

FISICA

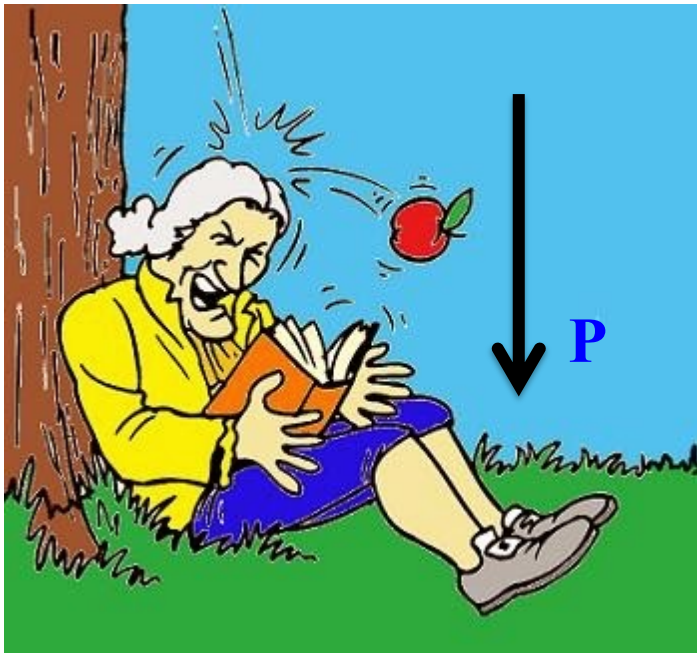
La Dinamica: i principi

*Autore: prof. Pappalardo Vincenzo
docente di Matematica e Fisica*



La dinamica è la parte della fisica che studia il movimento dei corpi, prendendo in considerazione le cause che lo producono, ossia le forze.

L'effetto di una forza è quello di far cambiare velocità ad un corpo, ossia di accelerarlo. La dinamica studia, quindi, il legame tra causa (effetto) ed effetto (accelerazione).



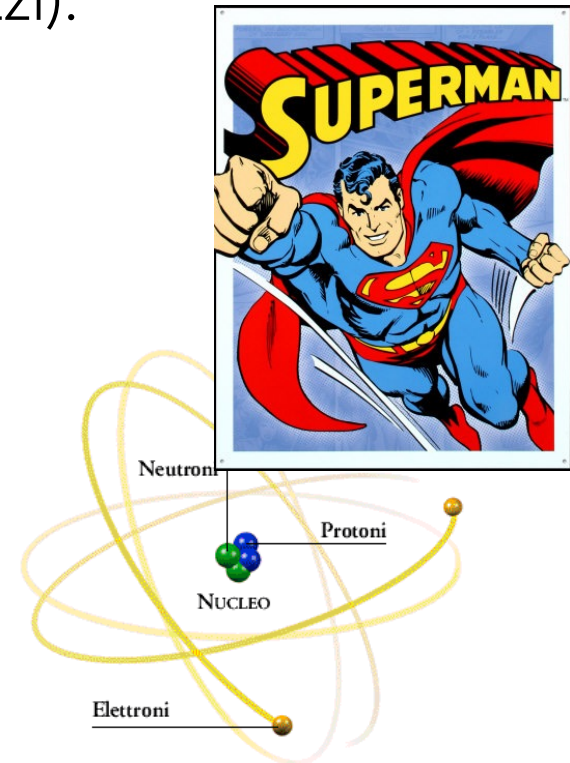
Lo sviluppo della dinamica è dovuto principalmente a **Isaac Newton** (1643 -1727).

La dinamica è fondata su tre principi:

1. Il primo principio, o *principio d'inerzia*
2. Il secondo principio, o *legge fondamentale della dinamica*
3. Il terzo principio, o *principio di azione e reazione*

Grazie a questi principi siamo in grado di prevedere le traiettorie di molti corpi macroscopici (comete, aerei, satelliti), e di progettarli (biciclette, aerei, macchine, razzi).

I principi della dinamica non valgono per descrivere il comportamento di corpi microscopici (atomi e particelle). Per questi valgono le leggi della Meccanica Quantistica. E quello di oggetti che viaggiano a velocità molto alte, comparabili con quella della luce. In questo caso valgono le leggi della Teoria della Relatività.



PRIMO PRINCIPIO DELLA DINAMICA

Se un corpo si muove, la causa è sempre una forza applicata che lo spinge?

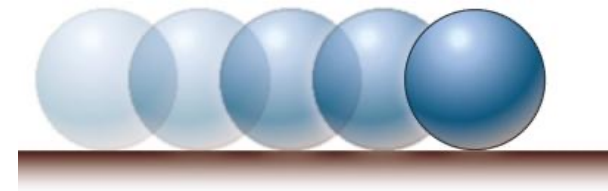
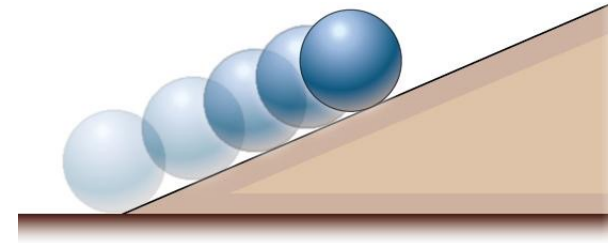
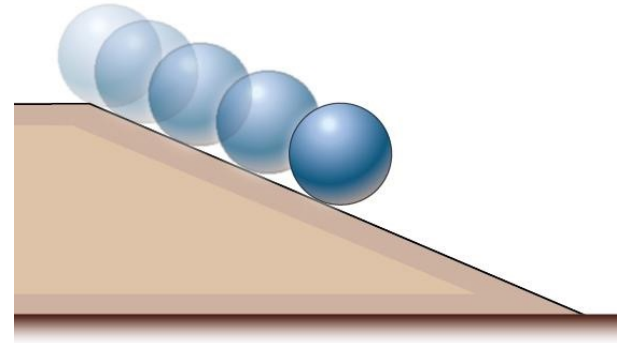
Ne era convinto il filosofo greco **Aristotele** (384 a.C.; 322 a.C.), che affermava: *"Ciò che è mosso cessa di muoversi nel momento stesso in cui il motore che agisce su di esso smette di muoverlo"* (che significa, in linguaggio scientifico moderno, *"un corpo in moto si ferma quando la forza che lo spinge smette di agire"*).

Nel 1600, **Galileo Galilei** (1564-1642), arriva ad una conclusione opposta:

Un corpo permane nel suo stato di quiete o di moto rettilineo uniforme, fino a quando non interviene una causa esterna (forza) a modificare tale stato.

E ci arriva attraverso il seguente ragionamento contenuto nella sua opera *Dialogo sopra i due massimi sistemi*:

- se si lascia cadere un corpo (per esempio una sfera) lungo un piano inclinato, questo aumenta di continuo la propria velocità.
- se invece si lancia lo stesso corpo su un piano inclinato in salita, si vede che il corpo diminuisce la propria velocità fino a fermarsi.
- ma se il piano è orizzontale, la sfera non ha alcuna ragione per accelerare né per rallentare, quindi deve mantenere costantemente la stessa velocità (moto rettilineo uniforme).



Però nella vita di tutti i giorni non vediamo oggetti che si muovono a velocità costante per tempi indeterminati. Come mai? La risposta la fornisce ancora una volta Galileo, quando fa notare "[...] *sí rimuovano tutti gl'impedimenti accidentarií ed esterni* [...]". Gli impedimenti esterni di cui parla Galileo sono per esempio le forze di attrito, sempre presenti nell'esperienza quotidiana. Sono questi che provocano il rallentamento della sfera sul piano orizzontale; *se li potessimo eliminare, la sfera si muoverebbe a velocità costante per sempre.*

La sorprendente scoperta di Galileo è espressa nel:

PRIMO PRINCIPIO DELLA DINAMICA (O PRINCIPIO D'INERZIA)

- ✓ Se la forza totale applicata a un punto materiale è uguale a zero, esso si muove di moto rettilineo uniforme:

$$\Sigma \vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{v} = \text{cost}$$

- ✓ Se un punto materiale si muove di moto rettilineo uniforme, la forza totale che subisce è uguale a zero:

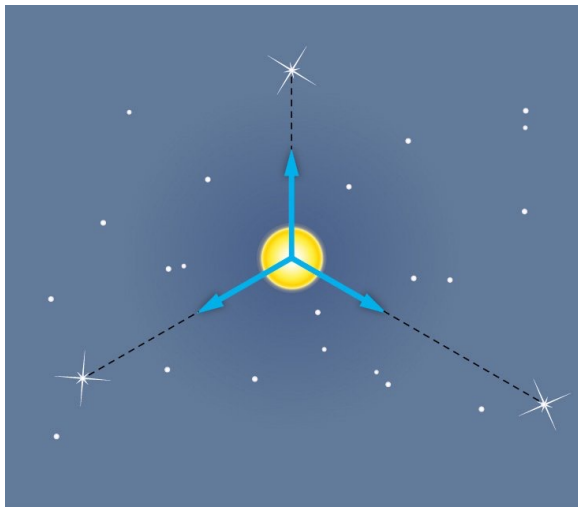
$$\vec{v} = \text{cost} \Rightarrow \Sigma \vec{F} = 0$$

Se un corpo si muove, c'è sempre una forza che lo sta spingendo? No: il corpo, per inerzia (naturalmente) si muove a velocità costante, senza bisogno di spinte. Questo movimento "naturale" (moto rettilineo uniforme) viene modificato solo dalla presenza di cause esterne, come la forza di attrito.

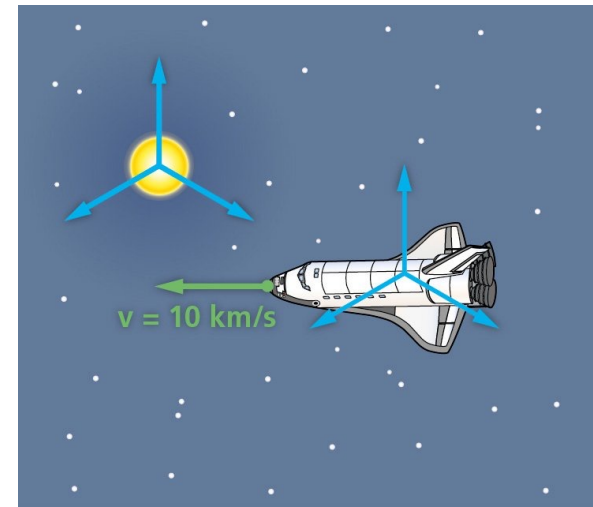
I SISTEMI DI RIFERIMENTO INERZIALI

Ma in quale sistema di riferimento vale il principio d'inerzia?

Un sistema di riferimento in cui vale il primo principio della dinamica si chiama **sistema di riferimento inerziale**.

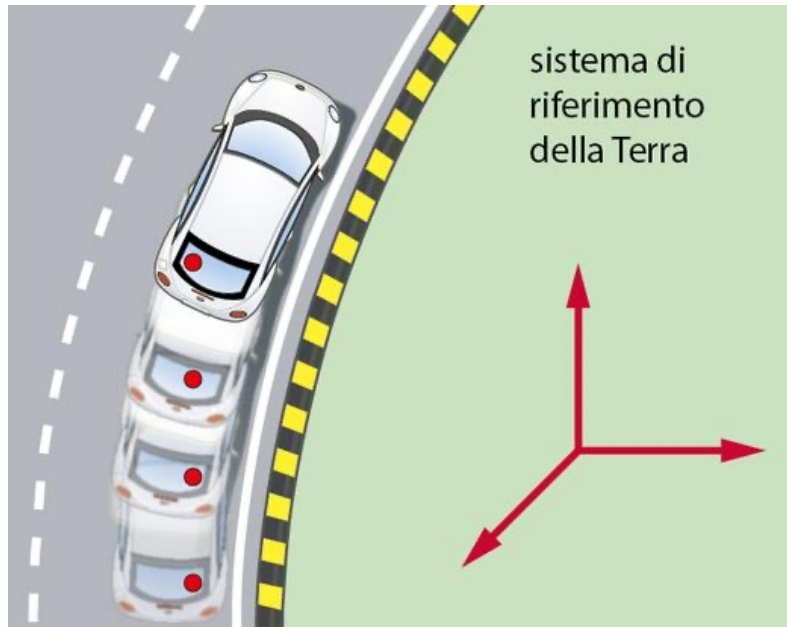
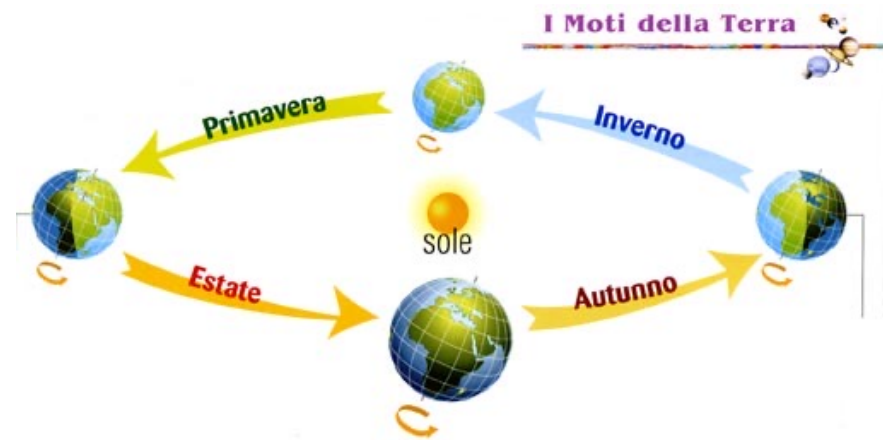


E' un sistema di riferimento inerziale che ha l'origine nel centro del Sole e i tre assi che puntano verso tre stelle molto lontane.

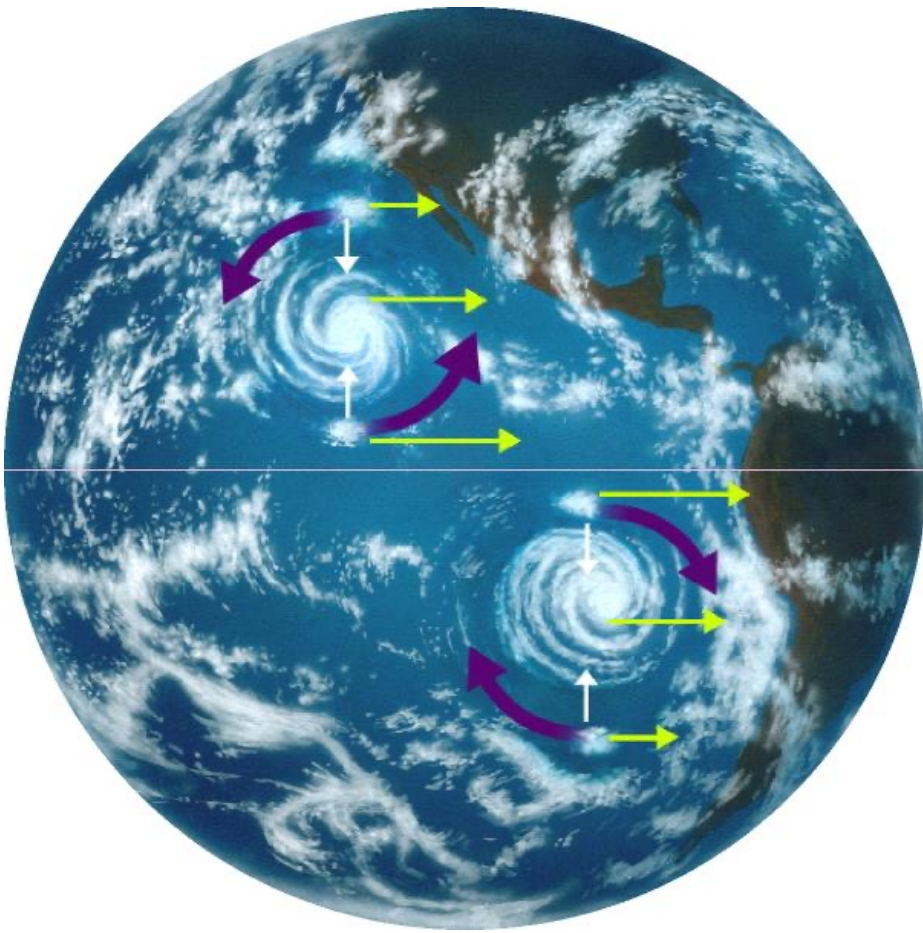


Sono inerziali tutti i sistemi di riferimento che si muovono con velocità costante rispetto al sistema del Sole.

La Terra, in linea di principio, non è un sistema di riferimento inerziale, in quanto compie moti accelerati (moto di rotazione e di rivoluzione).



