

FISICA

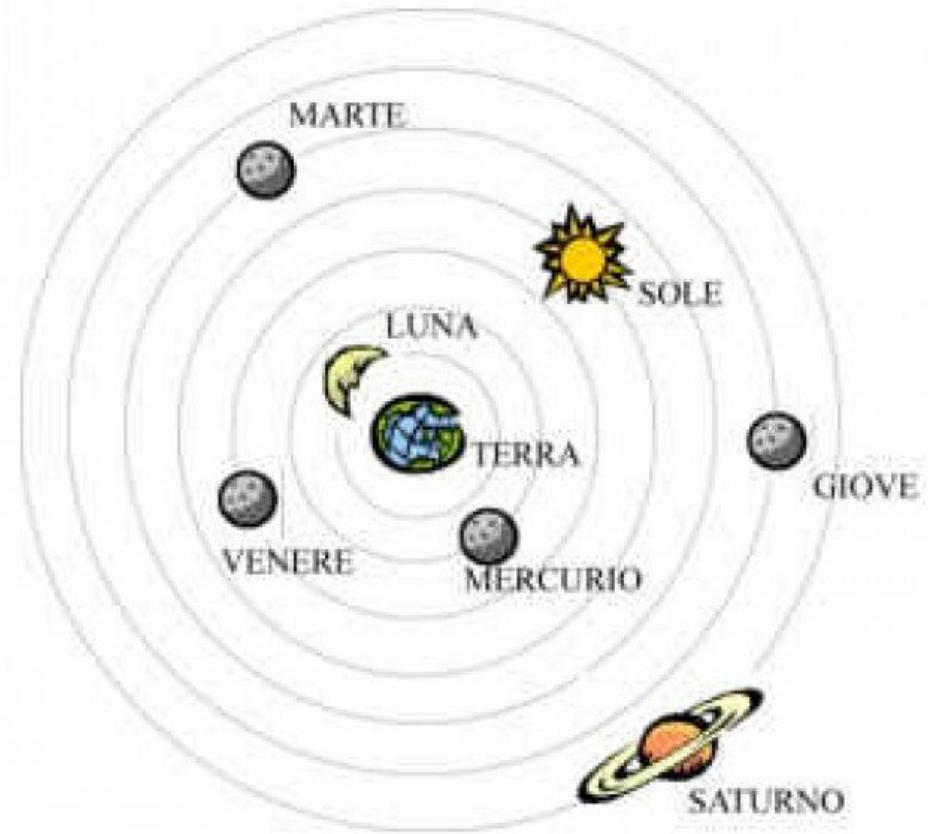
MECCANICA La Gravitazione

*Autore: prof. Pappalardo Vincenzo
docente di Matematica e Fisica*



UN PO' DI STORIA

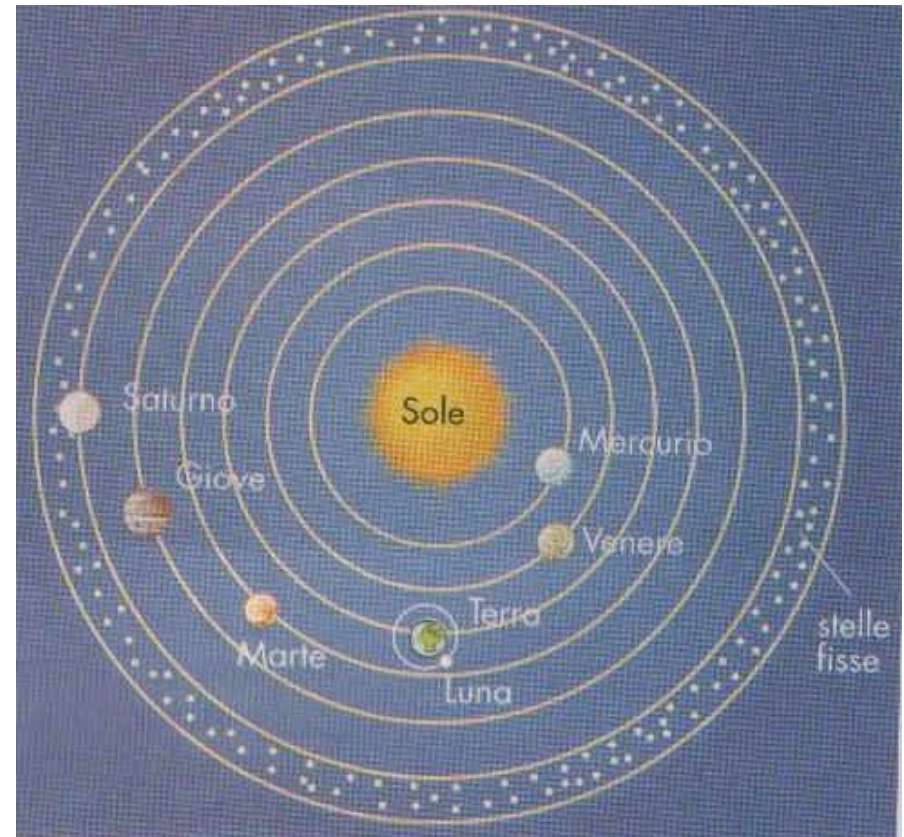
Secondo un modello cosmologico (**modello geocentrico**) che risale prima ad Aristotele e poi a Tolomeo, fino al 1600 si pensava che la Terra fosse al centro dell'Universo con il Sole, la Luna e i pianeti che le orbitavano intorno.



A ciò si univa anche la convinzione che le leggi della **fisica terrestre** fossero del tutto diverse dalle leggi che regolano il moto dei corpi celesti (**fisica celeste**): questi ultimi erano considerati eterni e perfetti e, quindi, si pensava che i loro movimenti dovessero essere circolari. La circonferenza era infatti la linea perfetta perché simmetrica e priva di inizio e di fine.

Invece i corpi terrestri sono imperfetti e tendono a deteriorarsi; inoltre, i loro moti hanno un inizio e una fine, e tendono a essere più o meno rettilinei.

Anche il primo **modello eliocentrico**, proposto da *Copernico (1473-1543)*, faceva l'ipotesi che le orbite dei pianeti attorno al Sole fossero circolari.

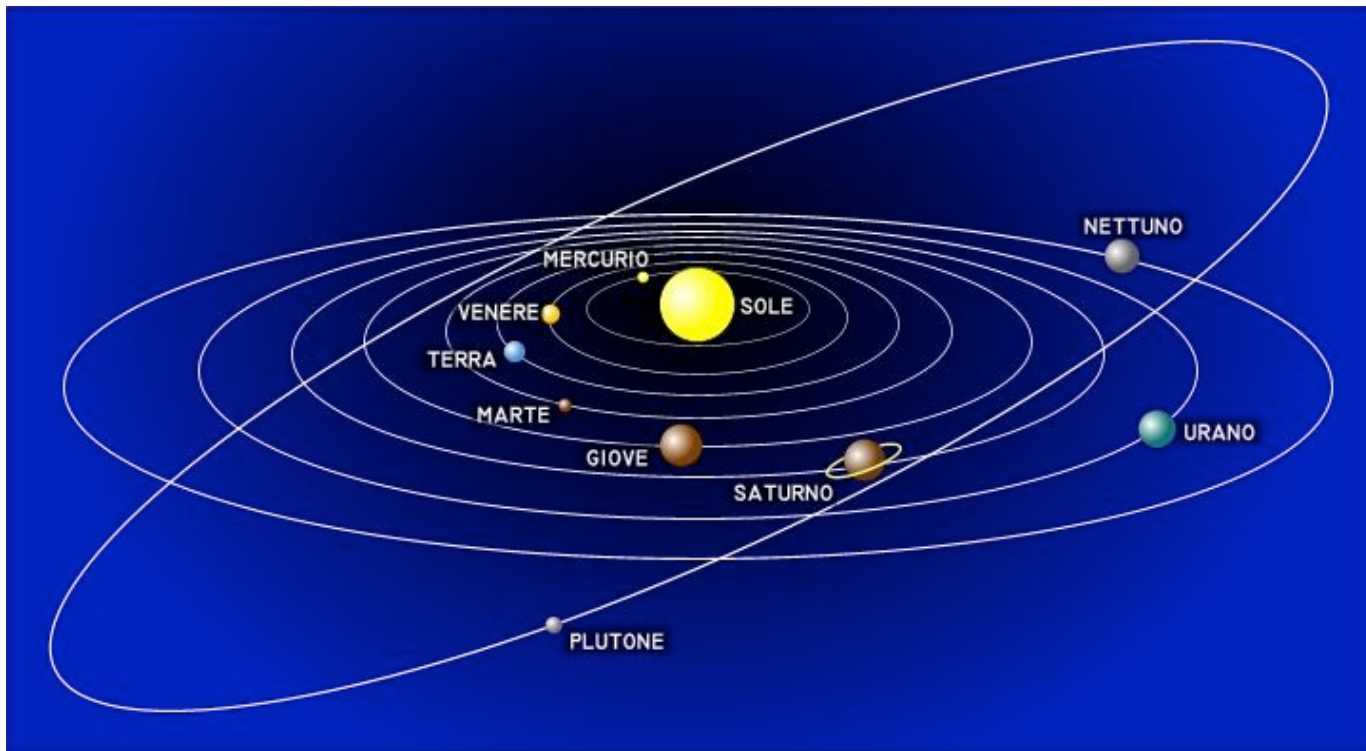


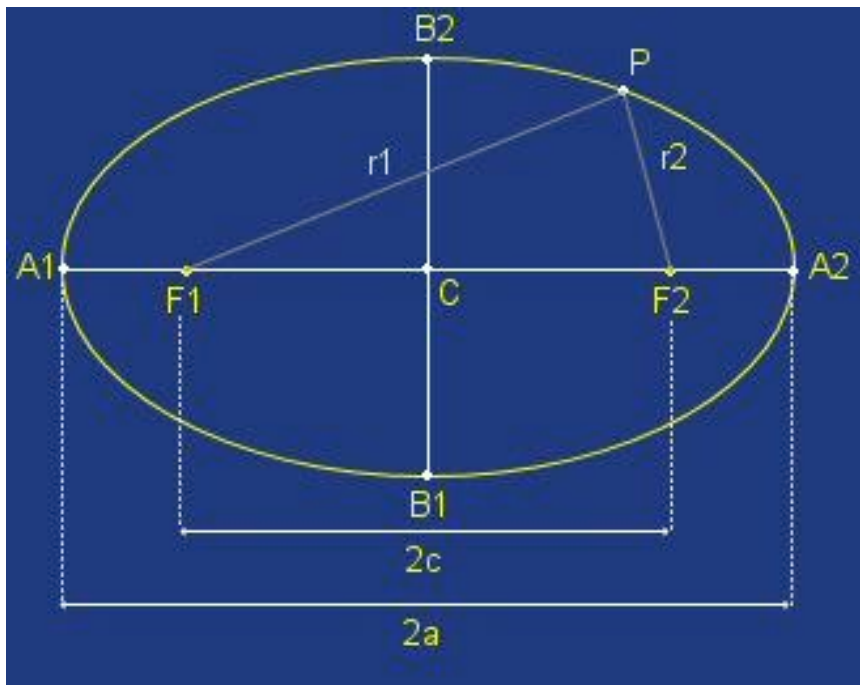
Questo modello era in grado di spiegare, nelle loro caratteristiche generali, i moti osservati dei corpi del Sistema Solare.

