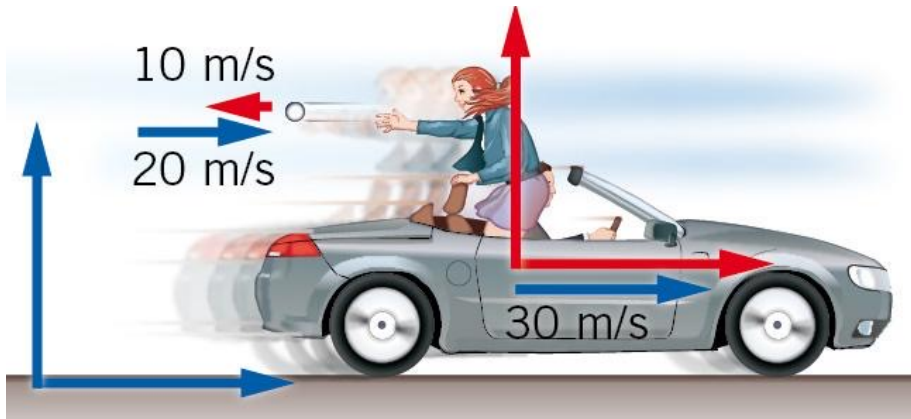
Esempio: affinché l'aereo punti verso Nord, deve essere diretto in modo tale che il movimento complessivo (verso Nord) sia la somma vettoriale della velocità dell'aereo e quella del vento.



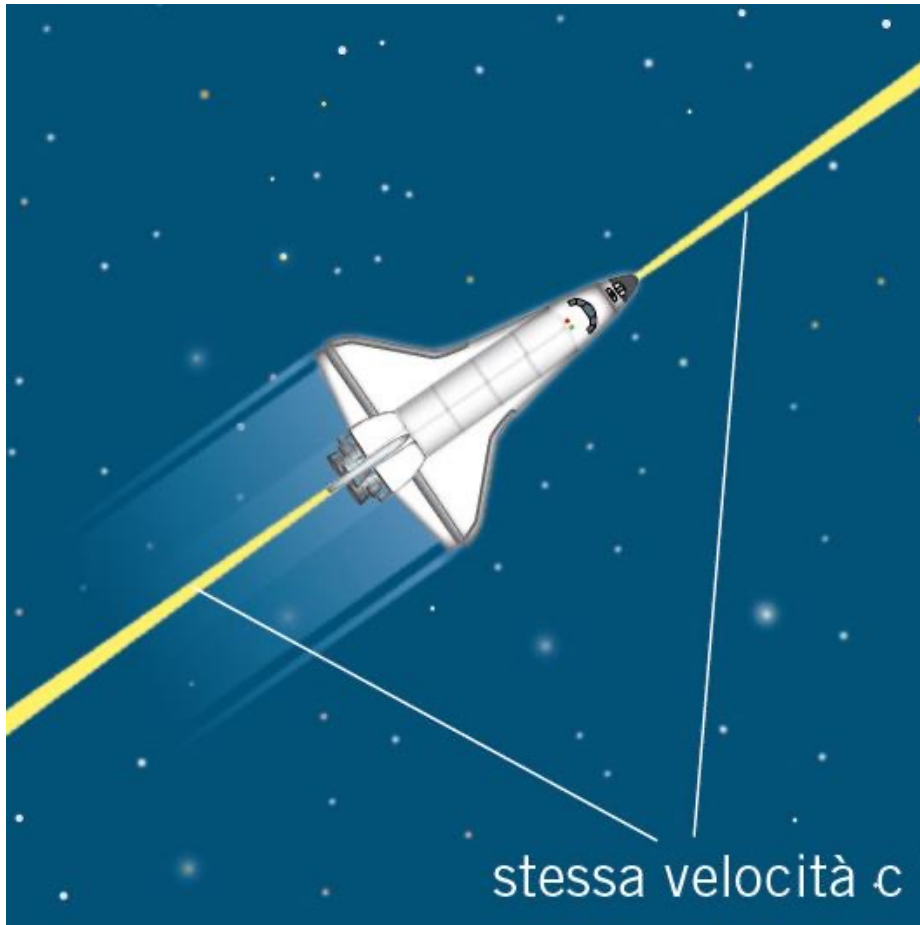
LA VELOCITA' DELLA LUCE



Se la palla è lanciata in avanti, la sua velocità rispetto al sistema di riferimento dell'autostrada è $30+10=40 \text{ m/s}$



Se la palla è lanciata all'indietro, la sua velocità misurata nel sistema di riferimento dell'autostrada è $30-10=20 \text{ m/s}$



Per la luce le cose vanno diversamente: la luce emessa in avanti e all'indietro da un'astronave ha sempre velocità $c=300.000$ km/s, qualunque sia la velocità con cui l'astronave si muove.

Infatti, uno dei postulati della teoria della relatività ristretta (1905) di Einstein, e confermato dagli esperimenti, afferma che:

La luce si propaga nel vuoto
a velocità costante
indipendentemente dallo
stato di moto della sorgente
o dell'osservatore

La velocità della luce nel
vuoto è la velocità massima
raggiungibile.

Conseguenze:

CONTRAZIONE DELLE LUNGHEZZE

Un oggetto in moto
diventa più corto

DILATAZIONE DEL TEMPO

Gli orologi in moto
battono il tempo più
lentamente

La Cinematica che abbiamo studiato, dunque, ha un ambito di validità limitato: descrive bene il movimento degli oggetti della nostra vita quotidiana (velocità lontane da quella della luce), mentre non è valida per i corpi con velocità paragonabili a quella della luce.