Tuttavia le due accelerazioni sono troppo piccole per essere avvertite nei fenomeni quotidiani che durano poco, come lo studio del moto di un'auto o l'oscillazione di un pendolo. Per analizzare fenomeni di questo tipo possiamo utilizzare, con buona approssimazione, la Terra come sistema di riferimento inerziale.

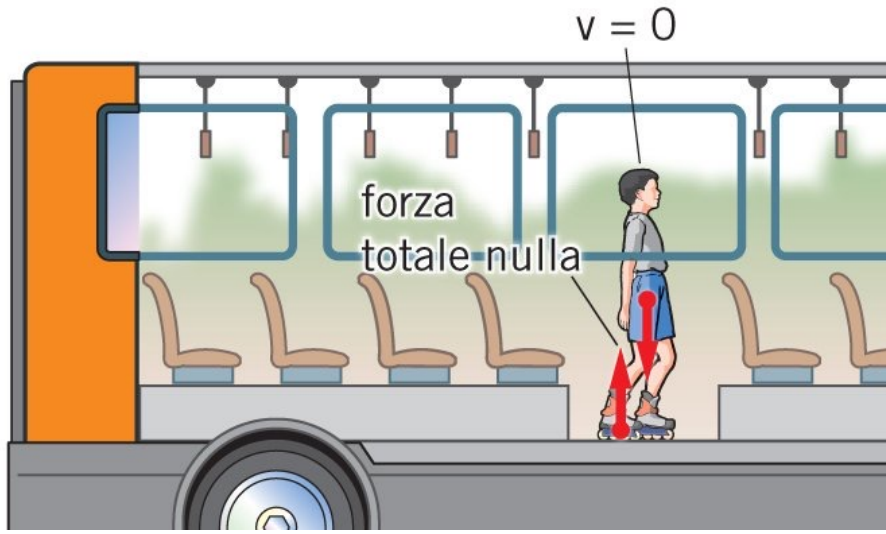


Per lo studio di fenomeni che durano a lungo e che spaziano su ampie zone della superficie terrestre, gli effetti delle accelerazioni della Terra diventano rilevanti.

Infatti, i cicloni hanno una rotazione in senso antiorario nell'emisfero Nord della Terra e in senso orario nell'emisfero Sud.

Questo effetto è dovuto al fatto che la Terra è un sistema di riferimento non inerziale.

Osserviamo le seguenti situazioni:



Quando l'autobus va a 50 km/h, il ragazzo è fermo rispetto all'autobus. La forza totale sul ragazzo (peso+reazione del pavimento) è nulla.



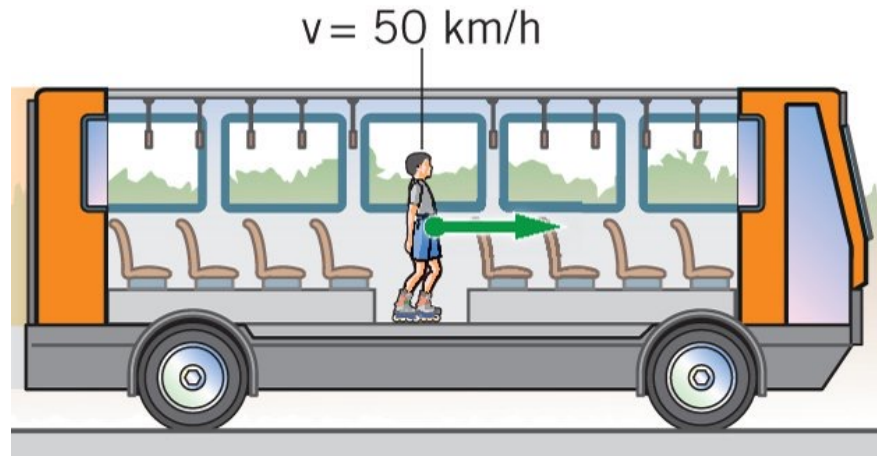
Quando l'autobus frena (sistema di riferimento accelerato), il ragazzo si sente spinto in avanti.



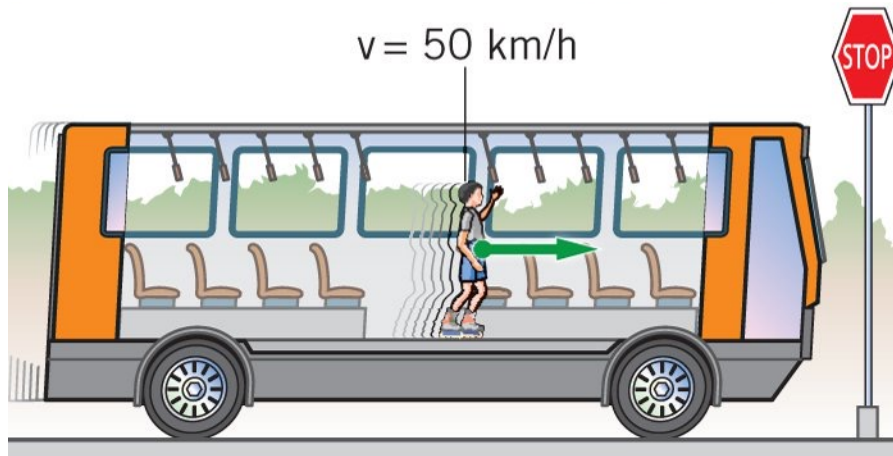
Il principio d'inerzia non vale
nei sistemi accelerati

Nel sistema accelerato (l'autobus che frena), durante la frenata il ragazzo non resta fermo, come richiederebbe il principio d'inerzia, ma si muove in avanti rispetto al sistema di riferimento accelerato (autobus), come se fosse stato spinto (eppure la forza totale che agisce è nulla).

Osserviamo la stessa situazione dal marciapiede (Terra), che, con buona approssimazione, è un sistema di riferimento inerziale:



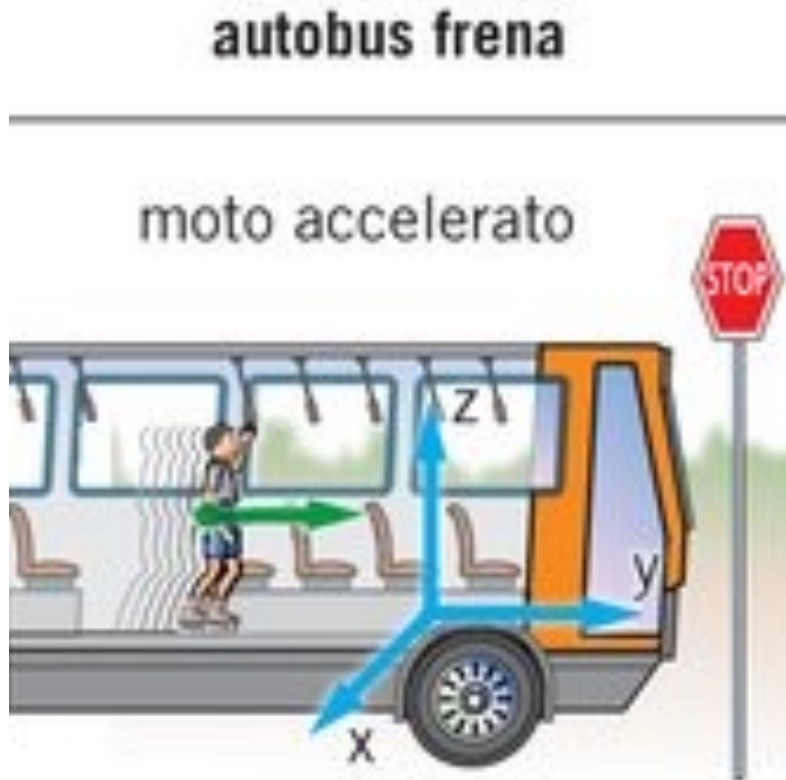
Quando l'autobus viaggia a 50 km/h , il ragazzo si muove (rispetto alla Terra) di moto uniforme a 50 km/h .



Quando l'autobus frena, il ragazzo continua per inerzia a muoversi (rispetto alla Terra) di moto uniforme a 50 km/h .

Nel sistema di riferimento inerziale Terra, il principio d'inerzia è valido.

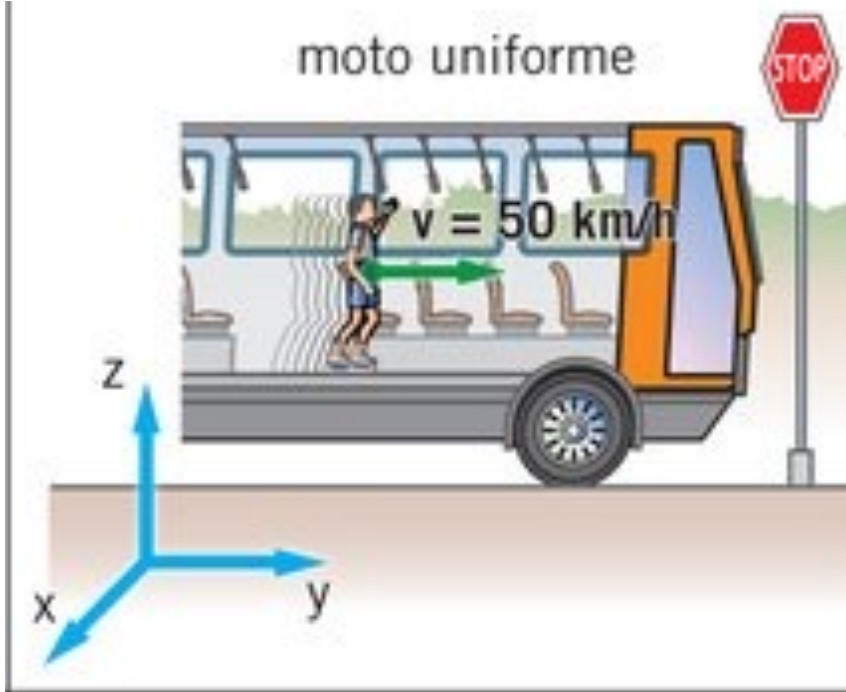
Conclusione:



La forza che il ragazzo sente è una **forza apparente** (una forza non vera nel concetto classico del termine), che viene introdotta per spiegare il moto in avanti e tener conto del fatto che l'autobus in frenata **non è un sistema di riferimento inerziale**. L'uso delle forze apparenti si rende necessario se vogliamo applicare i principi della dinamica anche nei sistemi di riferimento non inerziali.

autobus frena

moto uniforme



L'autobus in frenata si muove a velocità inferiore a 50 km/h , e il ragazzo, che continua a muoversi a 50 km/h , si avvicina al parabrezza anteriore. Non serve nessuna forza esterna per spiegare perché ciò accade, in quanto [il sistema di riferimento Terra è inerziale](#).

IL PRINCIPIO DI RELATIVITA' GALILEIANO

Nella Seconda Giornata del *Dialogo sopra i Due Massimi Sistemi (1624-1630)*, Galileo Galilei descrive un esperimento da compiere all'interno di una nave.

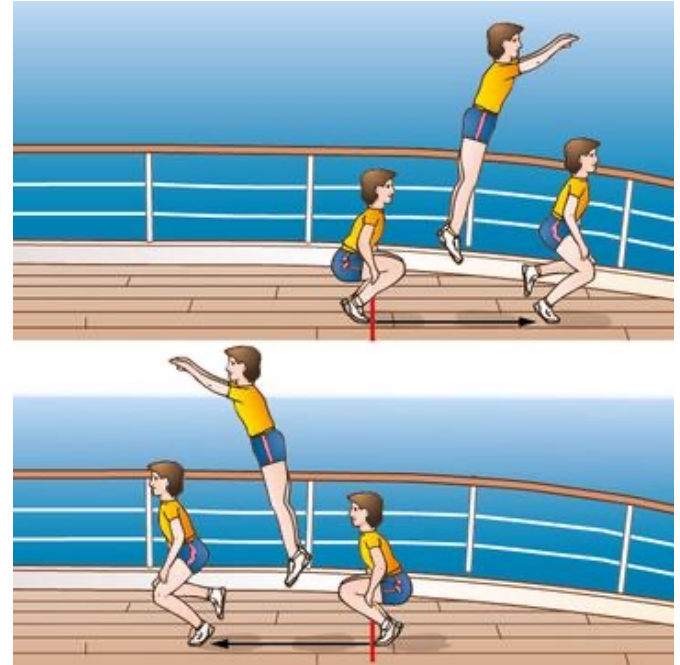
Riserratevi con qualche amico nella maggiore stanza che sia sotto coverta di alcun gran navilio, e quivi fate d'aver mosche, farfalle e simili animalletti volanti; siavi anco un gran vaso d'acqua, e dentrovi de' pescetti ...fate muover la nave con quanta si voglia velocità; ch  (pur che il moto sia uniforme e non fluttuante in qua e in l ) voi non riconoscerete una minima mutazione in tutti li nominati effetti, n  da alcuno di quelli potrete comprender se la nave cammina o pure sta ferma.

Cosa significa?

Quando la nave è ferma è un sistema di riferimento inerziale, quindi:



L'acqua che scende goccia a goccia da un secchiello entra nel collo di una bottiglia.



Saltando verso prua o verso poppa a piedi pari con la stessa forza, si supera la stessa distanza.

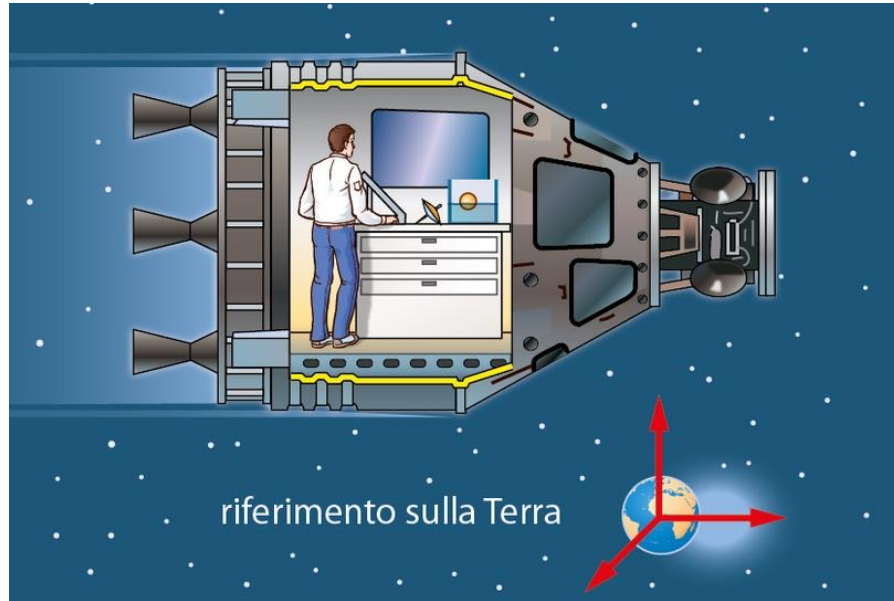
Cosa succede se la nave è in moto rettilineo uniforme (sistema di riferimento inerziale)? Ebbene, i fenomeni prima descritti avvengono nella stessa maniera.

Questa scoperta, dovuta a Galileo, è nota come:

PRINCIPIO DI RELATIVITA' GALILEIANA

Le leggi della meccanica sono le stesse in tutti i sistemi di riferimento inerziali, qualunque sia la velocità (costante) con cui essi si muovono gli uni rispetto agli altri.

esempio



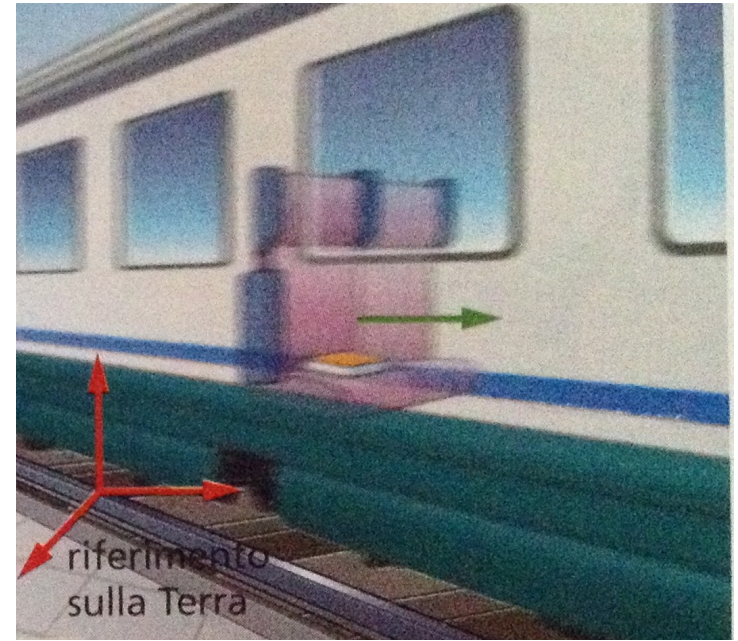
L'astronave è ferma o si muove a velocità costante?