Però lo stesso Copernico si accorse che rimanevano problemi di tipo quantitativo, nel senso che diverse quantità, calcolate secondo il suo modello, non erano in accordo con le osservazioni astronomiche (che avevano raggiunto un buon livello di precisione).

LE LEGGI DI KEPLERO

Questi problemi furono risolti da *Keplero* (1571-1630), che perfezionò il modello eliocentrico rinunciando all'idea che le orbite dei pianeti dovessero essere per forza circolari. Secondo Keplero, infatti, *le orbite descritte dai pianeti attorno al Sole non sono circonferenze ma ellissi*.





DEFINIZIONE ELLISSE: è il luogo geometrico dei punti (insieme di punti che godono di una stessa proprietà) la cui somma delle distanze da due punti fissi detti fuochi, è costante.

$$PF_1 + PF_2 = \text{costante}$$

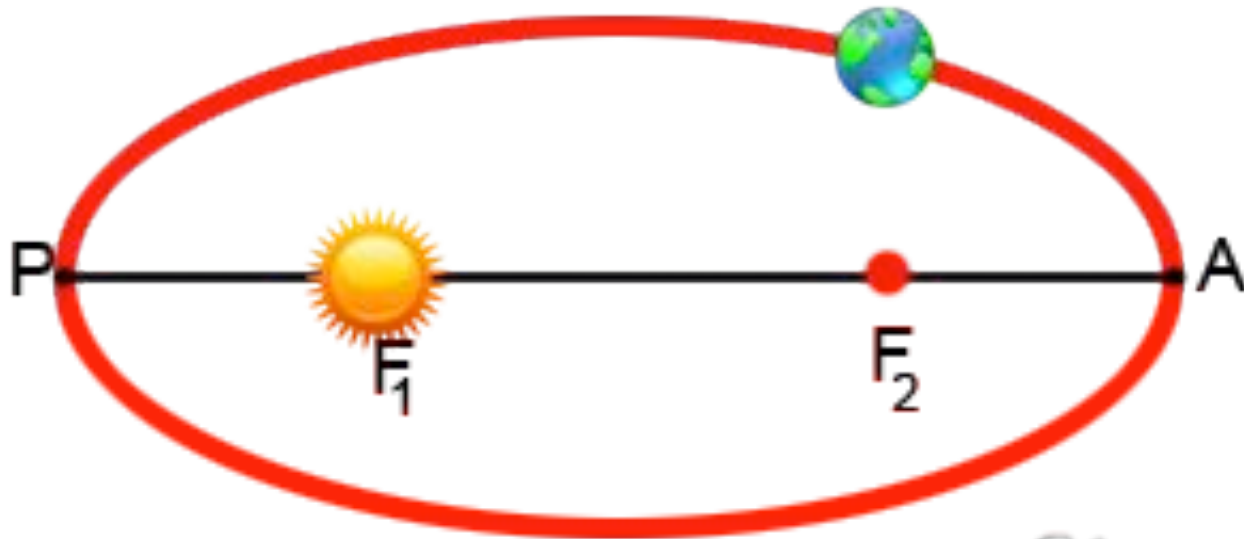
L'equazione che descrive l'ellisse è la seguente:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

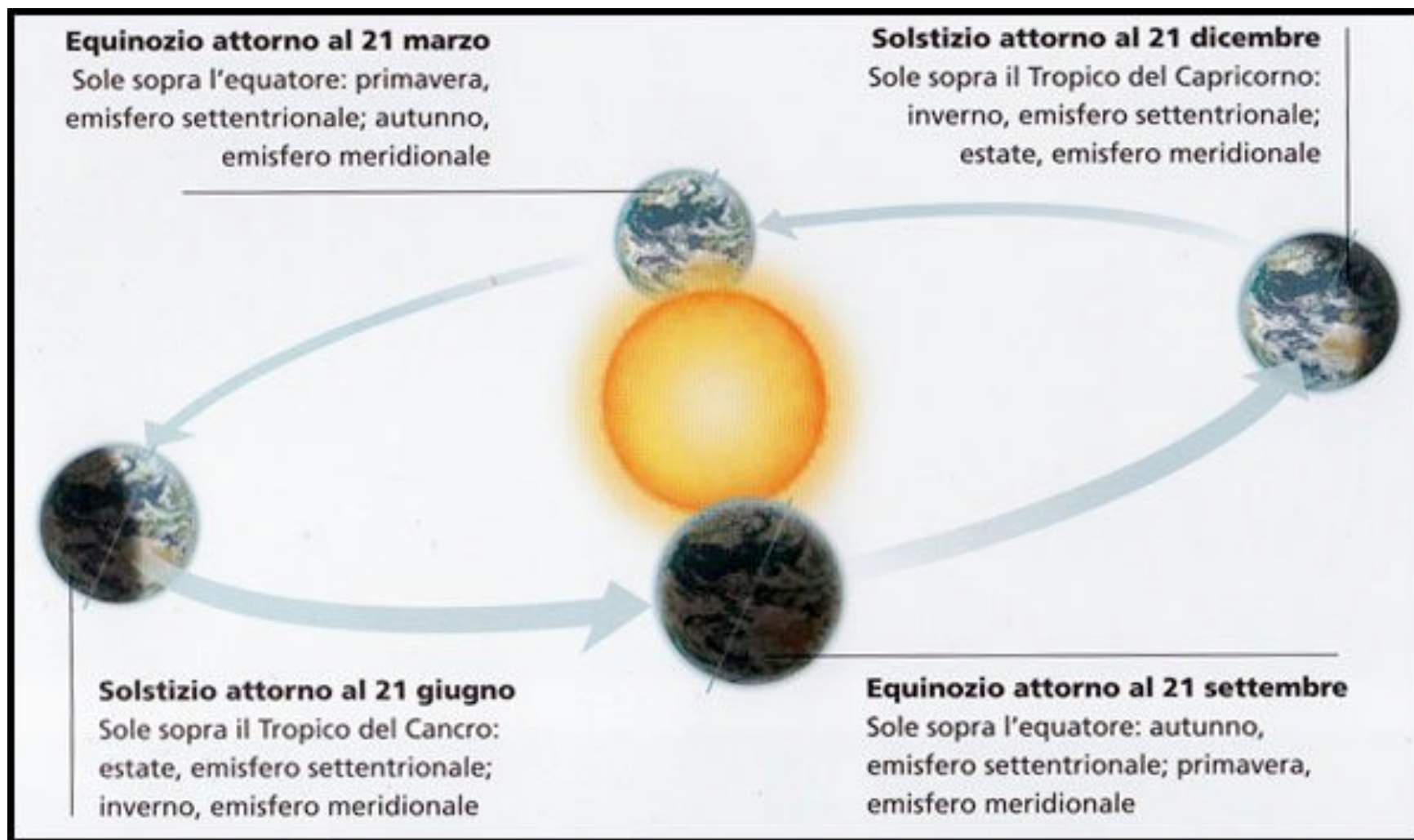
La forma dell'orbita è l'oggetto di cui si occupa la prima legge di Keplero:

PRIMA LEGGE DI KEPLERO

Le orbite descritte dai pianeti attorno al Sole sono ellissi di cui il Sole occupa uno dei fuochi.



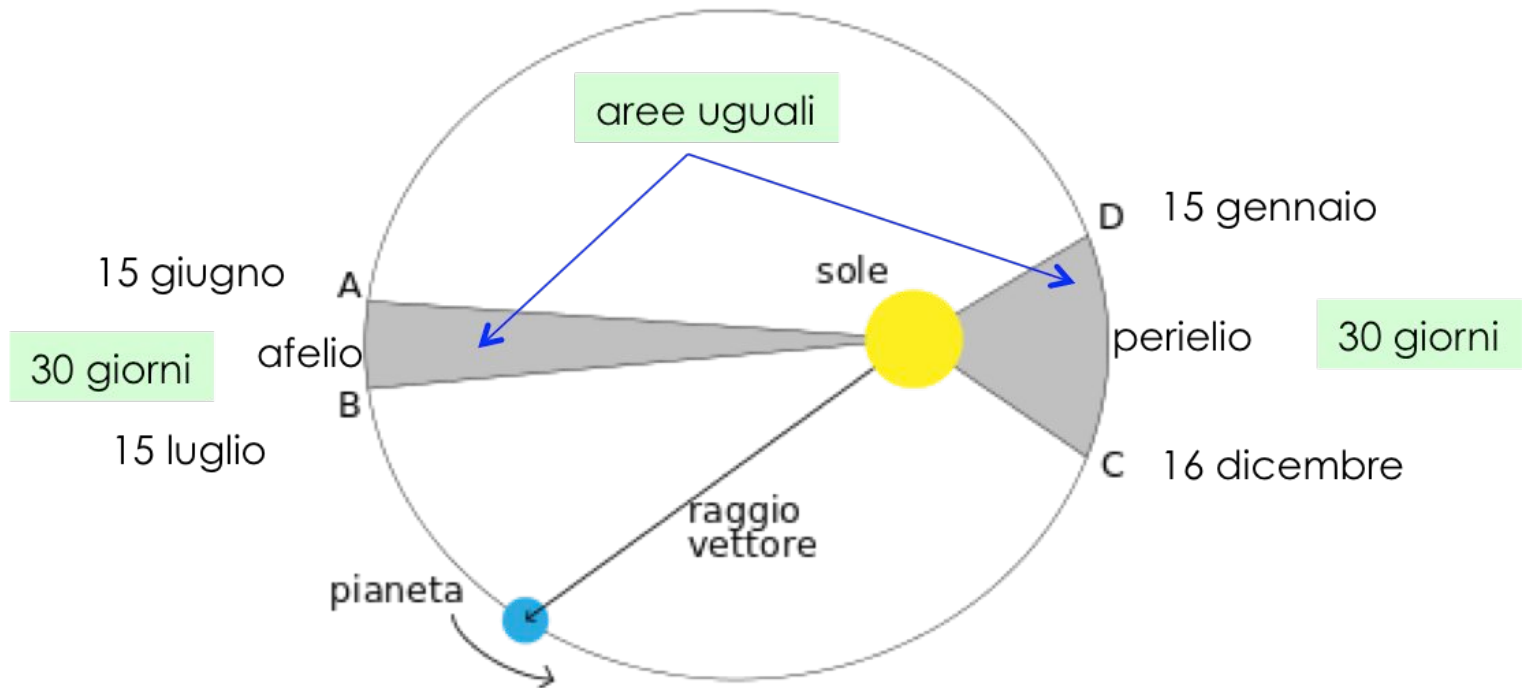
LE STAGIONI

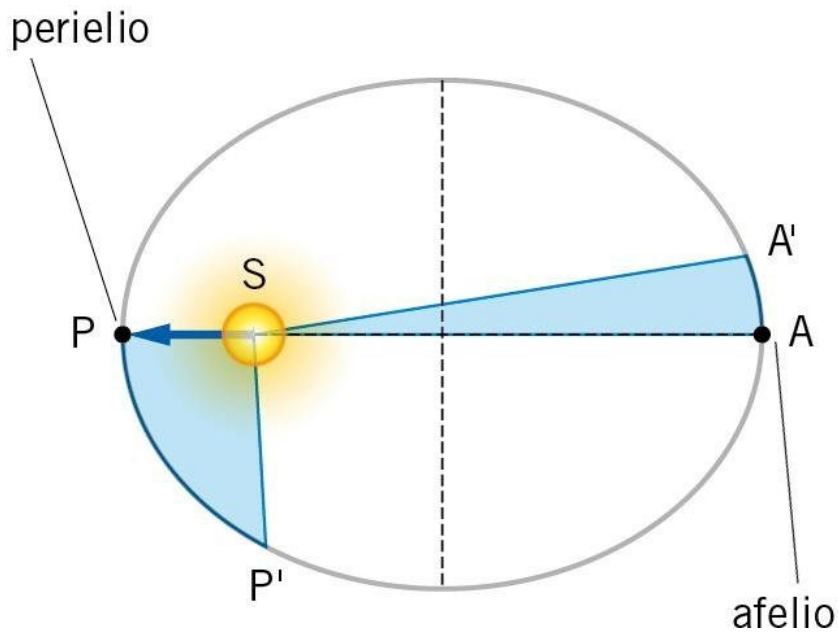


La seconda legge di Keplero stabilisce come varia la velocità di un pianeta mentre si sposta lungo la sua orbita.

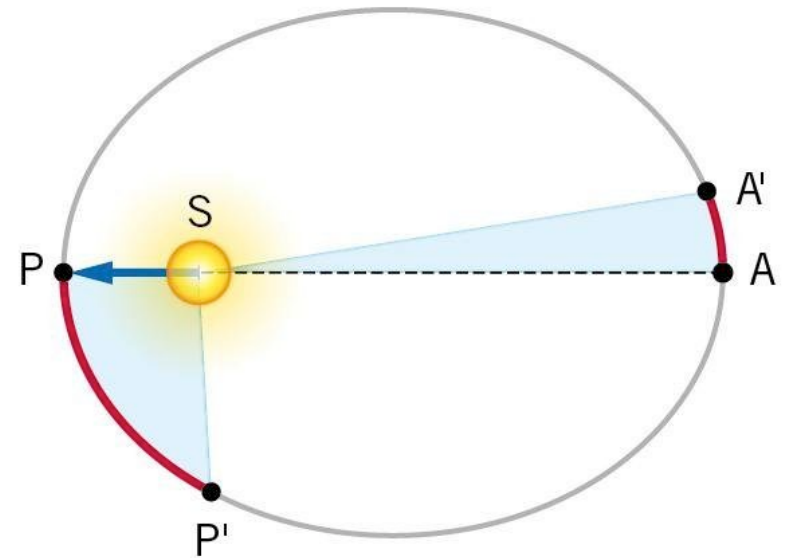
SECONDA LEGGE DI KEPLERO

Il raggio vettore che va dal Sole a un pianeta spazza aree uguali in intervalli di tempo uguali.

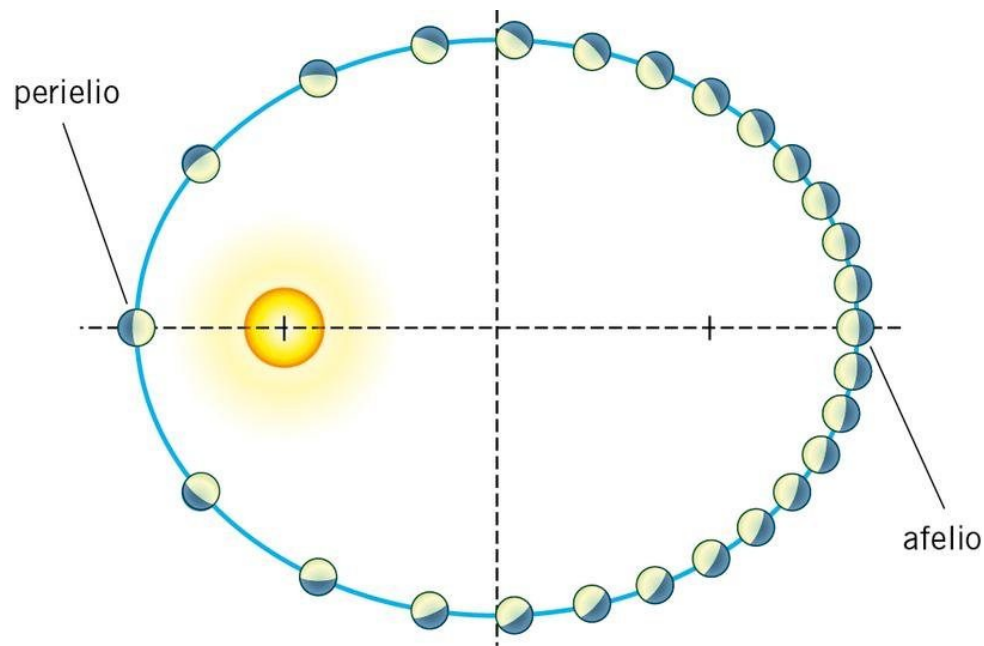




I due triangoli SPP' e SAA' hanno la stessa area e, quindi, sono spazzati nello stesso tempo.



Ciò significa che gli archi PP' e AA' sono percorsi nello stesso tempo. Quindi il pianeta è più veloce nel tratto PP' e più lento in AA' .



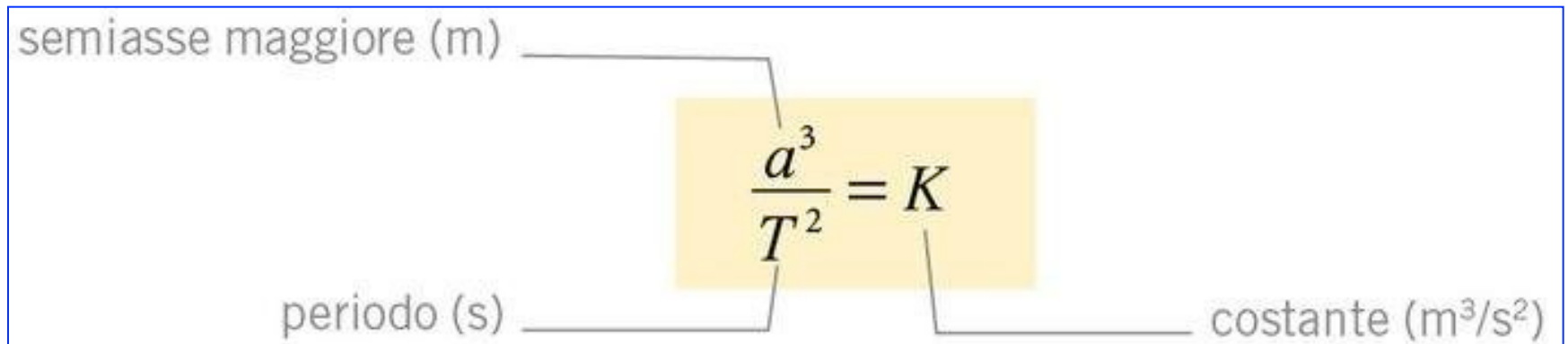
Così, il pianeta è più veloce al perielio e più lento all'afelio.

Come conseguenza di questa legge, nel nostro emisfero la primavera e l'estate (quando il Sole è più lontano) sono più lunghe dell'autunno e dell'inverno (se la Terra percorresse un'orbita circolare con una velocità di valore costante, le quattro stagioni avrebbero la stessa durata).

La terza legge di Keplero mette in relazione le distanze dei pianeti dal Sole con le rispettive durate di un'orbita completa.

TERZA LEGGE DI KEPLERO

Il rapporto tra il cubo del semiasse maggiore dell'orbita e il quadrato del periodo di rivoluzione è lo stesso per tutti i pianeti:



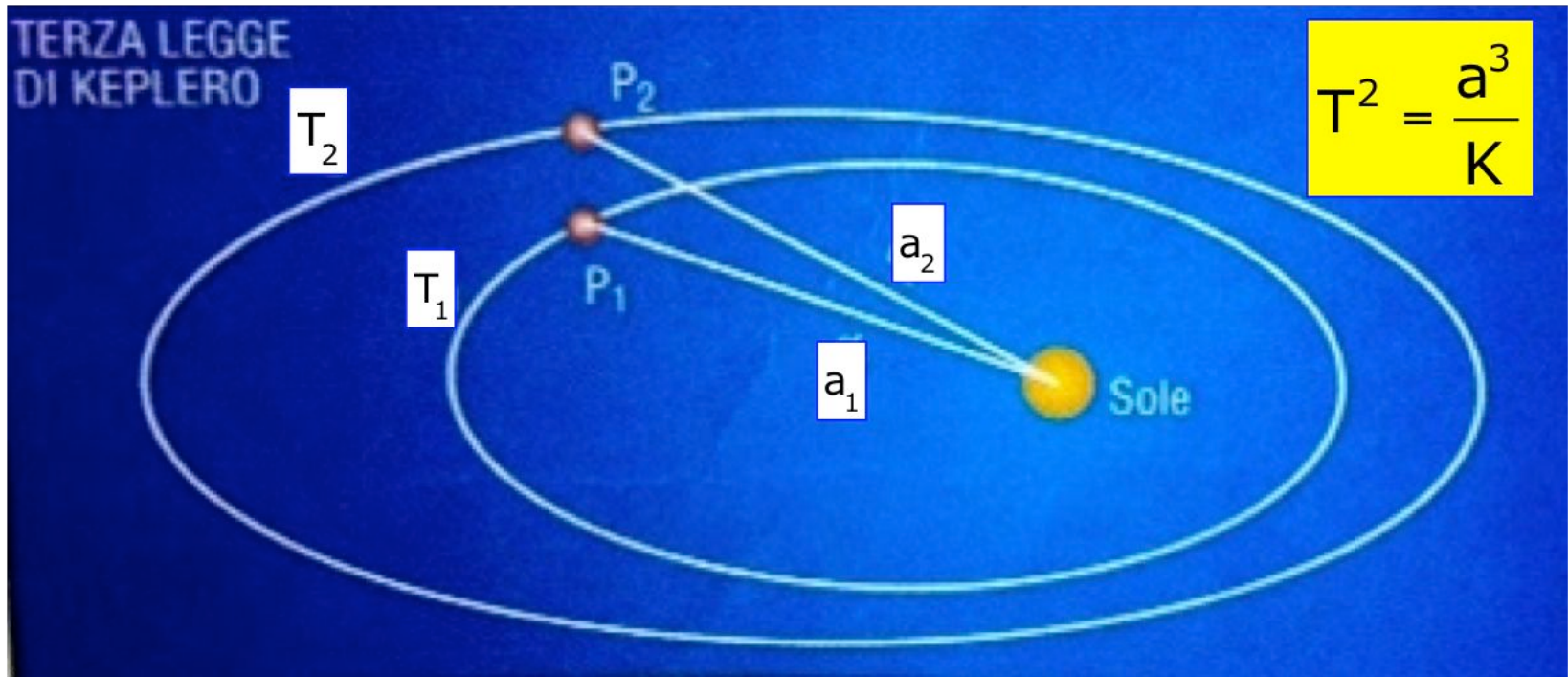
The diagram shows the equation $\frac{a^3}{T^2} = K$ centered within a light yellow rectangular box. Three labels with leader lines point to the components of the equation: 'semiasse maggiore (m)' points to the 'a' in the numerator; 'periodo (s)' points to the 'T' in the denominator; and 'costante (m³/s²)' points to the 'K' on the right side of the equation.