In base al principio di relatività galileiana, nessun esperimento di meccanica compiuto al chiuso (cioè senza guardare fuori dal finestrino) ci può permettere di capire se siamo fermi in un sistema di riferimento inerziale, per esempio la Terra oppure se, rispetto a esso, ci stiamo muovendo a velocità costante.

Anche in tutti i sistemi di riferimento inerziali valgono le stesse leggi della meccanica, la descrizione del moto può essere diversa. Per esempio:

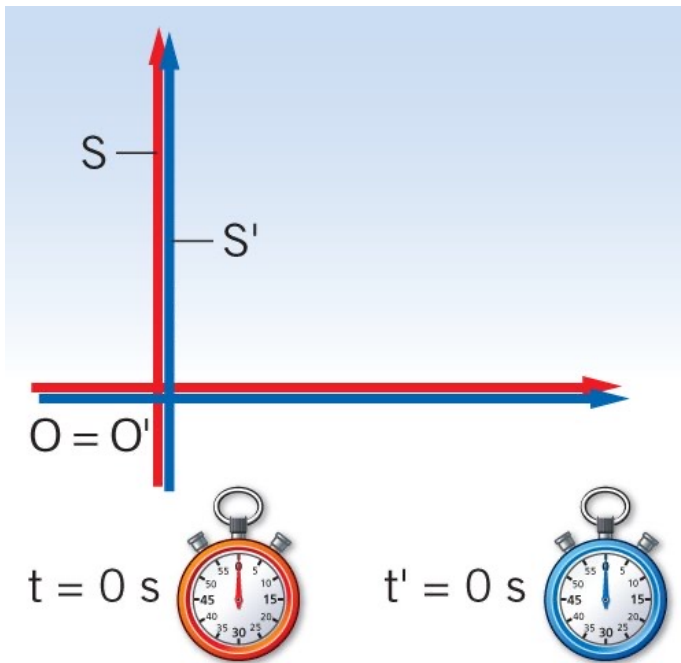


Nel sistema di riferimento inerziale del treno che si muove a velocità costante, il libro è fermo.



Nel sistema di riferimento inerziale dei binari, il libro si muove di moto rettilineo uniforme.

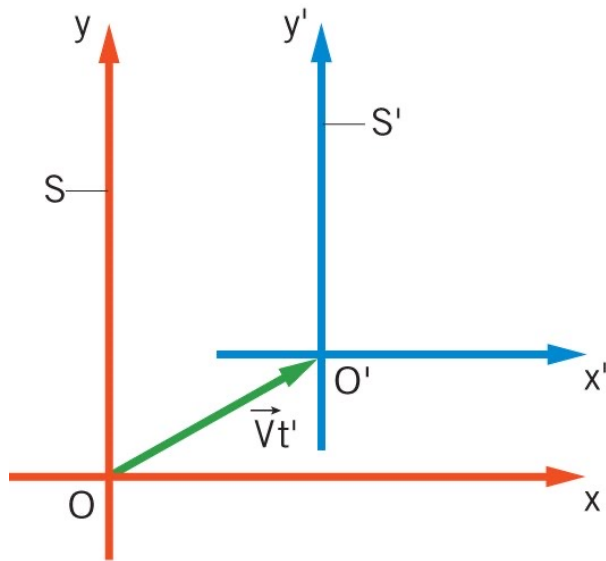
Vogliamo trovare delle leggi che permettano di descrivere quantitativamente il moto in un certo sistema di riferimento inerziale S' , se conosciamo le caratteristiche dello stesso moto in un altro sistema inerziale S .



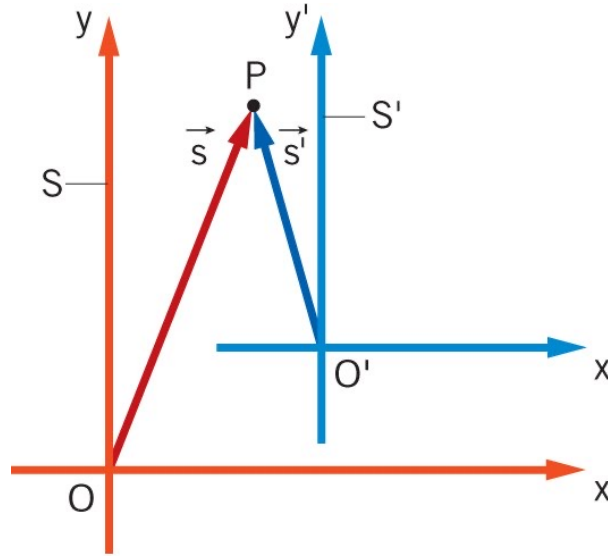
Per semplificare la trattazione, introduciamo due convenzioni:

1. i cronometri nei due sistemi di riferimento partono insieme; così gli istanti $t=0\text{s}$ e $t'=0\text{s}$ coincidono e tutti i valori successivi segnati dai due orologi sono identici: $t=t'$;
2. all'istante $t=t'=0\text{s}$ i due sistemi di riferimento S e S' coincidono e, in particolare, le loro origini O e O' occupano lo stesso punto.

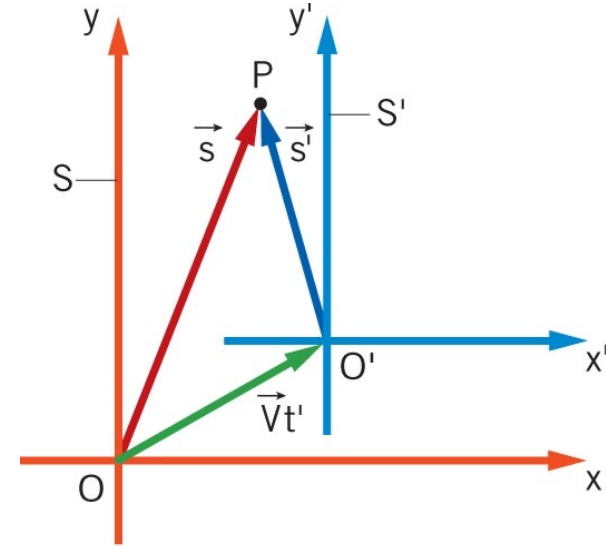
Il sistema di riferimento S' si muove con velocità costante $\mathbf{V}$ rispetto a S .



All'istante t , la distanza tra l'origine O e l'altra origine O' è data dal vettore $\mathbf{V}t = \mathbf{V}t'$.

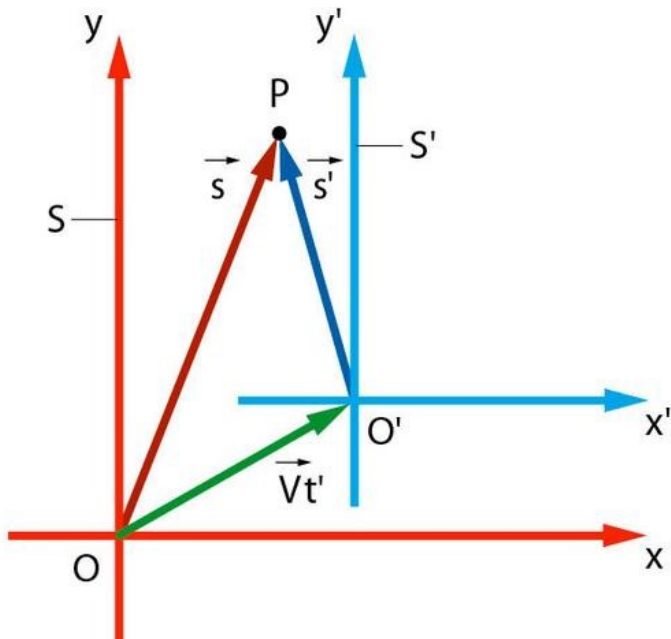


I vettori $\mathbf{s}$ e $\mathbf{s}'$ indicano la posizione del punto P nei sistemi di riferimento S e S' .



Si vede dal disegno che vale la relazione $\mathbf{s} = \mathbf{s}' + \mathbf{V}t'$.

Conoscendo le grandezze misurate in S' è possibile calcolare le corrispondenti grandezze di S , e viceversa, attraverso le seguenti relazioni:



TRASFORMAZIONI DI GALILEO

$$\begin{cases} \vec{s} = \vec{s}' + \vec{V}t' \\ t = t' \end{cases} \quad \begin{cases} \vec{s}' = \vec{s} - \vec{V}t \\ t' = t \end{cases}$$

La relazione tra la velocità $\mathbf{v}$ di un punto materiale misurata in S e la velocità $\mathbf{v}'$ dello stesso oggetto misurata in S' , è:

TRASFORMAZIONI DELLE VELOCITA'

La velocità $\mathbf{v}$ di un oggetto rispetto ad S è data dalla velocità $\mathbf{v}'$ dello stesso oggetto rispetto a S' , sommata con la velocità $\mathbf{V}$ di S' rispetto a S :

$$\vec{\mathbf{v}} = \vec{\mathbf{v}}' + \vec{\mathbf{V}} \qquad \vec{\mathbf{v}}' = \vec{\mathbf{v}} - \vec{\mathbf{V}}$$

Relazione per le accelerazioni:

TRASFORMAZIONI DELLE ACCELERAZIONI

Osservatori in diversi sistemi di riferimento inerziali, in moto relativo costante, misureranno la stessa accelerazione per il punto materiale in movimento:

$$\vec{\mathbf{a}} = \vec{\mathbf{a}}'$$

La relatività galileiana e le trasformazioni di Galileo costituiscono un modello fisico che ha un ambito di validità limitato a velocità abbastanza piccole rispetto a quella della luce nel vuoto.

Quando le velocità in gioco sono confrontabili con la velocità c della luce nel vuoto, il modello costituito dalla relatività galileiana e dalle trasformazioni di Galileo non è più in accordo con gli esperimenti e deve essere sostituito da un nuovo modello, dato dalla relatività ristretta di Einstein e dalle trasformazioni di Lorentz (che si studieranno al quinto anno).

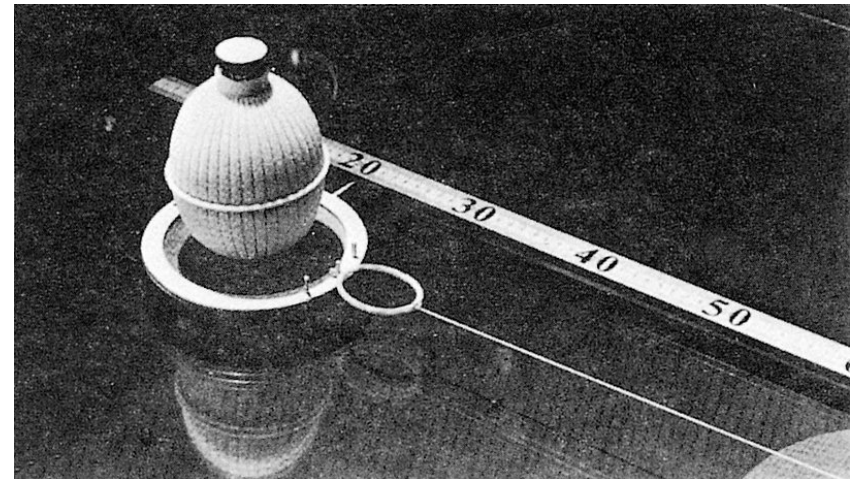
La fisica di Galileo e Newton ci consente di andare sulla Luna, ma serve Einstein per descrivere il comportamento delle particelle che si muovono a velocità prossime a quella della luce nei grandi acceleratori, per esempio al CERN di Ginevra.

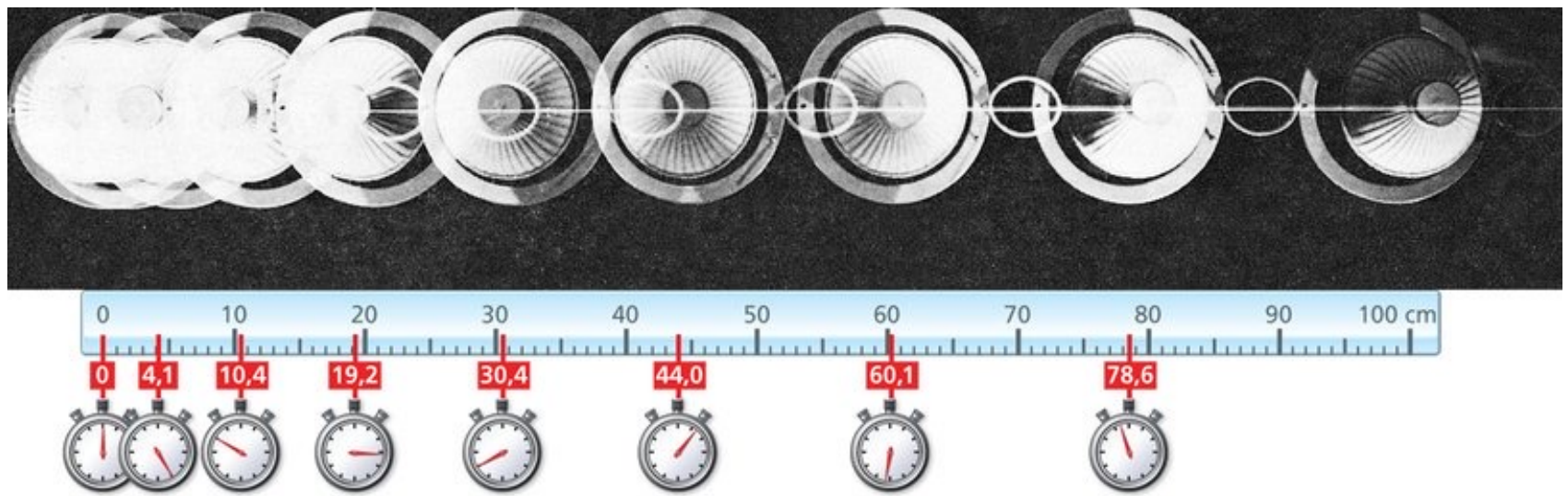
IL SECONDO PRINCIPIO DELLA DINAMICA

In un sistema inerziale una forza provoca una variazione di velocità e, quindi, un'accelerazione.

Vogliamo studiare la relazione quantitativa che lega forza e accelerazione.

ESPERIMENTO - Trasciniamo, per mezzo di un cordicella, collegata ad un dinamometro, un disco a ghiaccio secco (per ridurre l'attrito con la superficie). Faremo in modo che il dinamometro segni sempre lo stesso valore, ossia una forza costante con la quale il disco viene tirato.





Mentre trasciniamo il disco, fotografiamo la sua posizione a intervalli di tempo costanti, per esempio ogni $0,42\text{s}$. Dalla figura si osserva che, al trascorrere del tempo, il disco è sempre più veloce, in quanto percorre distanze maggiori in uguali intervalli di tempo.

Usando le definizioni di velocità e accelerazione, e leggendo sulle foto istantanee le posizioni occupate dal disco, otteniamo la seguente tabella:

CINEMATICA DEL DISCO

t(s)	0	0,42	0,84	1,26	1,68	2,10	2,52	2,94
s(cm)	0	4,1	10,4	19,2	30,4	44,0	60,1	78,6
v (cm/s)		9,8	15	21	27	32	38	44
a (cm/s ²)		12	14	14	12	14	14	

Nell'ultima riga si vede che, durante il moto del disco, la sua accelerazione si è mantenuta costante (a parte gli errori sperimentali). Ciò significa che il disco si è mosso di moto uniformemente accelerato. Abbiamo così ottenuto un primo risultato:

Un corpo su cui agisce una forza costante si muove
con accelerazione costante

Cosa succede se al disco applichiamo una forza costante doppia di quella precedente?

Il disco si muoverà ancora con un moto uniformemente accelerato, e la nuova accelerazione risulterà essere esattamente il doppio di quella che abbiamo misurato prima. In modo analogo, se la forza fosse triplicata anche l'accelerazione risulterebbe tre volte più grande.

Conclusione:

L'accelerazione di un corpo è
direttamente proporzionale alla forza
che agisce su di esso

Ma come dipende l'accelerazione dalla massa del corpo?

Ripetendo l'esperimento con una massa doppia (due dischi), si osserva che l'accelerazione si riduce della metà.