$$\frac{a^3}{T^2} = K$$

semiasse maggiore (m)

periodo (s)

costante (m³/s²)



Il periodo di rivoluzione T aumenta al crescere di a : più un pianeta è lontano dal Sole, più tempo impiega a circumnavigarlo.

Il valore della costante K dipende dal corpo celeste attorno a cui avviene l'orbita.

ESEMPIO

La distanza media terra-Sole è $d_T = 1,50 \times 10^{11} \text{ m}$ e il periodo orbitale della Terra è $T_T = 365,26$ giorni. Sapendo che il periodo orbitale di Saturno è $T_S = 10760$ giorni, calcolare la distanza media Saturno-Sole.

Per la terza legge di Keplero, possiamo scrivere che:

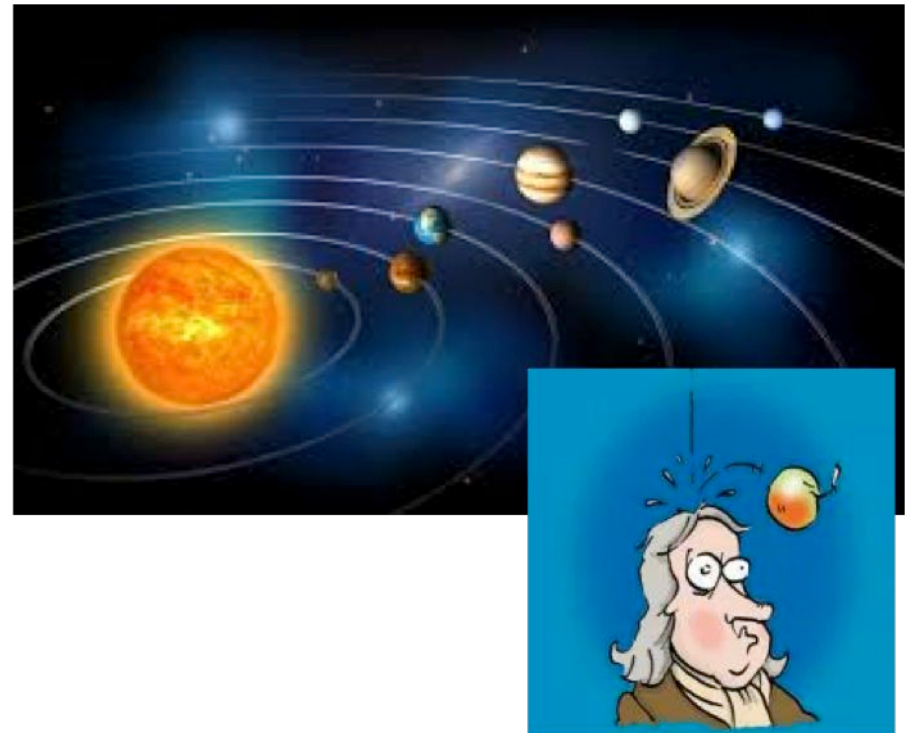
$$\frac{d^3}{T^2} = k \Rightarrow \frac{d_T^3}{T_T^2} = \frac{d_S^3}{T_S^2}$$

$$d_S = \sqrt[3]{\left(\frac{T_S}{T_T}\right)^2} \cdot d_T = \sqrt[3]{\left(\frac{10760}{365,26}\right)^2} \cdot 1,50 \cdot 10^{11} = 1,43 \cdot 10^{12} \text{ m}$$

LA GRAVITAZIONE UNIVERSALE

Anche quando le leggi di Keplero permisero di descrivere con ottima precisione i moti osservati dei corpi celesti, rimaneva da scoprire quale fosse la ragione dei loro comportamenti.

Fu **Newton** (1642-1727) a fare l'ipotesi che la forza che “lega” i pianeti al Sole e li costringe a ruotare intorno ad esso, sia la stessa che fa cadere a terra una mela.



LEGGE DI GRAVITAZIONE UNIVERSALE

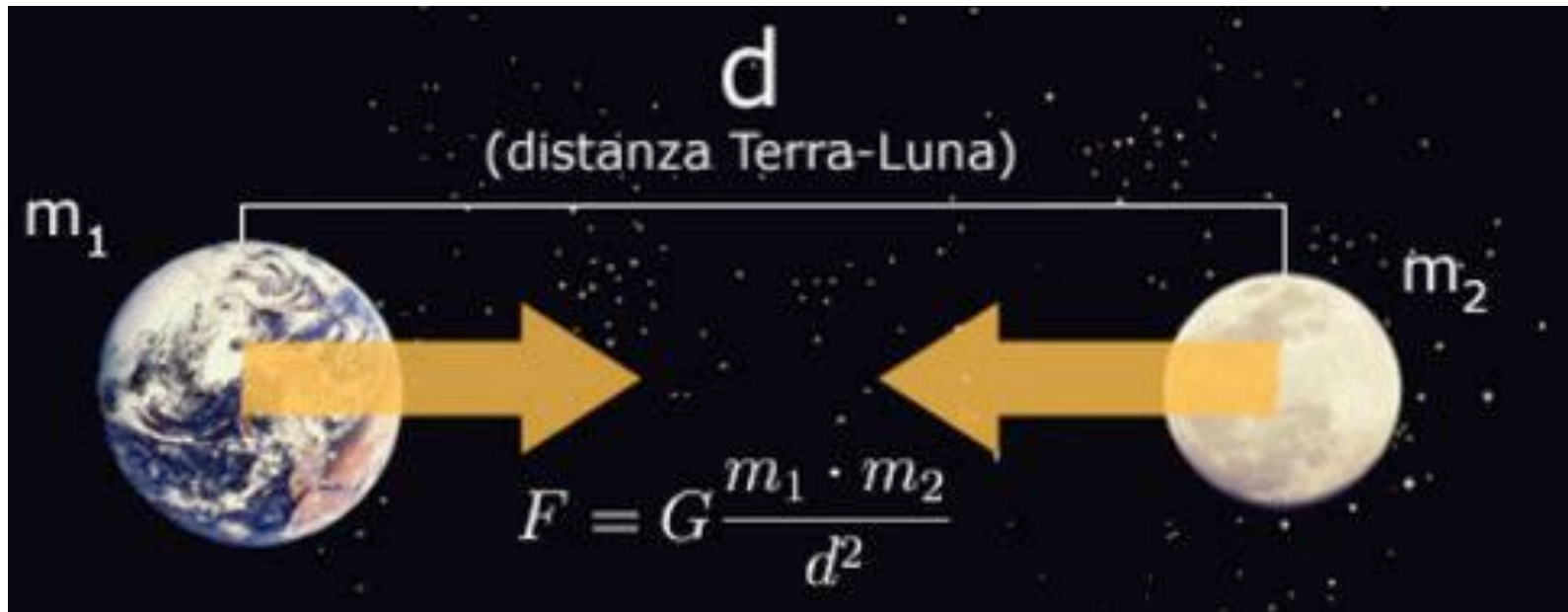
La forza di attrazione gravitazionale che si esercita tra due corpi puntiformi di massa m_1 e m_2 è:

- a) direttamente proporzionale a ciascuna massa;
- b) inversamente proporzionale al quadrato della loro distanza r ;
- c) diretta lungo la retta che congiunge i due corpi.

The diagram illustrates the formula for the universal law of gravitation, $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$, with labels for each term:

- F : forza di attrazione gravitazionale (N)
- G : costante G ($\text{N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$)
- m_1 : massa del primo corpo (kg)
- m_2 : massa del secondo corpo (kg)
- r : distanza (m)

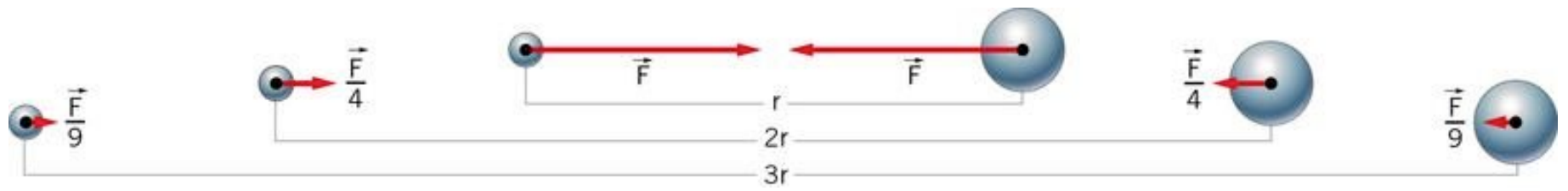
The value of the gravitational constant is given as $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$.



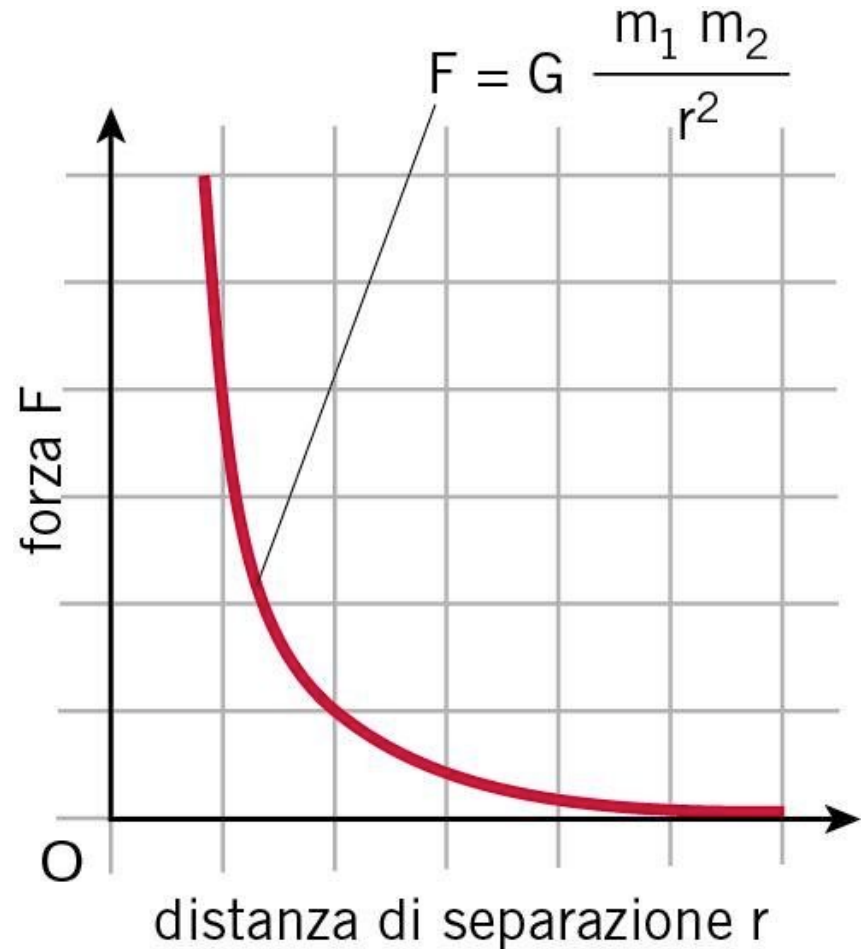
Per il principio di azione e reazione:

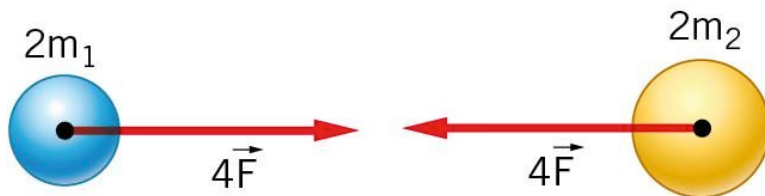
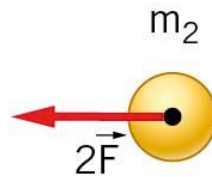
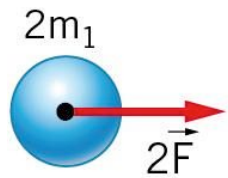
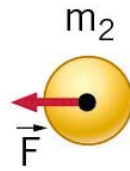
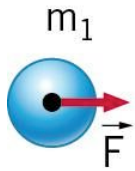
$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

ossia: la Terra attrae la Luna con la stessa forza (stesso modulo ma verso opposto) con cui la Luna attrae la Terra.



Tenendo fisse le masse dei due corpi: a) se la distanza raddoppia, la forza diventa quattro volte (2^2 volte) più piccola; b) se la distanza triplica, la forza diventa nove (3^2) volte più piccola; c) se la distanza è 10 volte più grande, la forza diventa 100 (10^2) volte più piccola.





Tenendo fissa la distanza tra i due corpi:

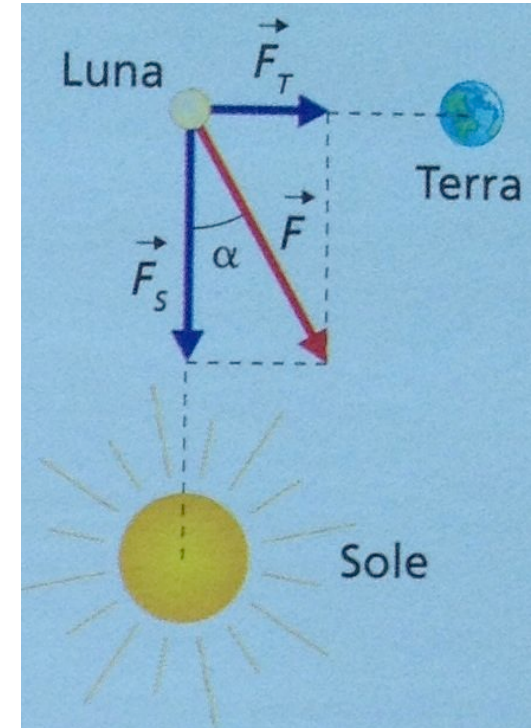
a) se una delle due masse raddoppia, la forza di gravitazione raddoppia;

b) se anche l'altra massa raddoppia, la forza diventa quattro volte più grande.

ESEMPIO

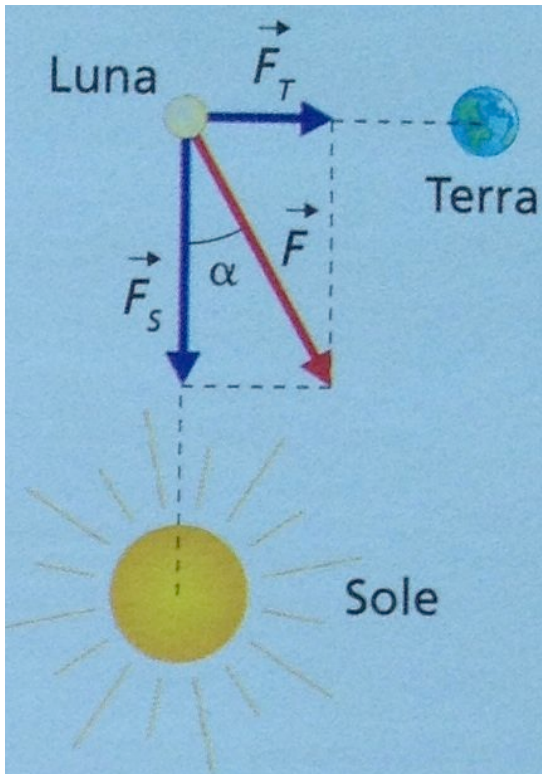
Calcolare la forza risultante sulla Luna per effetto dell'azione gravitazionale della Terra e del Sole. I dati sono: $M_{\text{sole}} = 1,98 \times 10^{30} \text{ kg}$; $M_{\text{terra}} = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$; $M_{\text{luna}} = 7,34 \times 10^{22} \text{ kg}$; $d_{\text{sole-luna}} = 1,50 \times 10^{11} \text{ m}$; $d_{\text{terra-luna}} = 3,84 \times 10^8 \text{ m}$

Calcoliamo i moduli delle forze esercitate dalla Terra e dal Sole sulla Luna:



$$F_T = G \frac{M_T \cdot M_L}{d_{TL}^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5,98 \cdot 10^{24} \cdot 7,34 \cdot 10^{22}}{(3,84 \cdot 10^8)^2} = 1,99 \cdot 10^{20} \text{ N}$$

$$F_S = G \frac{M_S \cdot M_L}{d_{SL}^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{1,98 \cdot 10^{30} \cdot 7,34 \cdot 10^{22}}{(1,50 \cdot 10^{11})^2} = 4,31 \cdot 10^{20} \text{ N}$$



In base alla disposizione dei corpi celesti, $\mathbf{F}_T$ e $\mathbf{F}_S$ sono perpendicolari tra di loro, per cui la forza risultante è data da:

$$F = \sqrt{F_T^2 + F_S^2} = \sqrt{(1,99 \cdot 10^{20})^2 + (4,31 \cdot 10^{20})^2} = 4,75 \cdot 10^{20} \text{ N}$$

$$\text{tg} \alpha = \frac{F_T}{F_S} = \frac{1,99 \cdot 10^{20}}{4,31 \cdot 10^{20}} = 0,462 \Rightarrow \alpha = 24,8^\circ$$

MASSA INERZIALE E MASSA GRAVITAZIONALE

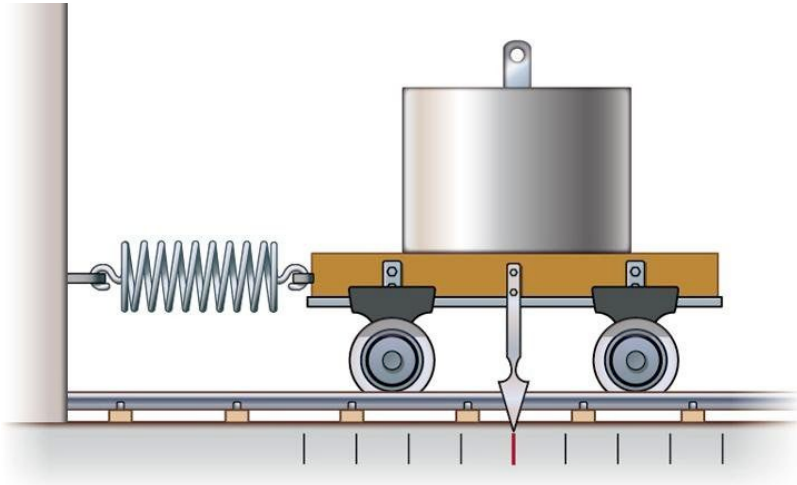
In dinamica abbiamo interpretato la massa di un corpo come una misura della difficoltà con cui un corpo viene accelerato. È per questo che abbiamo caratterizzato la massa come **massa inerziale**.

La **massa gravitazionale** di un corpo è la capacità di attirare gravitazionalmente, secondo la legge della gravitazione universale, altri oggetti e di essere attratto da essi.

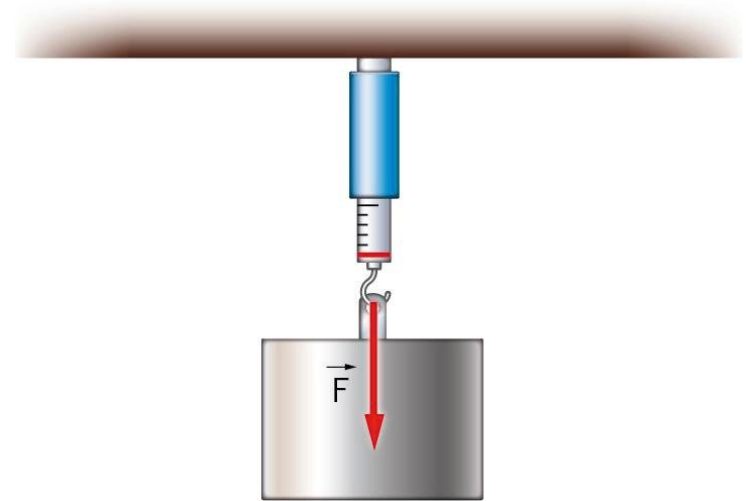
Però i dati sperimentali mostrano che:

La massa gravitazionale di un corpo è direttamente proporzionale alla sua massa inerziale. Ossia massa inerziale e massa gravitazionale sono equivalenti.