Conclusione:

L'accelerazione è inversamente
proporzionale alla massa del corpo su cui
agisce la forza

Tutto ciò che abbiamo visto finora sulla relazione tra accelerazione, forza e massa può essere riassunto nel seguente:

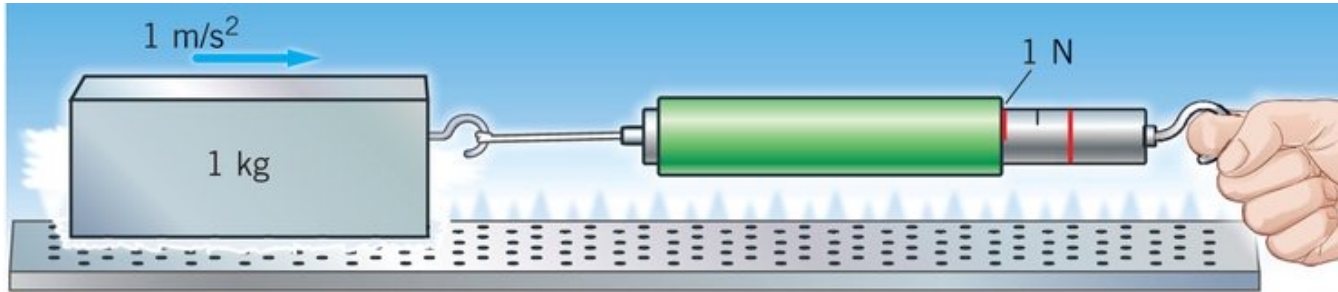
SECONDO PRINCIPIO DELLA DINAMICA

Forza ed accelerazione sono direttamente proporzionali:

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

- Osservazione importante: La **F** nella formula del secondo principio rappresenta la forza totale che agisce sul corpo. **F** si ottiene come somma vettoriale delle diverse forze che agiscono contemporaneamente sullo stesso oggetto.
- Osservazione importante: Il secondo principio vale solo nei sistemi di riferimento inerziali e contiene come caso particolare il principio di inerzia. Infatti se la forza totale è zero (**F**=0), l'accelerazione è zero (**a**=0). Questo significa che in assenza di forze l'oggetto si muove a velocità costante: se è fermo, resta fermo, se si muove, il suo moto è rettilineo uniforme.

Nel Sistema Internazionale (S I), l'unità di misura della forza è il newton (N), così definito:



1 newton è il valore di una forza che,
applicata a una massa di 1 kg, le imprime
un'accelerazione pari a 1 m/s^2 :

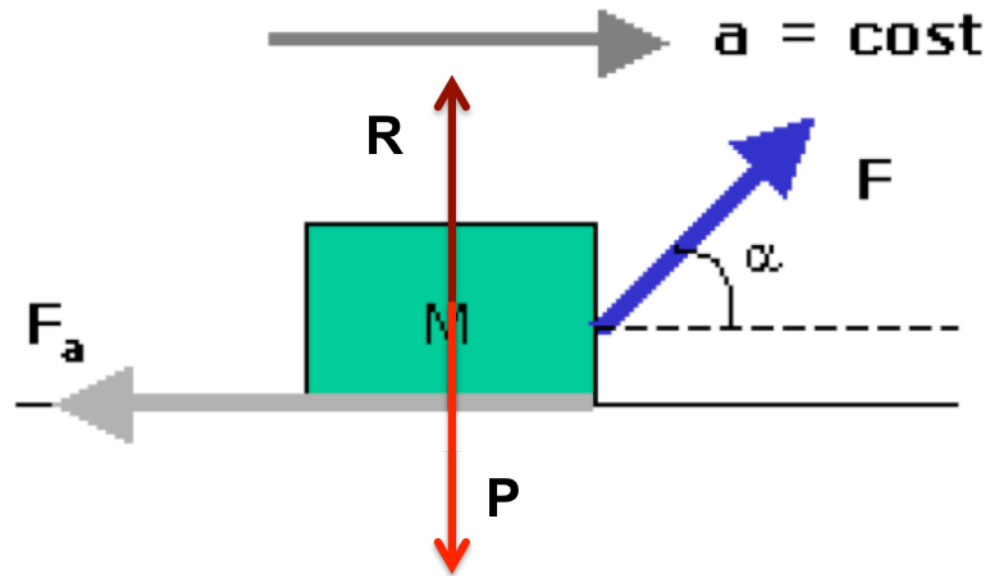
$$1\text{N}=1\text{kg}\cdot\text{m/s}^2$$

COME APPLICARE IL SECONDO PRINCIPIO DELLA DINAMICA

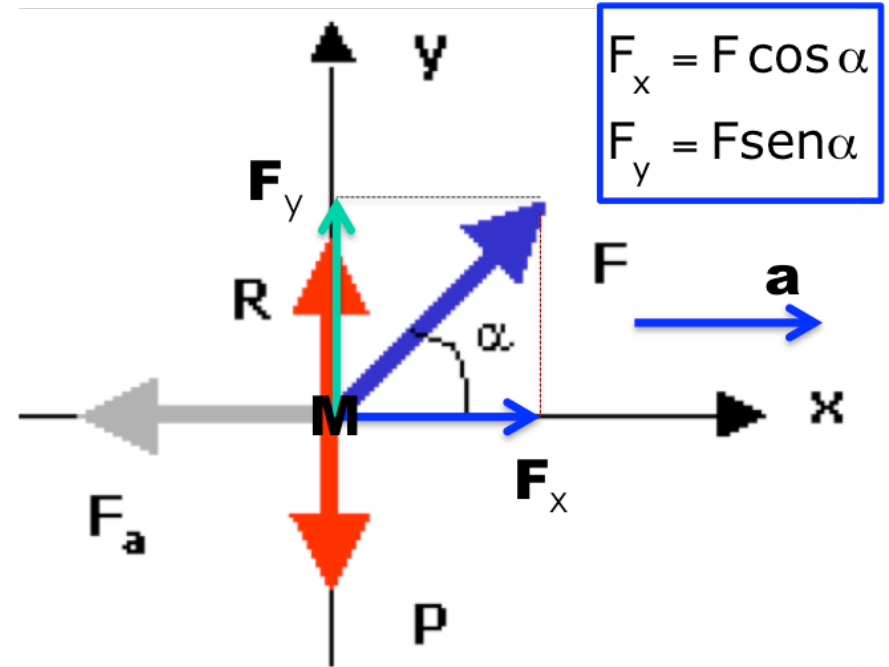
ESEMPIO

Il coefficiente di attrito tra un corpo di massa $M=20$ kg ed il pavimento è $\mu=0,2$. Calcolare l'accelerazione impressa al corpo da una forza di 100 N inclinata di 60° rispetto all'orizzontale, e la reazione vincolare.

1. Rappresentazione del problema:
disegnare il corpo con tutte le forze che agiscono su di esso.



2. Costruire il diagramma delle forze: fissare un sistema di riferimento (sceglierlo il più semplice possibile), centrato nella massa e riportare su di esso le forze in gioco e le loro componenti.



3. Applicare il 2° principio della dinamica

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Poiché è in forma vettoriale, diventa:

$$\sum \vec{F} = M \cdot \vec{a} \Rightarrow \begin{cases} \sum \vec{F}_x = M \vec{a}_x \\ \sum \vec{F}_y = M \vec{a}_y \end{cases} \xrightarrow{\text{c'è accelerazione solo lungo } x} \begin{cases} F_x - F_a = Ma \\ R + F_y - P = 0 \end{cases}$$

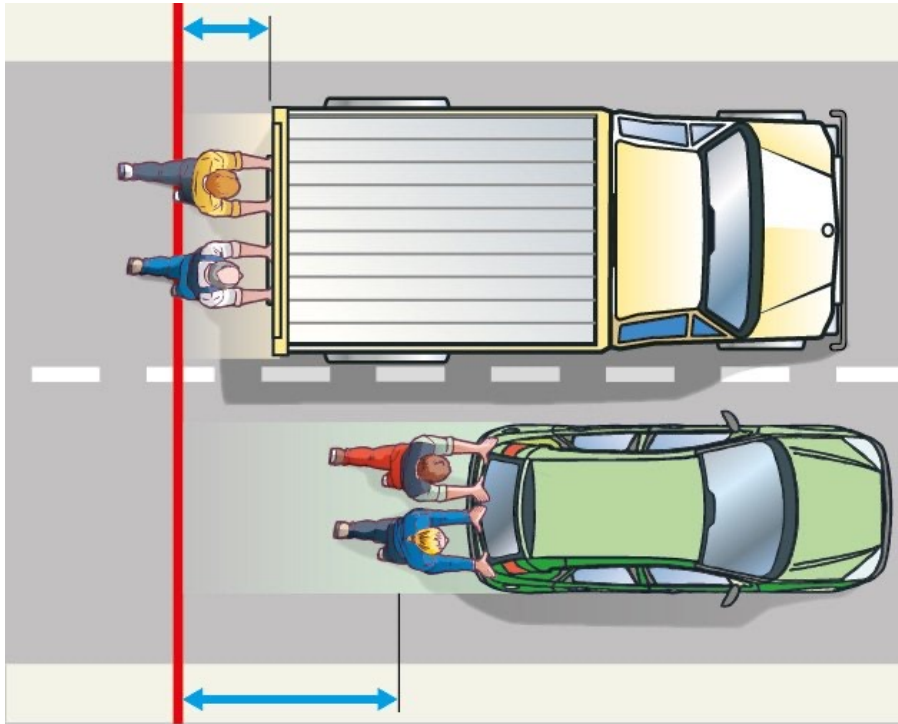
Il sistema così ottenuto contiene le due incognite del problema, l'accelerazione a e la reazione vincolare R . Risolto dà le seguenti soluzioni:

$$\begin{cases} F_x - F_a = Ma \\ R + F_y - P = 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{soluzione}}$$

$$\begin{cases} a = \frac{F_x - F_a}{M} = \frac{F \cdot \cos \alpha - \mu \cdot R}{M} = \frac{100 \cdot \cos 60^\circ - 0,2 \cdot 109}{20} = 1,5 m / s^2 \\ R = P - F_y = Mg - F \cdot \sin \alpha = 20 \cdot 9,8 - 100 \cdot \sin 60^\circ = 109 N \end{cases}$$

A questo punto non ci resta che approfondire il concetto di massa.

Qualitativamente, la massa di un corpo è la quantità di materia di cui un corpo è fatto. **Ma cosa è precisamente la massa?**



Applichiamo una stessa forza su due oggetti con masse diverse (un'automobile e un camion). Cosa osserviamo? Che il camion si muove con un'accelerazione più piccola di quella dell'automobile in quanto ha una massa maggiore ($m=F/a$).

Più grande è la massa, più un corpo resiste (cioè si oppone) a essere accelerato, cioè tanto maggiore è la forza che occorre applicargli per metterlo in moto con una data accelerazione.

Conclusione:

definizione di massa inerziale

La massa di un oggetto misura la resistenza che esso oppone al tentativo di accelerarlo

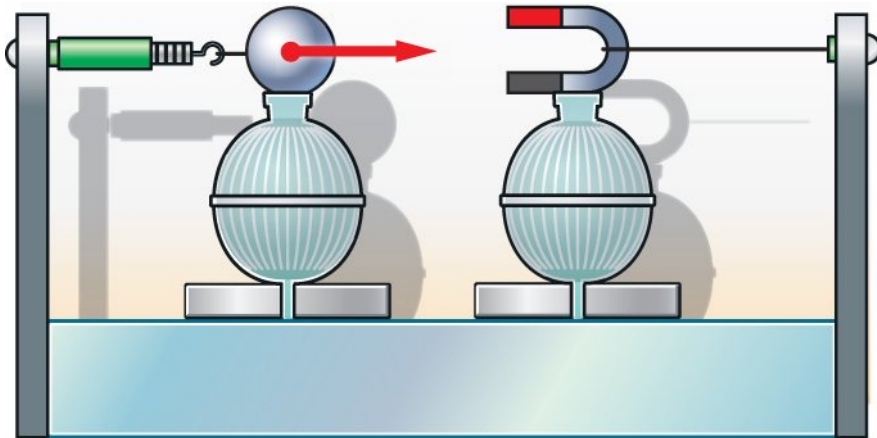
In sostanza la massa di un oggetto misura quanto è grande la sua inerzia, cioè la tendenza del corpo a muoversi sempre con la stessa velocità. È per questo che la denominazione completa di questa grandezza è **massa inerziale**.

IL TERZO PRINCIPIO DELLA DINAMICA

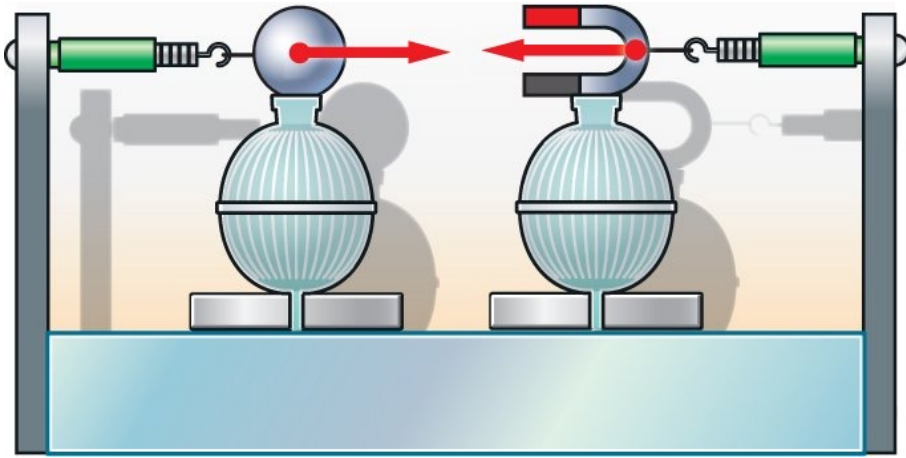
Ogni volta che un corpo subisce una forza c'è un altro corpo che sta esercitando tale forza. Quindi una forza non esiste mai da sola:

Tutte le volte che un corpo A esercita una forza su un corpo B, anche il corpo B esercita una forza sul corpo A.

Verifichiamo questa affermazione con un esperimento.



La calamita attira verso di sé la pallina di ferro; possiamo misurare la forza di attrazione che agisce sulla pallina mediante un dinamometro.



Però anche la pallina attira verso di sé la calamita. Un altro dinamometro permette di misurare questa seconda forza di attrazione.

Risultato: 1) il secondo dinamometro segna lo stesso valore che è indicato dal primo; 2) si dispone nella stessa direzione in cui si trova il primo; 3) ha verso opposto a quello del primo dinamometro.

Questo esperimento illustra una legge generale, la cosiddetta **legge di azione e reazione**:

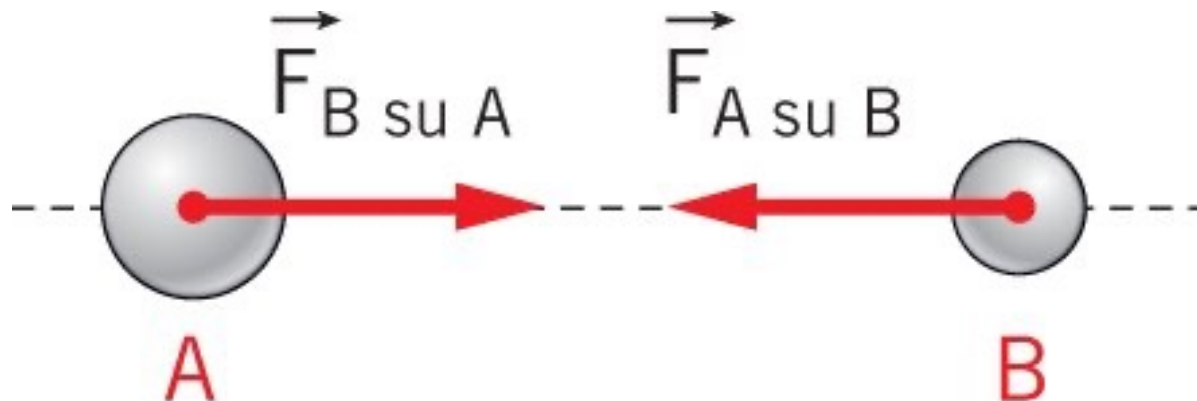
TERZO PRINCIPIO DELLA DINAMICA O PRINCIPIO DI AZIONE E REAZIONE

Quando un oggetto A esercita una forza su un oggetto B, anche B esercita una forza su A; le due forze hanno la stessa direzione e lo stesso modulo, ma versi opposti.