Però, dal punto di vista concettuale, la differenza tra massa inerziale e massa gravitazionale esiste. Infatti:



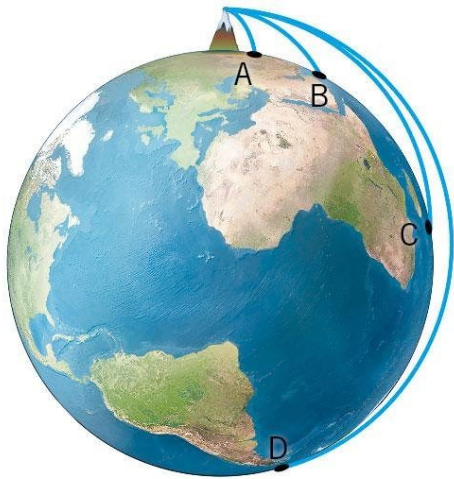
La massa inerziale di un oggetto è definita dal carrello delle masse, che misura la difficoltà che si ha ad accelerarlo.



La massa gravitazionale può essere misurata con un dinamometro, che determina l'intensità della forza con cui la Terra lo attira.

IL MOTO DEI SATELLITI

Facciamo un esperimento ideale. Immaginiamo di avere, sulla cima di una montagna molto alta, un cannone che spara in orizzontale.



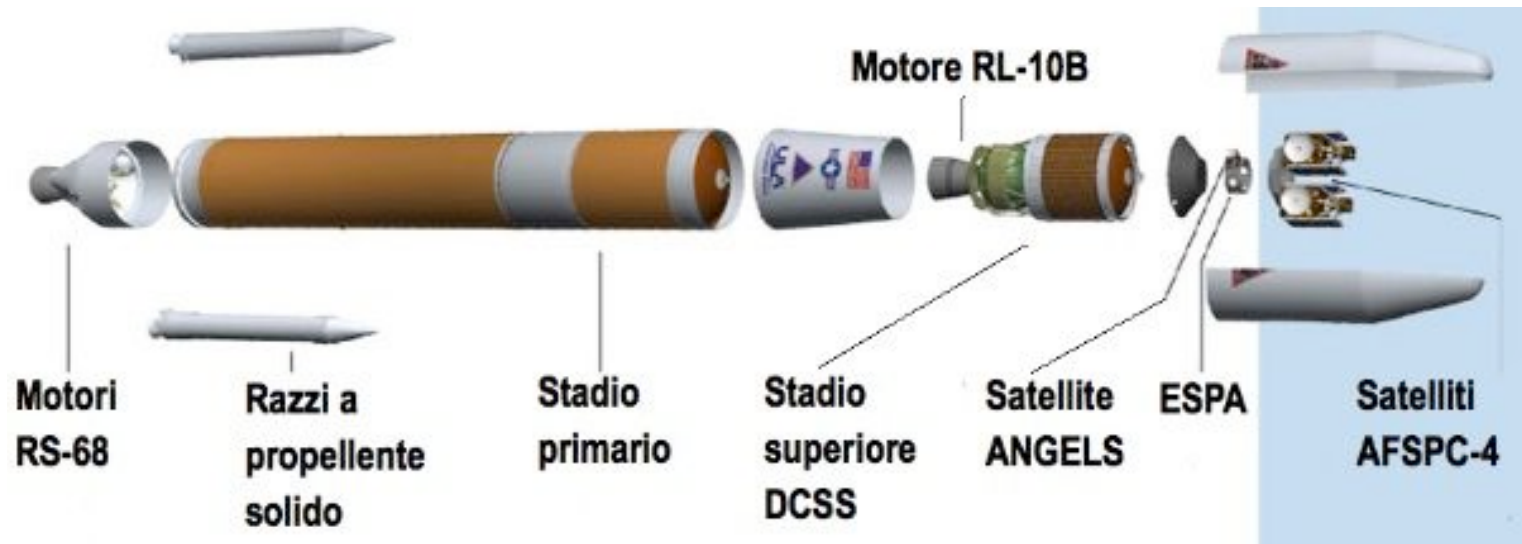
Più è grande la velocità iniziale, minore è l'incurvamento e più il proiettile atterra lontano dalla montagna.

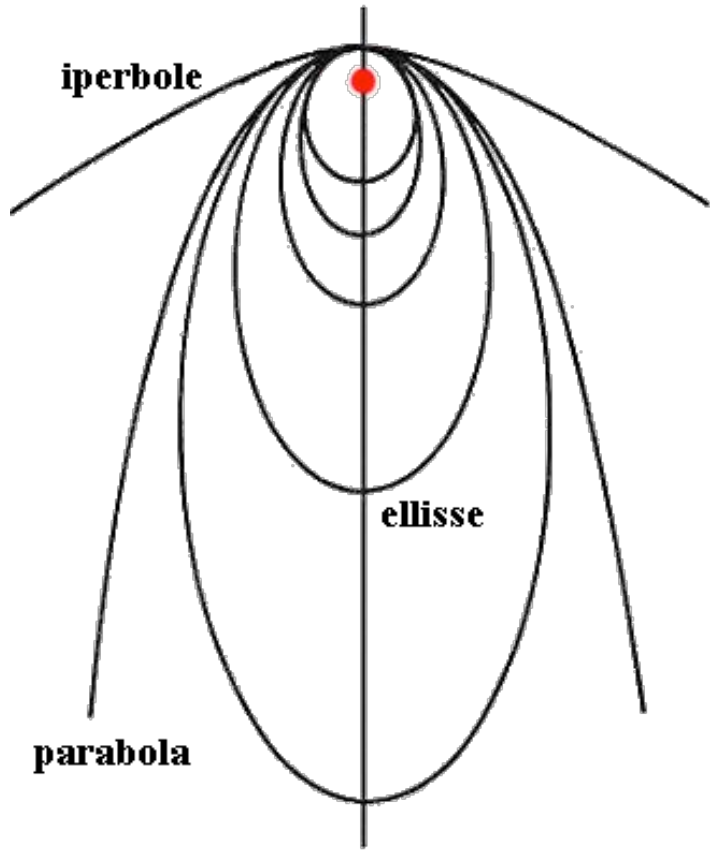
Aumentando la velocità, a un certo punto il proiettile non atterra più, e l'incurvamento diventa uguale a quello della superficie terrestre



Un satellite è un proiettile sparato con una velocità tale da non atterrare più.

In realtà, per lanciare in orbita un satellite, lo si sistema su un razzo che, mentre sale, lentamente si inclina, imprimendo al satellite la velocità orizzontale necessaria per farlo restare in orbita.





Nell'esempio del proiettile abbiamo ottenuto un'orbita circolare. Se aumentiamo ancora la velocità, l'orbita si allunga e diventa ellittica, come è previsto dalla prima legge di Keplero. Se poi spariamo il proiettile ancora più velocemente, la sua traiettoria non si chiude più e il satellite si allontana per sempre dalla Terra.

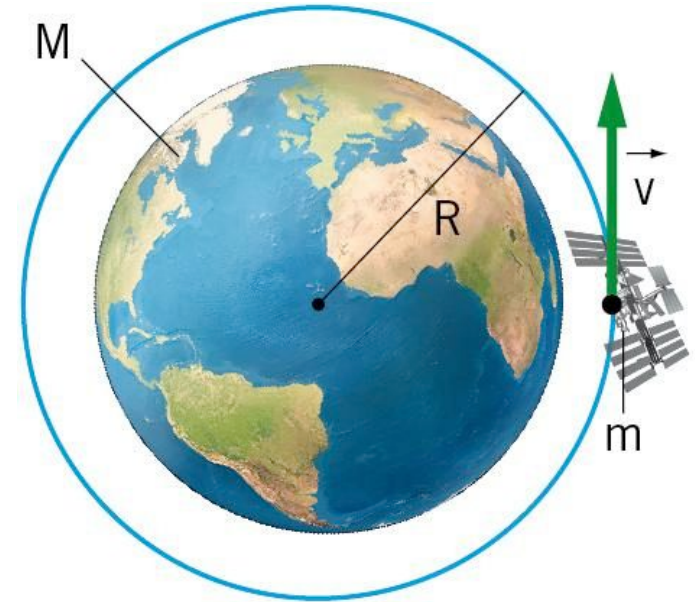
La traiettoria descritta da un proiettile che non rimane in orbita è un arco di iperbole.

Ma qual è la velocità dei satelliti in orbita circolare?

La seconda legge della dinamica consente di prevedere la velocità di un satellite che si muove su un'orbita circolare:

$$F = ma \Rightarrow G \frac{mM}{R^2} = m \frac{v^2}{R}$$

dove al posto di F abbiamo sostituito la legge della gravitazione applicata al satellite e al posto di a la sua accelerazione centripeta.



Semplificando si ottiene la velocità del satellite in orbita circolare:

$$v = \sqrt{G \cdot \frac{M}{R}}$$

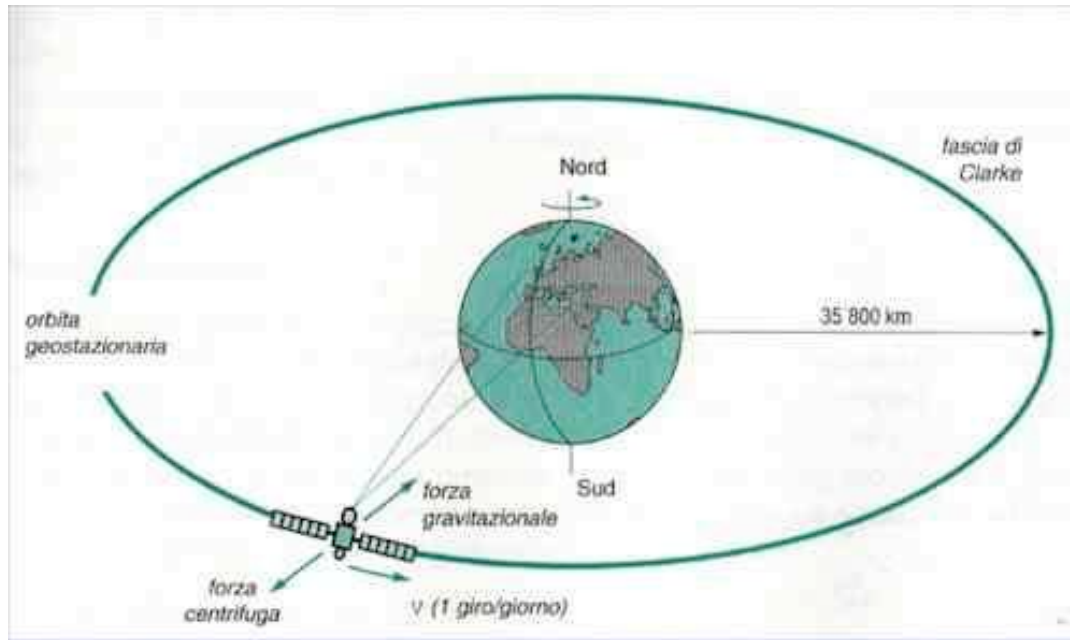
- più il satellite è distante dal centro del pianeta, più è lento;
- la velocità non dipende dalla massa del satellite.

Se nella formula della velocità sostituiamo i valori della massa e del raggio terrestre, otteniamo la velocità minima che deve possedere un oggetto affinché entri in orbita intorno alla Terra:

$$v = 7,91 \cdot 10^3 \text{ m/s} = 2197 \text{ km/h}$$

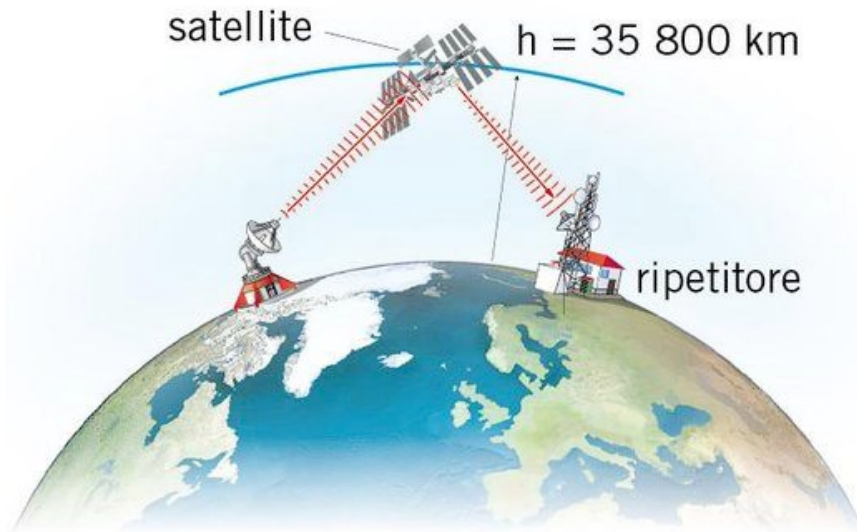
Alcuni satelliti meteorologici e per le comunicazioni sono messi in orbita in modo da trovarsi sempre al di sopra dello stesso punto posto sull'Equatore terrestre.

Per ottenere tale effetto, il periodo dell'orbita di tali satelliti deve essere uguale al periodo del moto di rotazione della Terra attorno al suo asse (24 ore).

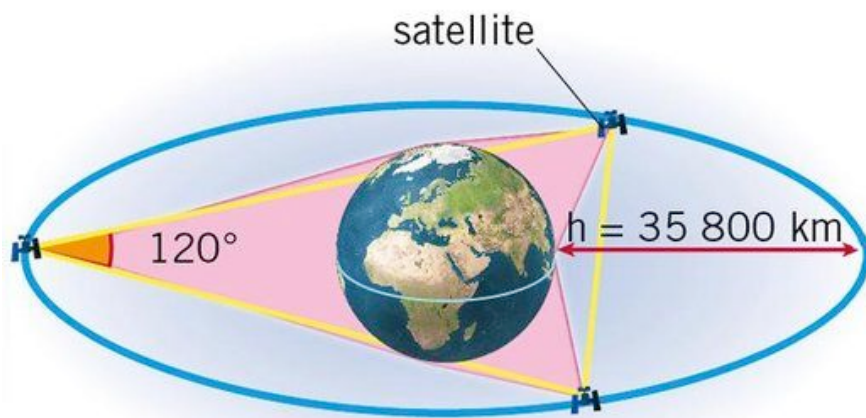


**Un satellite
apparentemente
fermo rispetto alla
superficie terrestre si
dice geostazionario.**

Ciò avviene se il satellite
si trova a una distanza di
**35.800 km sopra
l'Equatore.**



Un satellite in orbita geostazionaria riceve i segnali televisivi emessi da una stazione emittente, li amplifica e li emette di nuovo verso la Terra.



Bastano **tre satelliti geostazionari**, posti a 120° l'uno rispetto all'altro, per riuscire a spedire i segnali su quasi tutta la superficie terrestre.

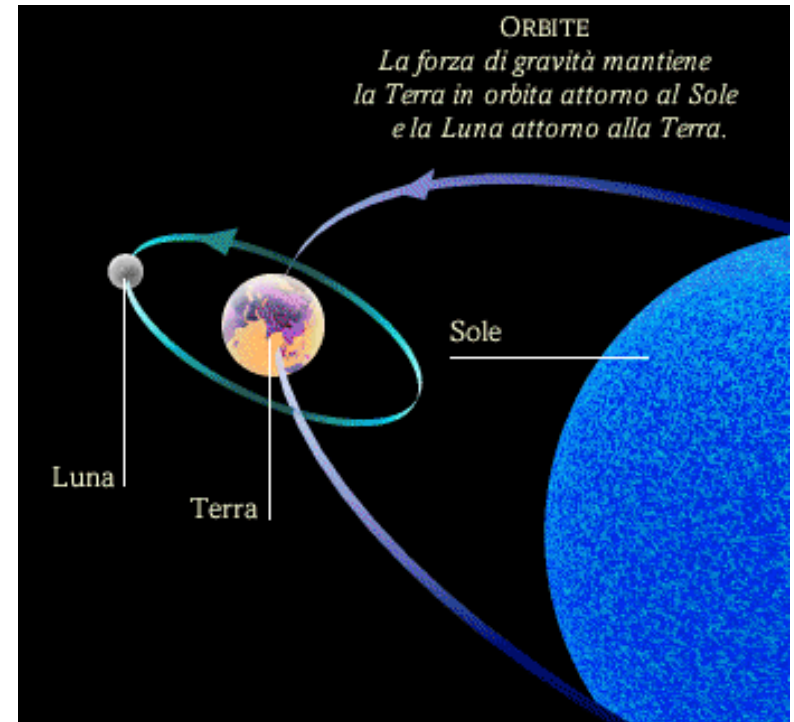
LA DEDUZIONE DELLE LEGGI DI KEPLERO

Le tre leggi di Keplero sono state ricavate come leggi sperimentali, ma sono ora comprese come una conseguenza dei principi della dinamica e della legge di gravitazione universale.

- **La prima legge di Keplero** si ricava partendo dal 2° principio della dinamica e dalle proprietà matematiche della legge di gravitazione universale.
- **La seconda legge di Keplero** è una conseguenza della conservazione del momento angolare.
- **La terza legge di Keplero** si ricava dalle proprietà matematiche della legge di gravitazione universale.

IL CAMPO GRAVITAZIONALE

Dopo la scoperta della legge di gravitazione universale di Newton, i fisici si chiesero: come fa un corpo, per esempio il Sole, a esercitare una forza a distanza su un altro corpo, per esempio la Terra, che si trova molto lontano?



L'azione a distanza diviene ancora più misteriosa se si pensa che tra il Sole e la Terra c'è il vuoto cosmico, e quindi non esiste alcuna sostanza materiale che possa trasmettere l'interazione.

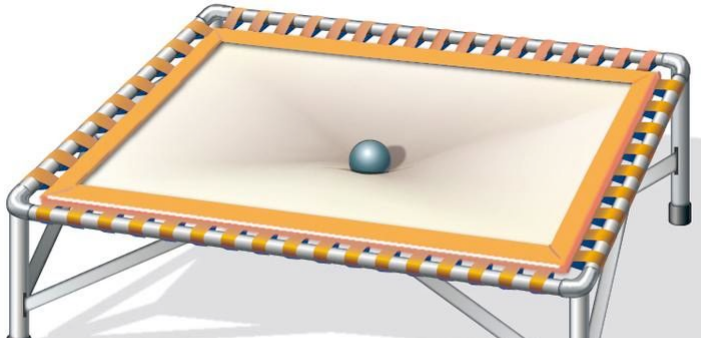
Per superare queste difficoltà si è fatta l'ipotesi che ogni corpo, con la sua presenza, modifichi in qualche modo lo spazio che lo circonda. Lo spazio modificato è in grado di esercitare una forza su un altro corpo che si trova in un suo punto.

Questo stato di cose viene descritto dicendo che la presenza di un corpo crea nello spazio un ***campo gravitazionale***.

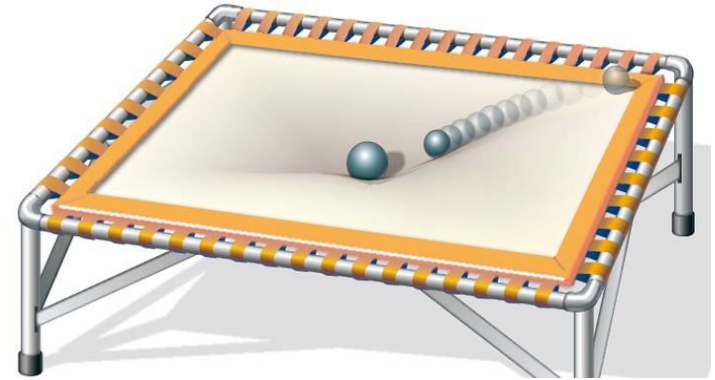
CAMPO GRAVITAZIONALE

E' quella regione di spazio, modificata dalla presenza di un corpo di massa M , in cui si sentono gli effetti della forza gravitazionale.

Cerchiamo di dare meglio il concetto del campo gravitazionale attraverso una analogia.



Supponiamo di avere un telo elastico teso: se appoggiamo nel centro una sfera pesante, questa provoca nel telo un avvallamento.



Se appoggiamo sul telo elastico una seconda sferetta, vediamo che essa segue la curvatura del telo, dirigendosi verso la sfera.

Tutto funziona come se la sfera grande attirasse la piccola. E' il telo deformato (campo gravitazionale) dalla sfera pesante a creare il moto della sferetta.

Con l'introduzione del campo gravitazionale si è costituito un modello fisico diverso, che permette di spiegare l'interazione tra corpi lontani senza dovere ammettere l'esistenza di una misteriosa azione a distanza.