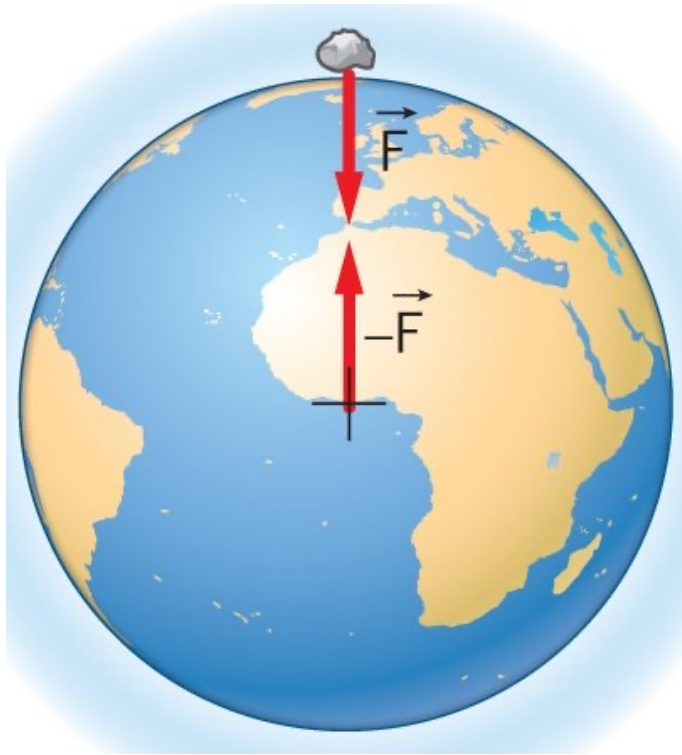
$$\vec{F}_{A \rightarrow B} = -\vec{F}_{B \rightarrow A}$$

forza di A su B (N) _____

_____ forza di B su A (N)

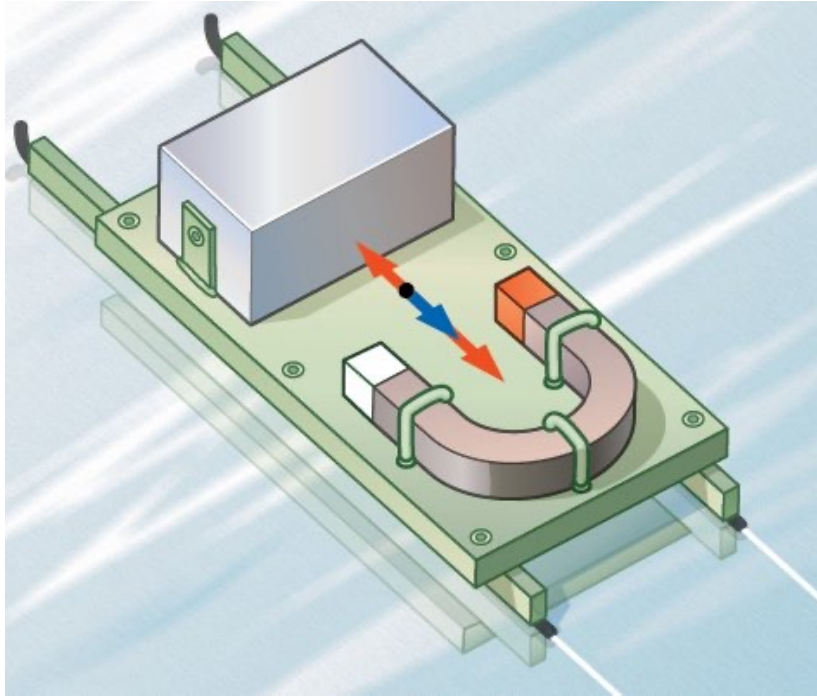


Le forze di azione e reazione, pur essendo uguali in direzione e modulo e opposte in verso, non si eliminano a vicenda perché sono applicate sempre su oggetti diversi.



Osservare bene: la Terra esercita sul sasso una forza di attrazione gravitazionale verso il basso (azione), mentre il sasso esercita sulla Terra una forza dello stesso valore verso l'alto (reazione).

Pertanto: è il sasso a cadere e subire l'accelerazione g in quanto (per il 2° principio) ha massa minore.



Fissiamo su una slitta un blocco di ferro ed una calamita. Se il terzo principio fosse falso, la calamita potrebbe attrarre il blocco con una forza maggiore di quella con cui il blocco attrae la calamita. Come risultato, sulla slitta agirebbe una forza risultante diversa da zero, capace di farla muovere senza consumare carburante.

Invece sulla slitta, per il terzo principio, agiscono due forze uguali ed opposte che si annullano, e quindi il corpo rimane fermo.

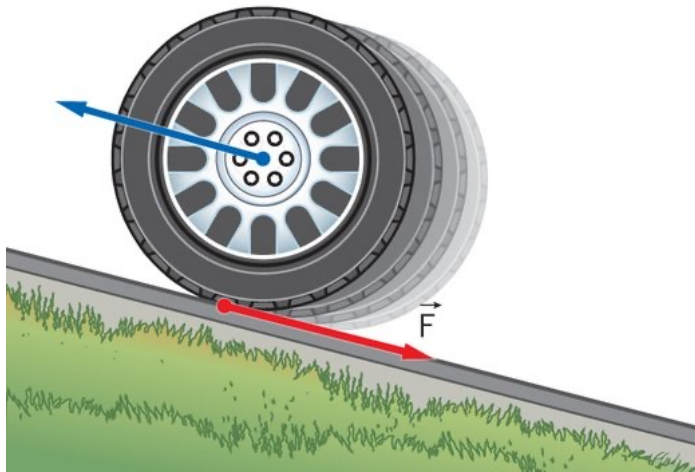
Vediamo alcuni esempi in cui entra in gioco il terzo principio:



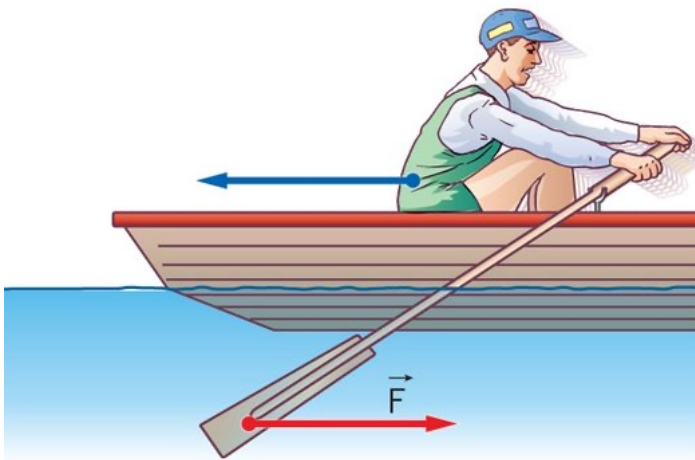
Quando camminiamo
spingiamo indietro il
terreno.



Il suolo ci spinge in
avanti con una forza,
uguale e opposta.

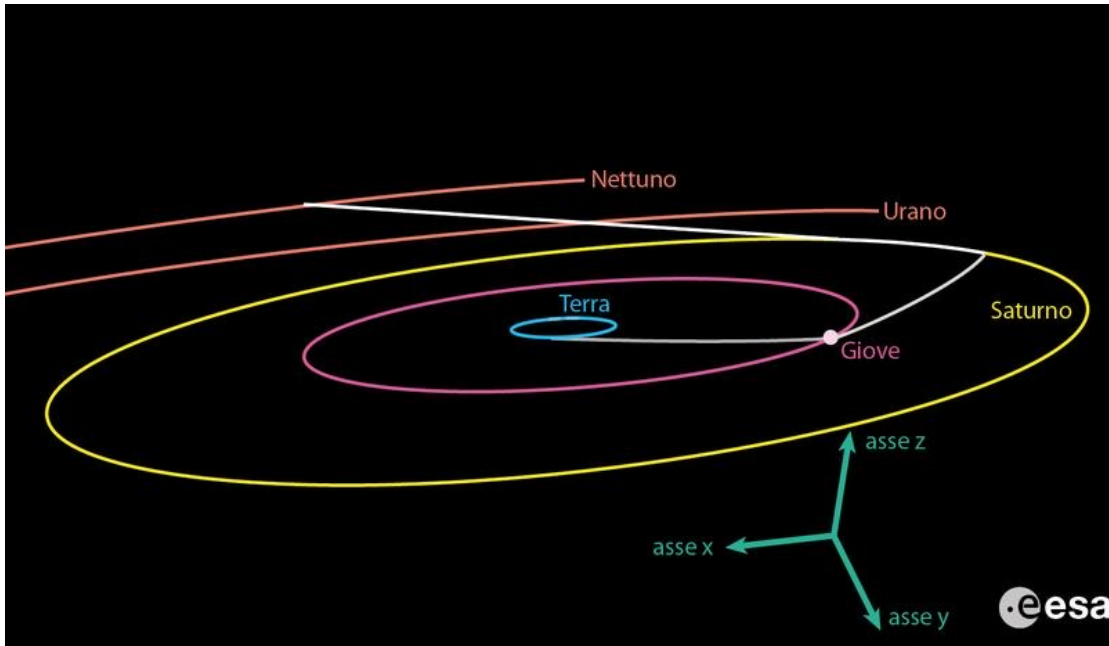


La ruota dell'automobile
spinge indietro il terreno
per essere spinta in
avanti



Con i remi spingiamo
indietro l'acqua per
spingere in avanti la
barca.

VERIFICA SPERIMENTALE DEI PRINCIPI DELLA DINAMICA



La sonda Voyager 2 fu lanciata da Cape Canaveral sabato 20 agosto 1977. Il suo scopo era quello di studiare i pianeti esterni del Sistema Solare.

- Il 9 luglio 1979 raggiunse la minima distanza da Giove.
- Il 26 agosto 1981 giunse alla minima distanza da Saturno
- Il 24 gennaio 1986 giunse alla minima distanza da Urano
- Il 25 agosto 1989 giunse alla minima distanza da Nettuno

L'enorme successo della sonda Voyager 2 è dovuto al grande accordo tra le previsioni degli scienziati e la traiettoria seguita dalla sonda. I principi della dinamica sono stati utilizzati per prevedere le orbite dei pianeti e dei loro satelliti e per controllare il comportamento della sonda.

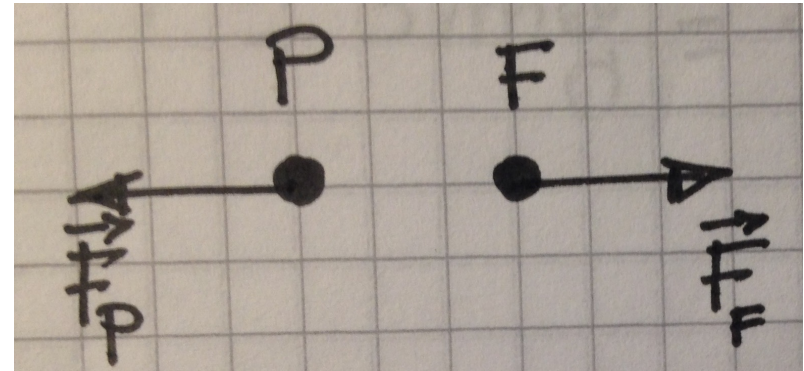
Le spinte del razzo di partenza e quelle dei piccoli razzi di navigazione (la sonda ne ha sedici) sono stati calibrati in modo che le accelerazioni subite dalla sonda fossero esattamente quelle che servivano per mantenerla sulla traiettoria calcolata.

Lo stesso è vero per tutte le sonde analoghe (Voyager 1 lanciata il 5 settembre 1977, la sonda Cassini lanciata il 15 ottobre 1997, la sonda New Horizons lanciata il 19 gennaio 2006, ecc.).

ESEMPIO

Un padre $m_1=71$ kg e il figlio $m_2=19$ kg si spingono a vicenda.
Sapendo che l'accelerazione di m_2 è $2,6$ m/s², determinare quella di m_1 .

TERZO PRINCIPIO DELLA DINAMICA:
il modulo della forza che agisce sul bambino è uguale a quello della forza che agisce sul padre; il verso delle due forze è opposto.



SECONDO PRINCIPIO DELLA DINAMICA: l'accelerazione del bambino è maggiore, essendo la sua massa minore di quella del padre:

$$F_P = F_F \Rightarrow m_P a_P = m_F a_F \rightarrow a_P = \frac{m_F}{m_P} \cdot a_F = \frac{19}{71} \cdot 2,6 = 0,70 \text{ m/s}^2$$

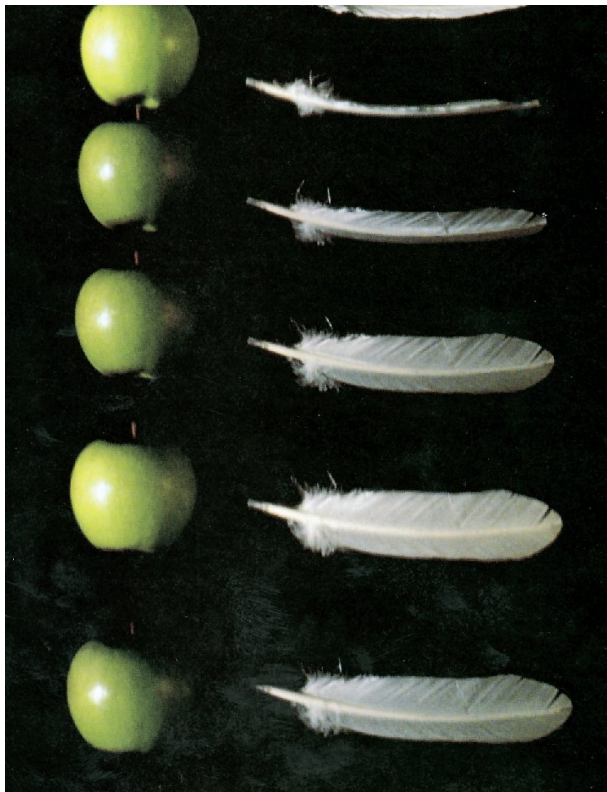
FISICA

La Dinamica: le forze e il moto

*Autore: prof. Pappalardo Vincenzo
docente di Matematica e Fisica*



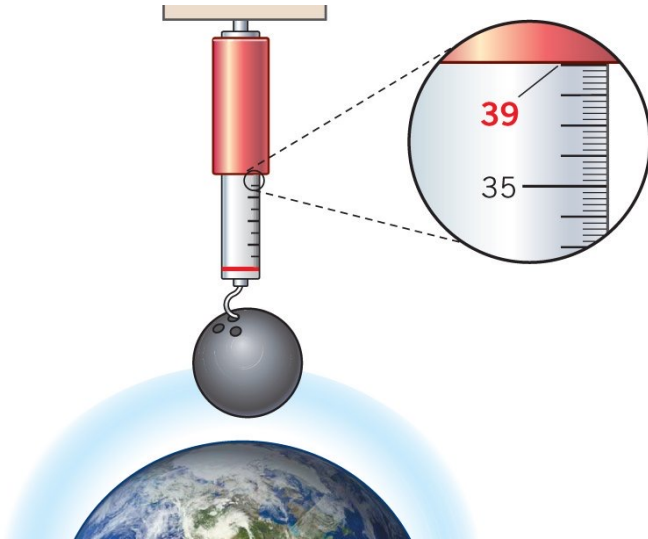
Come anticipato nella Cinematica, in assenza di attrito con l'aria, un oggetto in caduta libera si muove con un'accelerazione costante e uguale per tutti i corpi, pari all'accelerazione di gravità g .



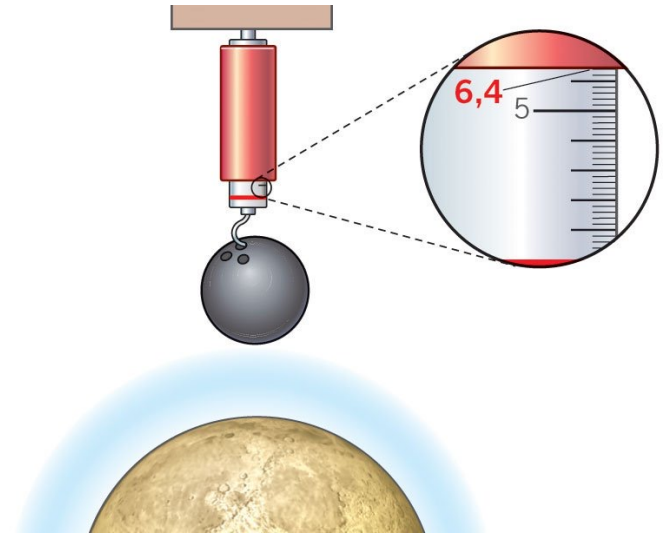
Ciò significa che, se non ci fosse l'attrito dell'aria, tutti gli oggetti da una piuma a una mela, quindi indipendentemente dalla massa, dalla forma e dalla natura dell'oggetto, cadrebbero tutti con la stessa accelerazione $g=9,8 \text{ m/s}^2$, e quindi, toccherebbero terra nello stesso istante.

Per gli oggetti in caduta libera, il secondo principio della dinamica diventa:

$$\text{Forza peso} = \vec{F}_p = m\vec{g}$$



Sulla Terra una palla da bowling, che ha una massa di 4 kg, pesa 39 N.

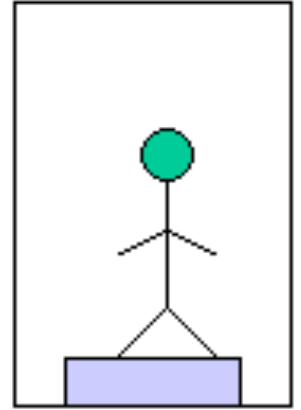


Sulla Luna il suo peso è di 6,4N, circa 1/6 di quello sulla Terra.

La massa non cambia (proprietà invariante dei corpi); g cambia e quindi anche la forza-peso cambia.

ESEMPIO

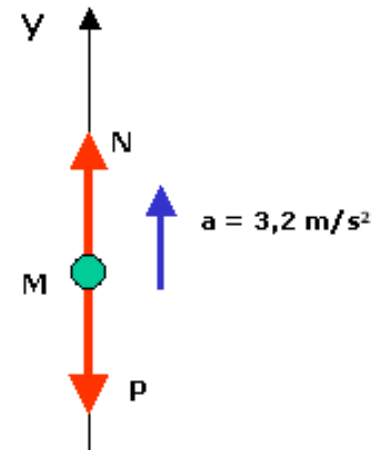
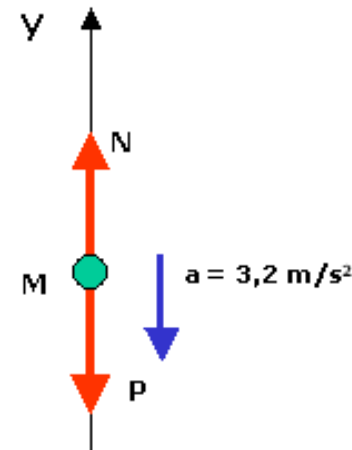
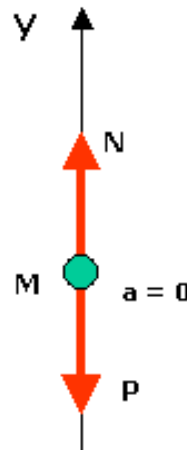
Un passeggero di massa $m=72.2$ kg sta su una bilancia nella cabina di un ascensore. Che cosa segna la bilancia quando l'accelerazione assume i valori dati in figura?



strategia risolutiva

1. **Costruire il diagramma delle forze:** fissare un sistema di riferimento (nel nostro caso basta solo l'asse delle y) e riportare su di esso le forze in gioco.

Diagramma delle forze

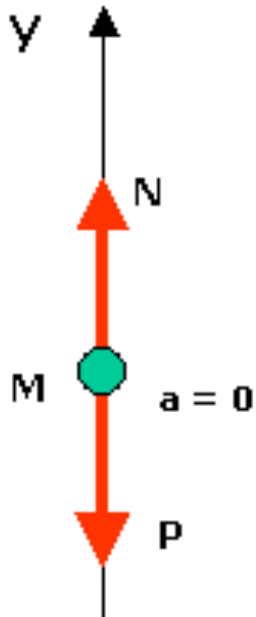


2. Applicare il 2° principio

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Poiché è in forma vettoriale, diventa:

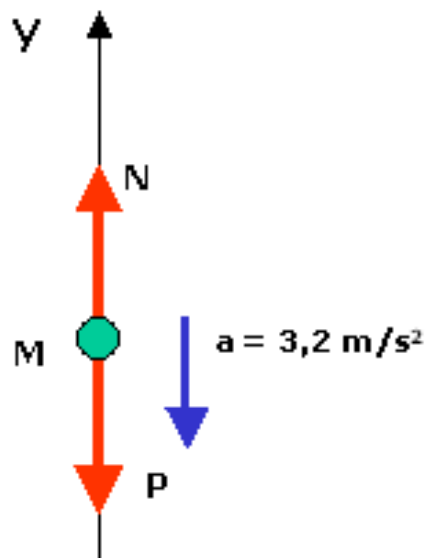
➤ 1° caso: $a = 0 \text{ m/s}^2$



$$N - Mg = 0 \Rightarrow N = Mg = 72,2 \cdot 9,8 = 708N$$

La bilancia segna il peso
effettivo del passeggero

➤ 2° caso: $a = -3,2 \text{ m/s}^2$



$$N - Mg = -Ma \Rightarrow$$

$$N = Mg - Ma = M \cdot (g - a) = 72,2 \cdot (9,8 - 3,2) = 477 \text{ N}$$

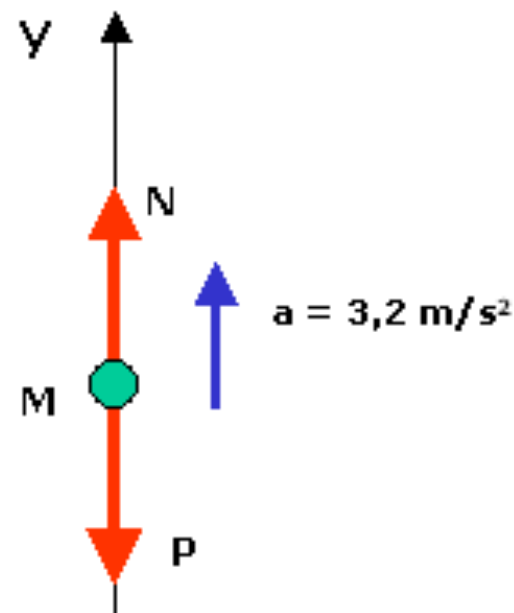
La bilancia segna un peso inferiore di 231 N
ed il passeggero pensa di aver dimagrito
23,6 kg ($M = P/g = 231/9,8 = 23,6 \text{ kg}$)

3° caso: $a = 3,2 \text{ m/s}^2$

$$N - Mg = Ma \Rightarrow$$

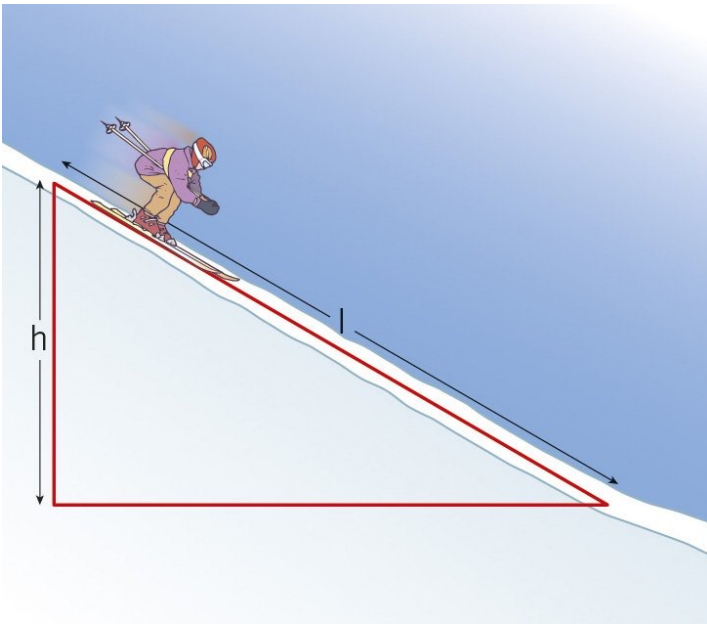
$$N = M \cdot (g + a) = 72,2 \cdot (9,8 + 3,2) = 939 \text{ N}$$

La bilancia segna un peso superiore di 231 N
ed il passeggero pensa di aver ingrassato
23,6 kg ($M = P/g = 231/9,8 = 23,6 \text{ kg}$)



MOTO SU UN PIANO INCLINATO

Calcolare la velocità con la quale uno sciatore, partendo da fermo, arriva in fondo alla pista, nell'ipotesi di trascurare le forze di attrito in gioco.

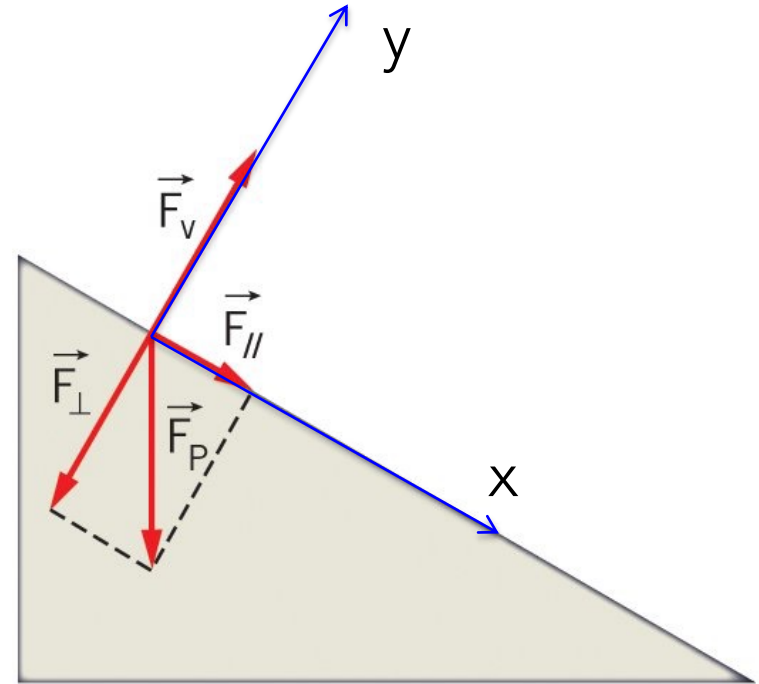


$$h = 50\text{m} \quad L = 100\text{m}$$
$$M = 70\text{kg}$$

Applichiamo il 2° principio della dinamica

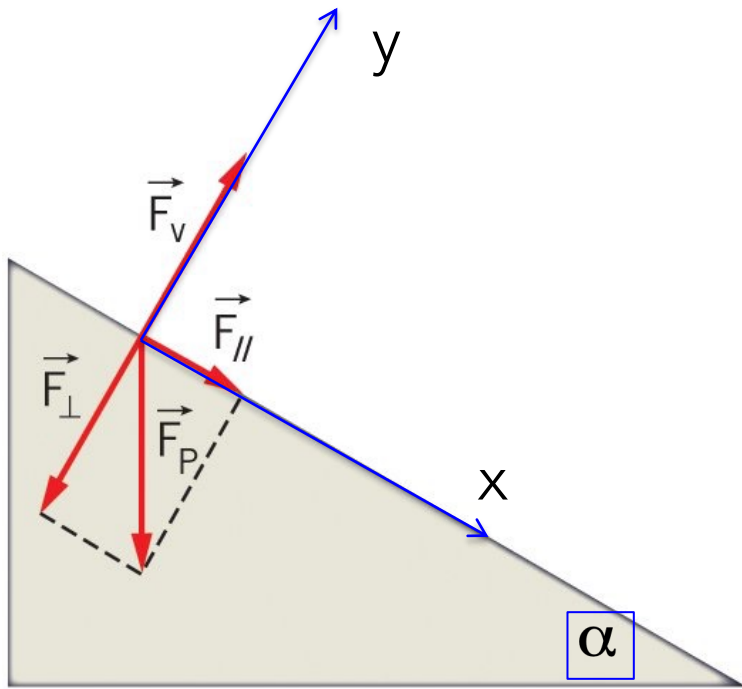
strategia risolutiva

1. **Costruire il diagramma delle forze:** fissare un sistema di riferimento (asse delle x lungo il piano inclinato e l'asse delle y perpendicolare) e riportare su di esso le forze in gioco e scomporle lungo gli assi.



2. **Applicare il 2° principio:** essendo in forma vettoriale, va scritto nel seguente modo

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \begin{cases} \sum \vec{F}_x = m \vec{a}_x \rightarrow 2^\circ \text{ principio applicato lungo l'asse } x \\ \sum \vec{F}_y = m \vec{a}_y \rightarrow 2^\circ \text{ principio applicato lungo l'asse } y \end{cases}$$



Osserviamo che, scomponendo $\mathbf{F}_P$ lungo gli assi cartesiani, la forza che spinge lo sciatore verso il basso è il vettore componente $\mathbf{F}_{//}$, mentre l'altro componente è controbilanciato dalla reazione vincolare $\mathbf{F}_v$, quindi lungo y non c'è accelerazione. Pertanto il 2° principio diventa:

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \begin{cases} \sum \vec{F}_x = m\vec{a}_x \rightarrow F_{//} = ma \\ \sum \vec{F}_y = m\vec{a}_y \rightarrow F_v - F_{\perp} = 0 \end{cases}$$

Per i nostri scopi ci serve solo la prima equazione del sistema.

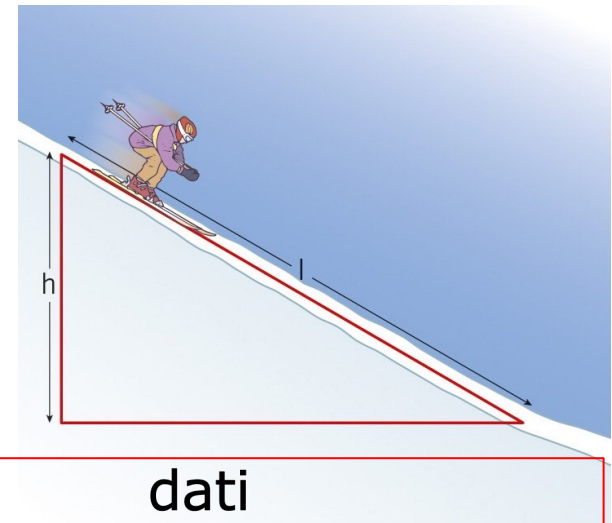
$$F_{//} = ma \xrightarrow[\substack{\text{algebra vettoriale} \\ F_{//} = F_p \sin \alpha}]{\quad} F_p \sin \alpha = ma \Rightarrow mg \sin \alpha = ma \xrightarrow{\text{da cui}} \\ a = g \sin \alpha \xrightarrow[\substack{\text{formule triangolo rettangolo} \\ h = L \sin \alpha}]{\quad} a = g \frac{h}{L} = 9,8 \cdot \frac{50}{100} = 4,7 \text{ m/s}^2$$

E dalle leggi del moto uniformemente accelerato calcoliamo la velocità:

$$\begin{cases} s = \frac{1}{2} at^2 \\ v = at \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \sqrt{\frac{2L}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 100}{4,7}} = 6,5 \text{ s} \\ v = 4,7 \cdot 6,5 = 30,7 \text{ m/s} \end{cases}$$

ESEMPIO

Calcolare la velocità con la quale uno sciatore, partendo da fermo, arriva in fondo alla pista, considerando che il coefficiente di attrito dinamico sia pari a 0,05.



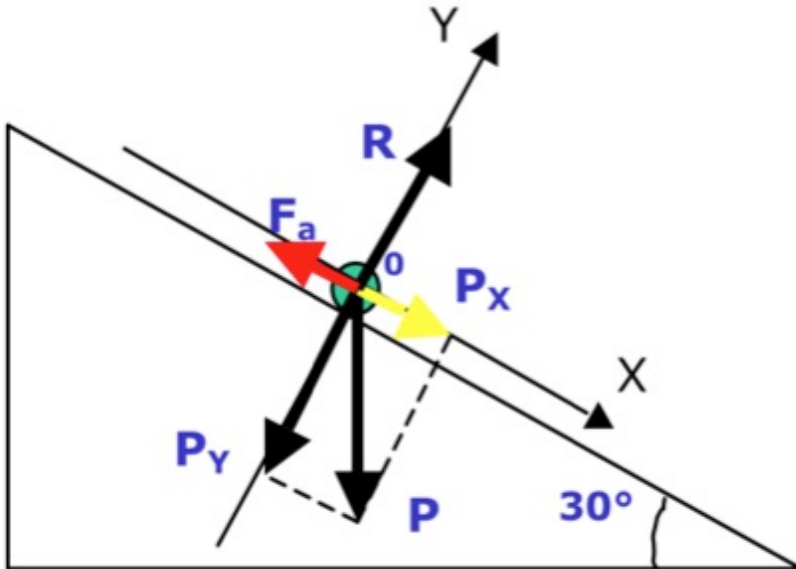
dati

$$h = 50\text{m} \quad L = 100\text{m}$$

$$\text{sen}\alpha = \frac{h}{L} = 0,5 \rightarrow \alpha = 30^\circ$$

$$M = 70\text{kg}$$

Diagramma delle forze



$$P_x = P \cdot \text{sen}\alpha$$

$$P_y = P \cdot \cos\alpha$$

$$F_a = \mu \cdot P_y$$

2° principio

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \begin{cases} \sum \vec{F}_x = m\vec{a}_x \rightarrow P_x - F_a = ma \\ \sum \vec{F}_y = m\vec{a}_y \rightarrow R - P_y = 0 \end{cases}$$

Per i nostri scopi ci serve solo la prima equazione del sistema.

$$P_x - F_a = ma \Rightarrow P \cdot \sin \alpha - \mu P \cos \alpha = ma \xrightarrow{\text{da cui}} a = \frac{P(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)}{m} =$$
$$\frac{mg(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)}{m} = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) = 9,8(\sin 30^\circ - 0,05 \cos 30^\circ) = 4,5 \text{ m/s}^2$$

E dalle leggi del moto
uniformemente
accelerato calcoliamo
la velocità:

$$\begin{cases} s = \frac{1}{2}at^2 \\ v = at \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \sqrt{\frac{2L}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 100}{4,5}} = 6,7 \text{ s} \\ v = 4,5 \cdot 6,7 = 30,2 \text{ m/s} \end{cases}$$

ESEMPIO

Calcolare la velocità con la quale uno sciatore, partendo da fermo, arriva in fondo alla pista, considerando che il coefficiente di attrito dinamico sia pari a 0,05.

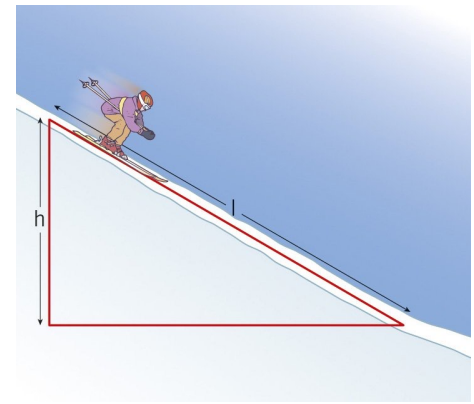
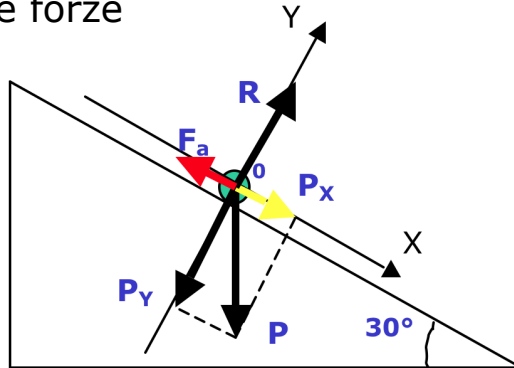


Diagramma delle forze

$$P_x = P \cdot \sin \alpha$$

$$P_y = P \cdot \cos \alpha$$

$$F_a = \mu \cdot P_y$$



$$h = 50\text{m} \quad L = 100\text{m}$$

$$\sin \alpha = \frac{h}{L} = 0,5 \rightarrow \alpha = 30^\circ$$

$$M = 70\text{kg}$$

Applicando il secondo principio della dinamica otteniamo:

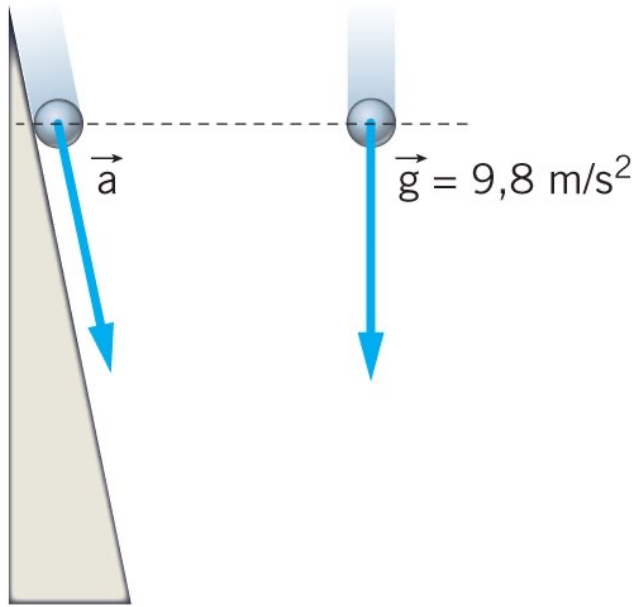
$$P_x - F_a = ma \Rightarrow P \cdot \sin \alpha - \mu P \cos \alpha = ma \Rightarrow a = \frac{P(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)}{m} = \frac{mg(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)}{m}$$

$$a = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) = 9,8 \cdot (\sin 30^\circ - 0,05 \cos 30^\circ) = 4,5 \text{ m/s}^2$$

E dalle leggi del moto uniformemente accelerato calcoliamo la velocità:

$$\begin{cases} s = \frac{1}{2}at^2 \\ v = at \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \sqrt{\frac{2L}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 100}{4,5}} = 6,7 \text{ s} \\ v = 4,5 \cdot 6,7 = 30,2 \text{ m/s} \end{cases}$$

Considerazioni finali



All'aumentare dell'inclinazione del piano, il valore dell'accelerazione a tende ad avvicinarsi a quello dell'accelerazione di gravità g .

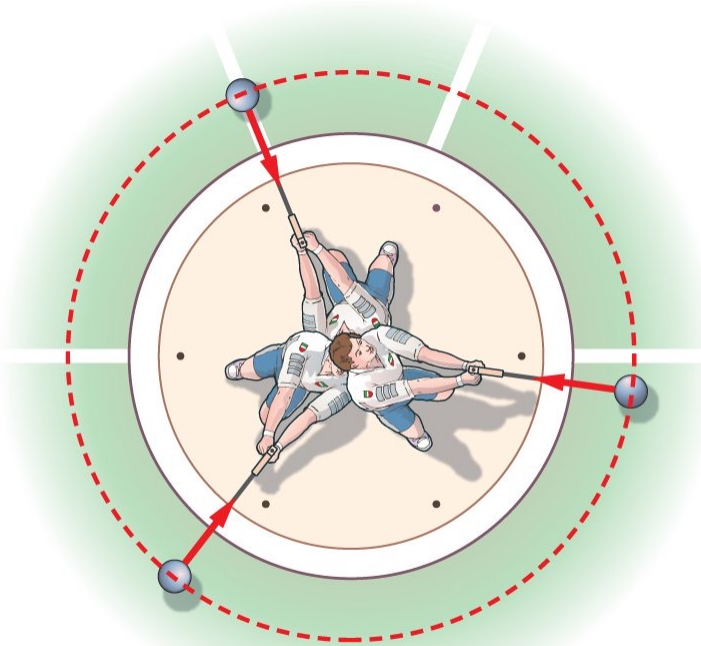


Al diminuire dell'inclinazione del piano, il valore dell'accelerazione a tende ad avvicinarsi al valore zero.

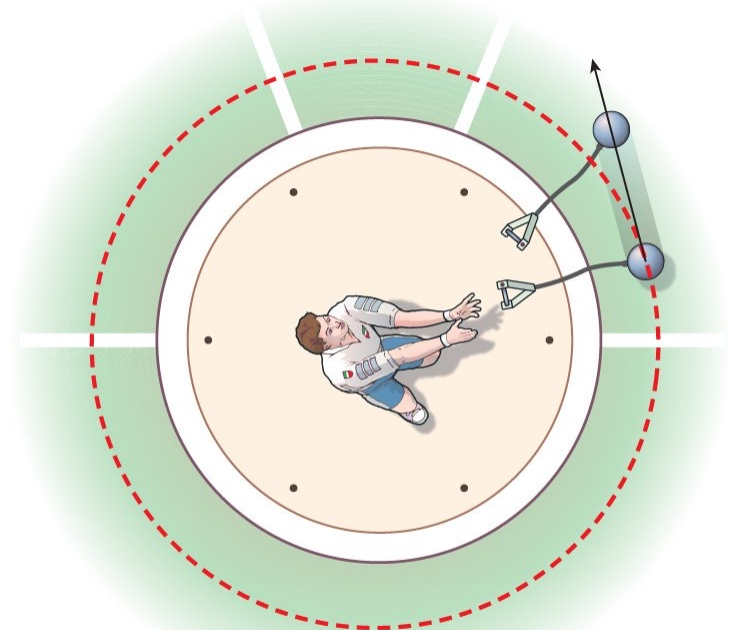
Il valore dell'accelerazione è indipendente dalla massa dell'oggetto che scivola lungo il piano inclinato e dipende.

LA FORZA CENTRIPETA

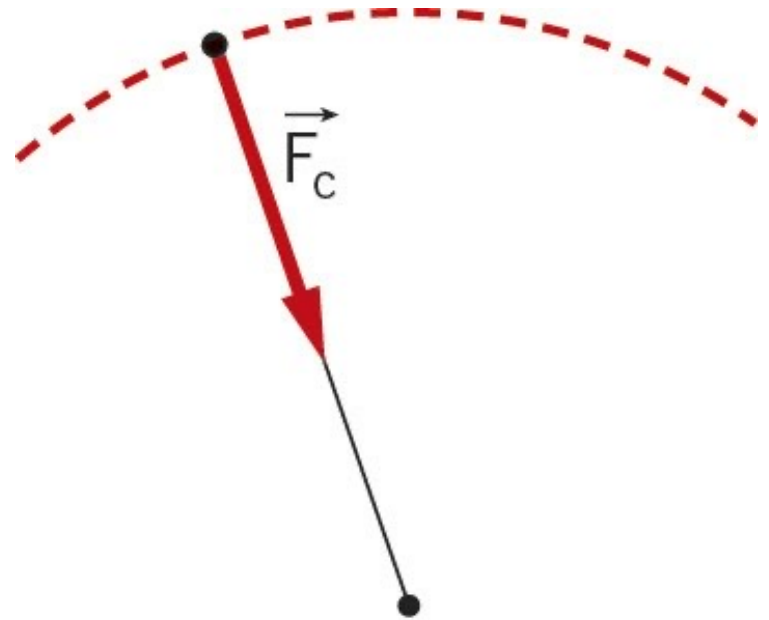
Durante la rotazione, l'atleta tira verso di sé il martello con una forza che è diretta, in ogni istante, verso il centro.



Nell'istante in cui lascia la maniglia, non esercita più la forza e la sfera si allontana lungo la tangente alla traiettoria circolare.



Affinché un oggetto si muova di moto circolare uniforme, è necessario che subisca una forza verso il centro, chiamata **forza centripeta**, che cambia la direzione del vettore velocità, ma non il suo valore.

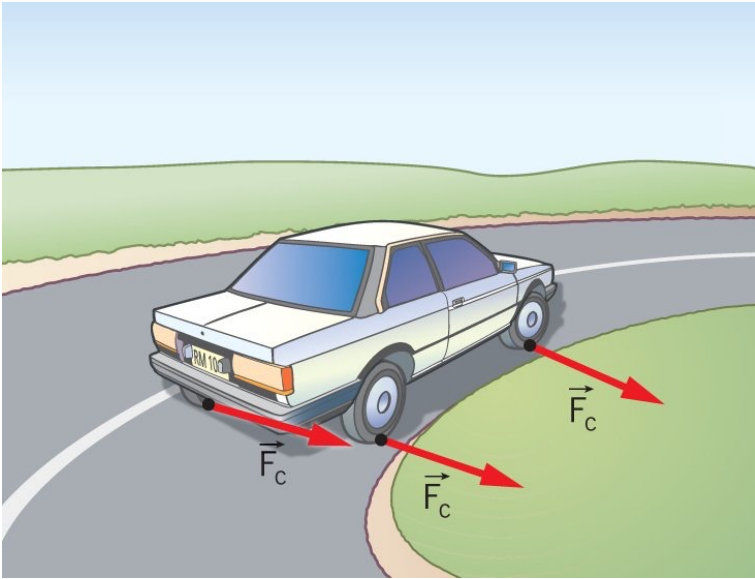


$$F_c = ma_c = m \frac{v^2}{r} = m\omega^2 r$$

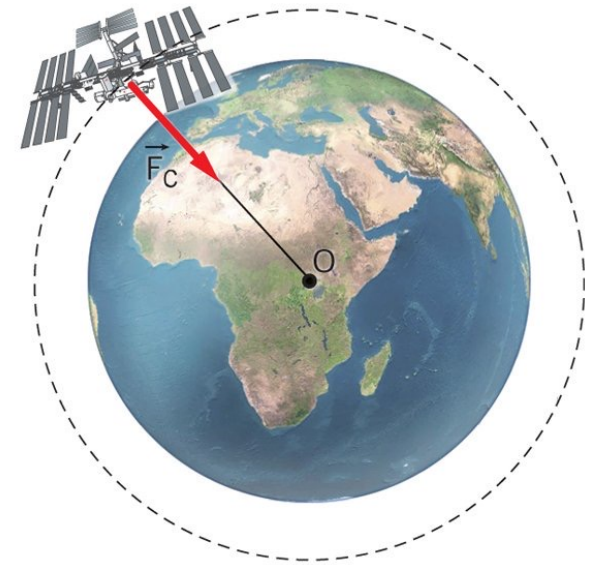
$a_c = v^2/r = \omega^2 r$
è l'accelerazione centripeta

La forza centripeta ha cause diverse:

Per un'automobile che curva lungo una strada la forza centripeta è la forza di attrito tra pneumatici e la strada.

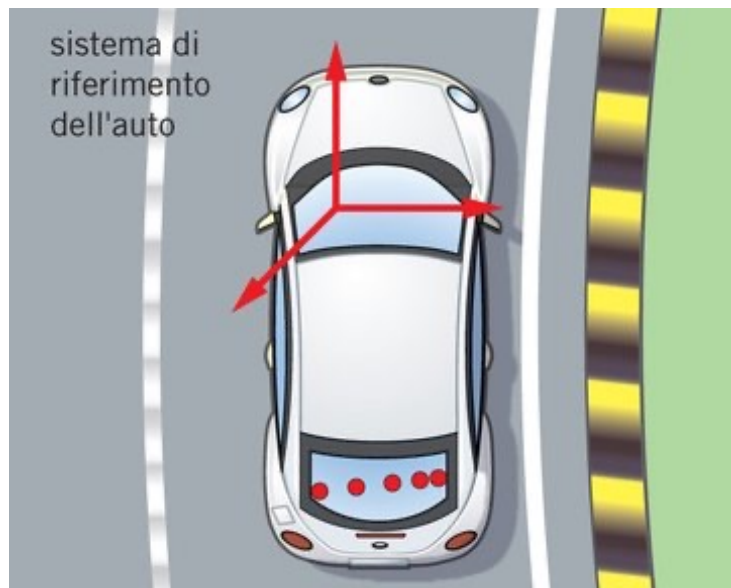


Per un satellite che orbita attorno alla Terra la forza centripeta è la forza di gravità della Terra.

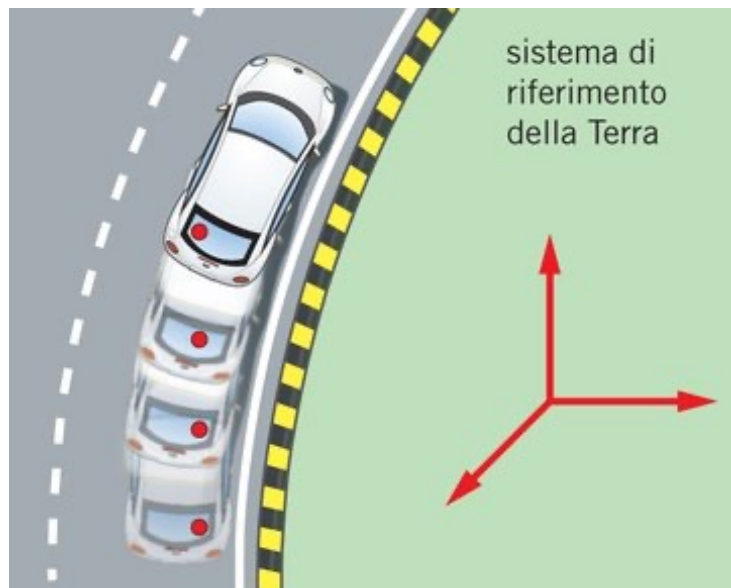


La forza centripeta incurva continuamente la traiettoria dell'auto e del satellite, obbligandoli a muoversi lungo una circonferenza.

La forza centrifuga



Durante una curva a destra, si ha l'impressione che ci sia una forza (la cosiddetta **forza centrifuga**) che spinge il CD verso sinistra, cioè verso l'esterno della curva.

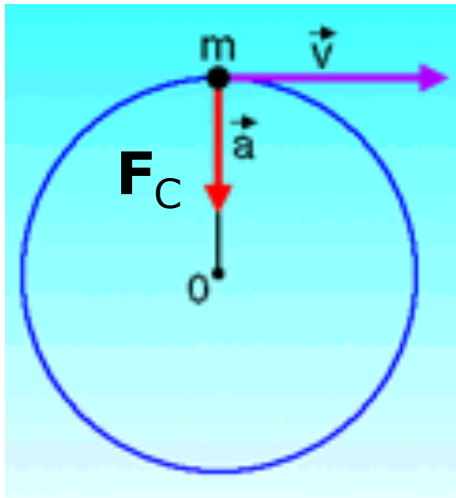


Nel sistema di riferimento (inerziale) della Terra, il CD continua semplicemente a muoversi in linea retta.

La forza centrifuga è una delle **forze apparenti** di cui abbiamo già parlato.

ESEMPIO

Per simulare l'assenza di peso durante l'addestramento, gli astronauti vengono portati su un aereo che percorre una traiettoria circolare, di raggio 2500 m, su un piano verticale. Affinchè gli astronauti percepiscano l'assenza di peso, quale deve essere la velocità dell'aereo nella parte alta della sua traiettoria?



La forza che obbliga l'aereo a percorrere la traiettoria circolare è la forza centripeta. Appliciamo il secondo principio della dinamica per calcolare la velocità dell'aereo nella parte alta della sua traiettoria, dove la forza centripeta non è altro che la forza peso:

$$F_c = ma_c \Rightarrow mg = m \frac{v^2}{R} \rightarrow$$

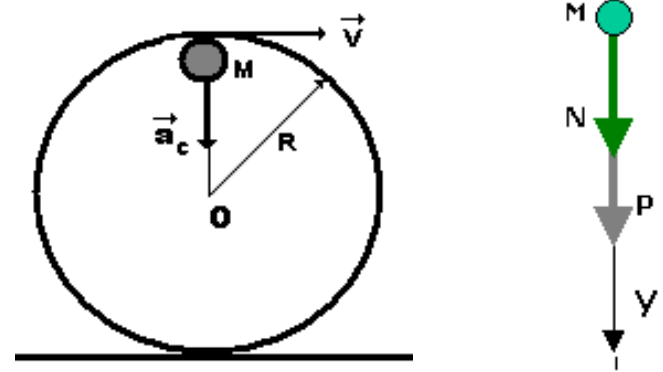
$$v = \sqrt{gR} = \sqrt{9,81 \cdot 2500} = 157 \text{ m / s}$$

$a_c = v^2/R$ è l'accelerazione
centripeta

ESEMPIO

diagramma delle forze

Un veicolo compie un giro della morte su una pista circolare, di raggio $R = 3 \text{ m}$, disposta in un piano verticale. Qual è la minima velocità che il veicolo deve avere nel punto più alto della pista?



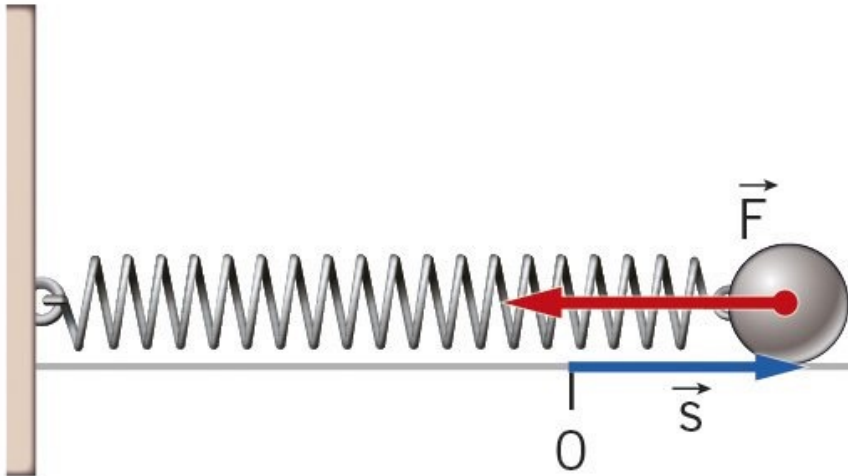
Applichiamo il 2° principio della dinamica al corpo di massa M , tenendo conto che $N=0$ (condizione di perdita di contatto con la pista):

$$\sum \vec{F} = M \cdot \vec{a} \Rightarrow N + P = M \cdot a_c \xrightarrow{N=0} Mg = M \frac{v^2}{R} \rightarrow$$

$$v = \sqrt{gR} = \sqrt{9,8 \cdot 3} = 5,4 \text{ m/s}$$

Per essere certi che il veicolo non perda contatto con la pista nel punto più alto, la velocità deve essere maggiore di 5.4 m/s .

LA FORZA ELASTICA



Se la molla subisce una deformazione descritta dal vettore $\mathbf{s}$, essa esercita sulla pallina, secondo la legge di Hooke, la forza elastica $\mathbf{F}$:

$$\vec{F} = -k\vec{s}$$

Per il secondo principio della dinamica ($\mathbf{F} = m\mathbf{a}$), la formula precedente diventa:

$$m\vec{a} = -k\vec{s}$$

da cui ricaviamo l'accelerazione impressa dalla molla alla pallina:

$$(1) \quad \vec{a} = -\frac{k}{m}\vec{s}$$

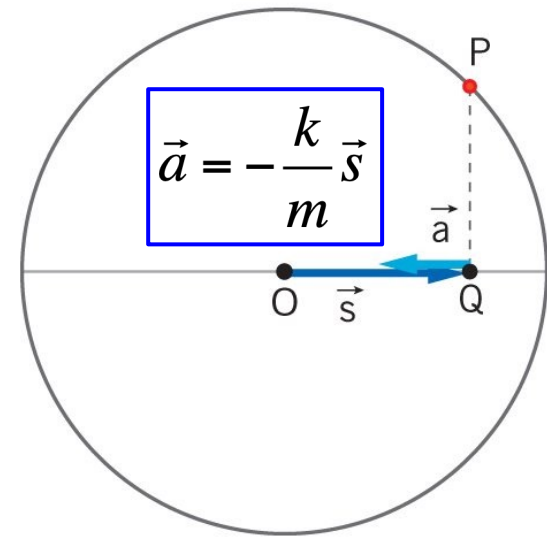
Questa accelerazione è direttamente proporzionale allo spostamento della pallina rispetto alla posizione di equilibrio della molla ed è rivolta in verso opposto a esso:

Ma la formula è matematicamente identica a quella che vale per il moto armonico:

$$(2) \quad \vec{a} = -\omega^2 \vec{s}$$

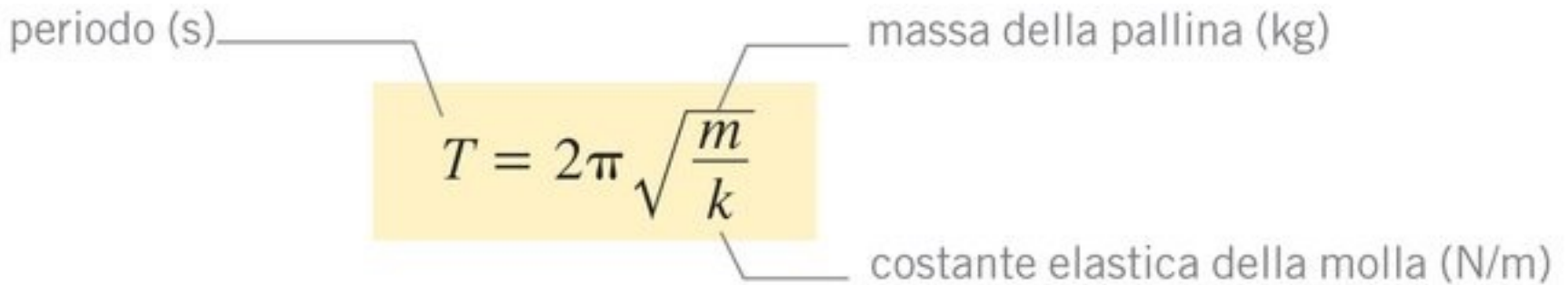
Possiamo allora concludere che:

Il moto di una massa che oscilla attaccata a una molla è un moto armonico.



Confrontando la formula (1) con la (2), e tenendo conto della formula per ω , possiamo determinare qual è il periodo di una massa che oscilla attaccata a una molla:

$$-\omega^2 = -\frac{k}{m} \rightarrow \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{k}{m} \quad \text{da cui:}$$



The diagram shows the formula $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$ centered within a yellow rectangular box. Three labels with leader lines point to the variables in the formula: 'periodo (s)' points to 'T', 'massa della pallina (kg)' points to 'm', and 'costante elastica della molla (N/m)' points to 'k'.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

periodo (s)

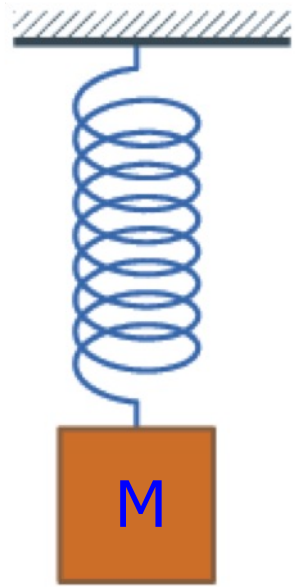
massa della pallina (kg)

costante elastica della molla (N/m)

Tenendo fisso k , il periodo di oscillazione dipende dalla massa m attaccata alla molla.

ESEMPIO

Calcolare il periodo di oscillazione e la pulsazione di una molla che viene allungata di 0,4 m da una massa di 1 kg.

**diagramma delle forze**

Le forze in gioco sono la forza elastica e la forza peso, per cui applicando il 2° principio della dinamica calcoliamo la costante elastica della molla che serve per calcolare il periodo di oscillazione:

$$F_e = Ma \rightarrow kx = Mg \quad \text{da cui:} \quad k = \frac{Mg}{x} = \frac{1 \cdot 9,8}{0,4} = 24,5 \, \text{N / m}$$

Pertanto:

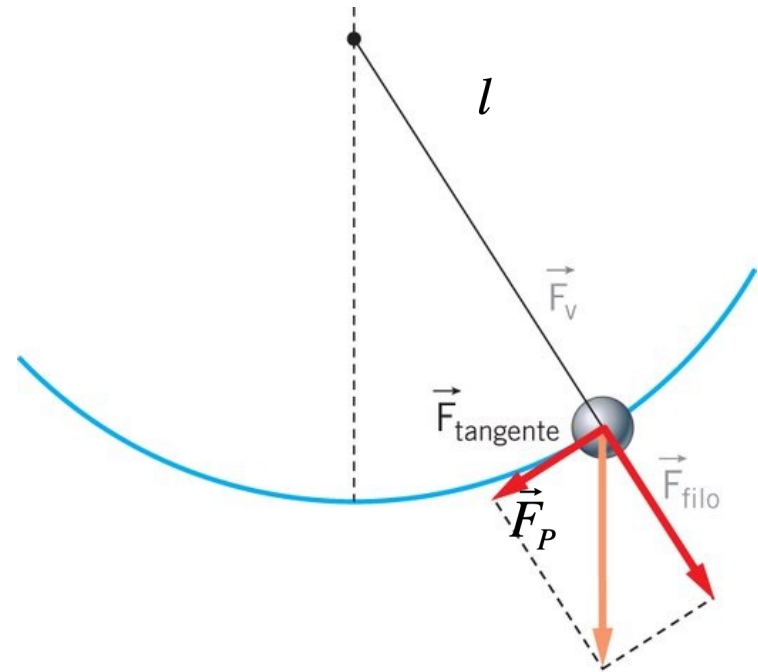
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{M}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{1}{24,5}} = 1,3 \, \text{s} \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{1,3} = 5 \, \text{rad / s}$$

IL PENDOLO

Come nel caso della molla, la pallina subisce una forza direttamente proporzionale al suo spostamento rispetto alla posizione di equilibrio e rivolta in modo da opporsi allo spostamento. Questa forza è il vettore componente della forza-peso della pallina lungo la tangente alla sua traiettoria.

Si dimostra che l'accelerazione a cui è soggetta la pallina è data da:

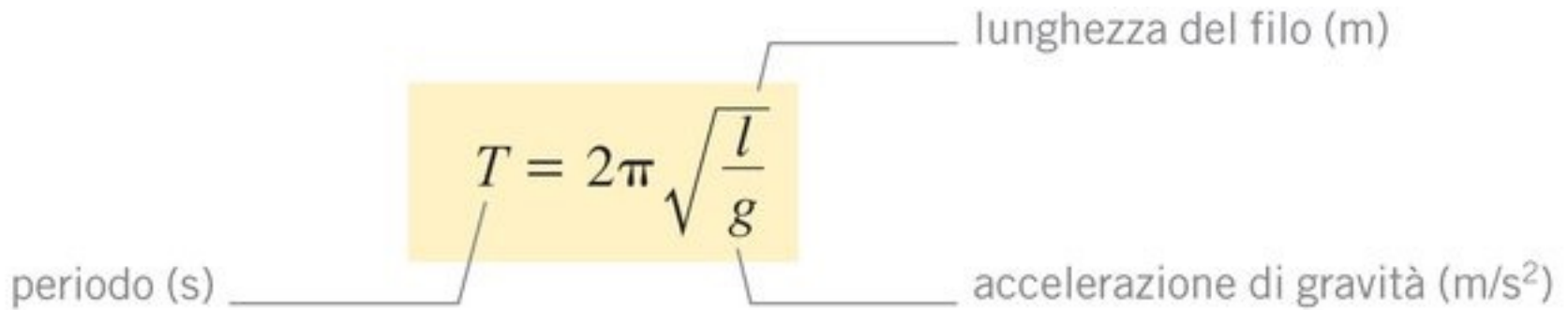
$$(1) \quad \vec{a} = -\frac{g}{l} \vec{s}$$



Se le oscillazioni sono piccole (angolo di oscillazione minore di 10°), si osserva che il pendolo si muove di moto armonico.

Confrontando la formula (1) con quella del moto armonico ($a = -\omega^2 s$), possiamo determinare il periodo del pendolo:

$$-\omega^2 = -\frac{g}{l} \rightarrow \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{g}{l} \quad \text{da cui:}$$



The diagram shows the formula $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ enclosed in a yellow rectangular box. Three labels with leader lines point to parts of the formula: 'lunghezza del filo (m)' points to the variable l in the numerator of the square root; 'periodo (s)' points to the variable T on the left side of the equation; and 'accelerazione di gravità (m/s²)' points to the variable g in the denominator of the square root.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Per piccole oscillazioni, T non dipende né dall'ampiezza dell'oscillazione, né dalla sua massa, ma solo dalla sua lunghezza e dall'accelerazione di gravità.

Cosa significa? Mentre le oscillazioni del pendolo diventano meno ampie a causa degli attriti, la durata di una singola oscillazione non cambia. La proprietà del pendolo di compiere oscillazioni di uguale durata si chiama *isocronia*.

Possiamo usare il pendolo come strumento per misurare l'accelerazione di gravità. Infatti dalla formula del periodo possiamo ricavare che:

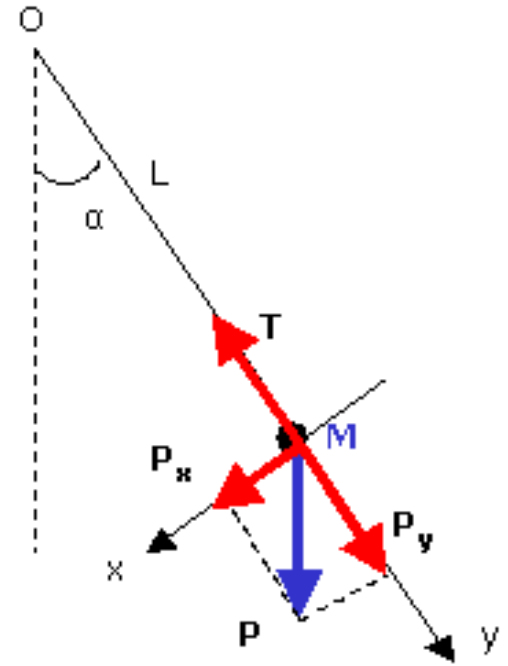
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad da \text{ cui :}$$

$$g = 4\pi^2 \frac{l}{T^2}$$

Quindi, possiamo realizzare un esperimento che ci permette di calcolare l'accelerazione di gravità del luogo in cui ci troviamo, attraverso la misura della lunghezza l del pendolo e della durata T di un'oscillazione completa.

ESEMPIO

Un pendolo con $L=1\text{m}$ porta all'estremità una pallina $M=100\text{g}$. Quando il filo forma con la verticale un angolo di 45° la pallina ha un'accelerazione centripeta di 4 m/s^2 . Calcolare la velocità della pallina e la tensione del filo nella posizione considerata.



Dalla formula dell'accelerazione centripeta calcoliamo la velocità della pallina:

$$a_c = \frac{v^2}{L} \rightarrow v = \sqrt{a_c \cdot L} = \sqrt{4 \cdot 1} = 2\text{ m/s}$$

Dal 2° principio della dinamica calcoliamo la tensione della fune:

$$T - P_y = Ma_c \rightarrow T = P_y + Ma_c = Mg \cos \alpha + Ma_c =$$

$$M(g \cos \alpha + a_c) = 0,1 \cdot (9,8 \cdot \cos 45^\circ + 4) = 1,1\text{ N}$$