La grandezza che esprime il valore del campo gravitazionale creato da una massa M in un determinato punto P dello spazio è il **vettore campo gravitazionale** $\mathbf{g}$:

The diagram shows the formula $\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m}$ inside a yellow box. Four labels with leader lines point to the terms in the formula:

- vettore campo gravitazionale (m/s²)** points to $\vec{g}$.
- forza gravitazionale (N)** points to $\vec{F}$.
- massa di prova (kg)** points to m .
- A label **vettore campo gravitazionale (m/s²)** also points to the entire formula.

La **massa di prova** è una massa così piccola tale da non modificare, con la sua attrazione gravitazionale, il sistema fisico in esame.

Campo gravitazionale di una massa puntiforme

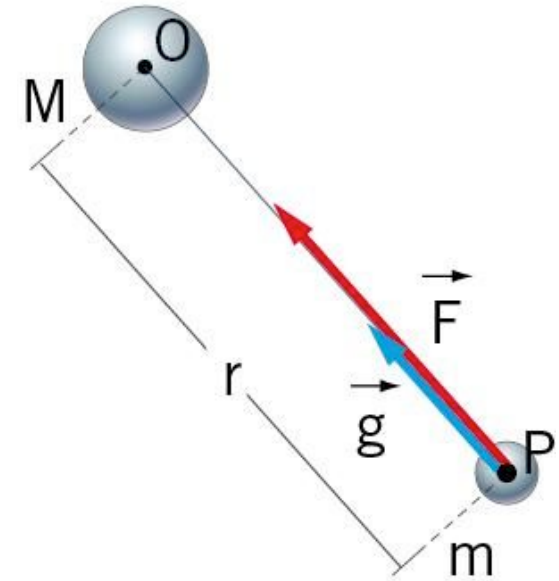
Si abbia una massa puntiforme M che disti r da P . Sulla massa di prova m posta in P agisce la forza gravitazionale:

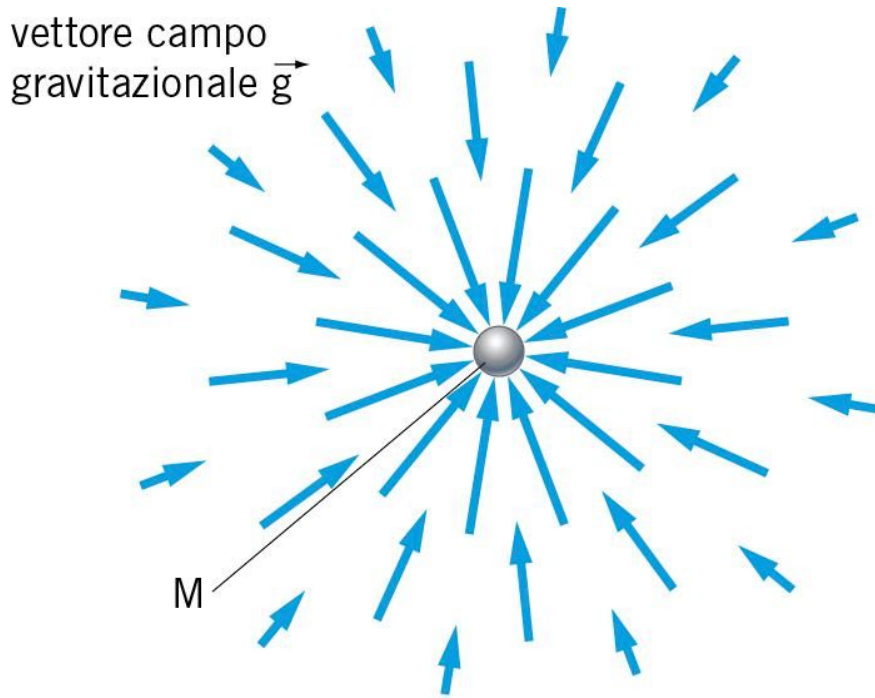
$$F = G \frac{mM}{r^2}$$

Il campo gravitazionale in P sarà espresso dal vettore $\mathbf{g}$ diretto da P a O di modulo:

$$g = \frac{F}{m} = G \frac{M}{r^2}$$

g è indipendente da m e dipende solo da M che crea il campo e dalla distanza r da P .

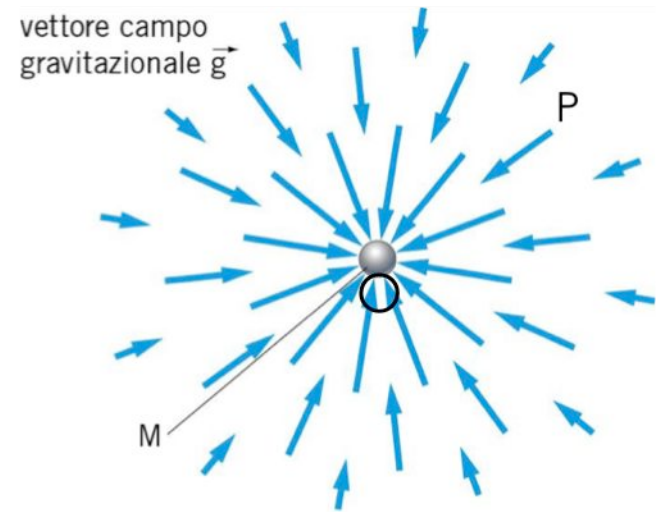




Rappresentazione, in
diversi punti dello spazio,
del campo gravitazionale
dovuto a una massa
puntiforme.

Le frecce che rappresentano il campo gravitazionale $\mathbf{g}$ sono dirette verso la massa M perché la forza è attrattiva e diventano sempre più piccole man mano che ci allontaniamo da M perché il vettore $\mathbf{g}$ è inversamente proporzionale al quadrato della distanza r .

Poiché non c'è nessuna azione a distanza, l'effetto gravitazionale di M in un punto P qualsiasi dello spazio non avverrà istantaneamente. Se ne deduce che qualcosa si propaga tra O e P; questa cosa è la variazione del campo gravitazionale.



La velocità di propagazione della perturbazione gravitazionale coincide con la velocità della luce nel vuoto: $c=300.000 \text{ km/s}$.

Il ritardo nella variazione del campo, ossia la perturbazione gravitazionale raggiungerà il punto P dopo un tempo pari a:

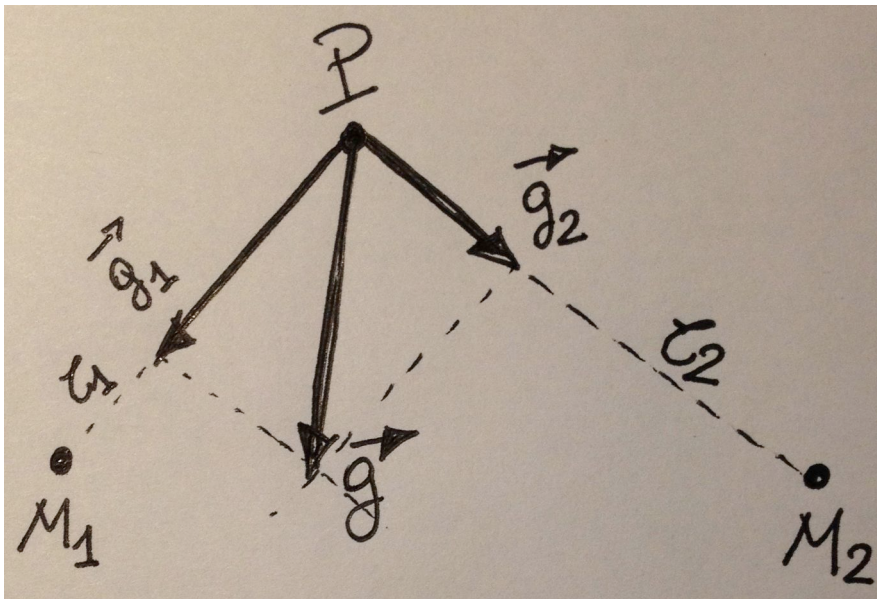
$$\Delta t = \frac{r}{c}$$

Il ritardo degli effetti gravitazionali prova che il concetto di campo è un'idea molto generale che verrà ripresa nell'Elettromagnetismo quando si discuteranno le proprietà di un altro campo fondamentale, quello elettrico.

Cosa succede quando sono presenti più masse?

PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE

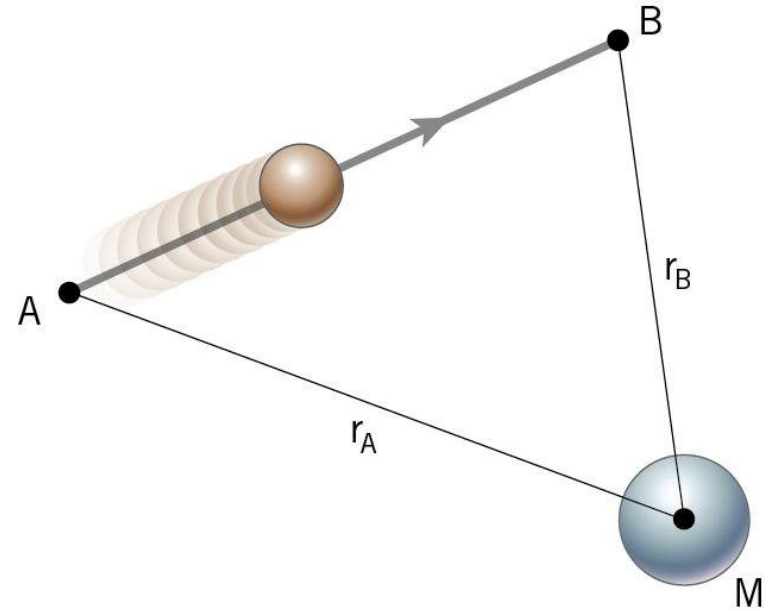
Il campo gravitazionale totale in un punto P dello spazio è la somma vettoriale dei campi gravitazionali esercitati dalle singole masse nel punto che stiamo considerando.



$$r_1 < r_2 \Rightarrow g_1 > g_2$$

L'ENERGIA POTENZIALE GRAVITAZIONALE

Consideriamo una massa m che è spostata da A a B mentre subisce la forza gravitazionale, che è una forza conservativa, dovuta alla massa M che rimane fissa.



Partendo dalla definizione di energia potenziale:

$$\Delta U = U_B - U_A = -W_{A \rightarrow B}$$

ossia $\Delta U = U_B - U_A$ è l'opposto del lavoro fatto dalla forza gravitazionale F durante il passaggio dalla posizione A alla posizione B.

si dimostra che l'energia potenziale U per due masse masse m e M poste a distanza r è data dalla relazione:

definizione energia potenziale gravitazionale

energia potenziale gravitazionale (J)

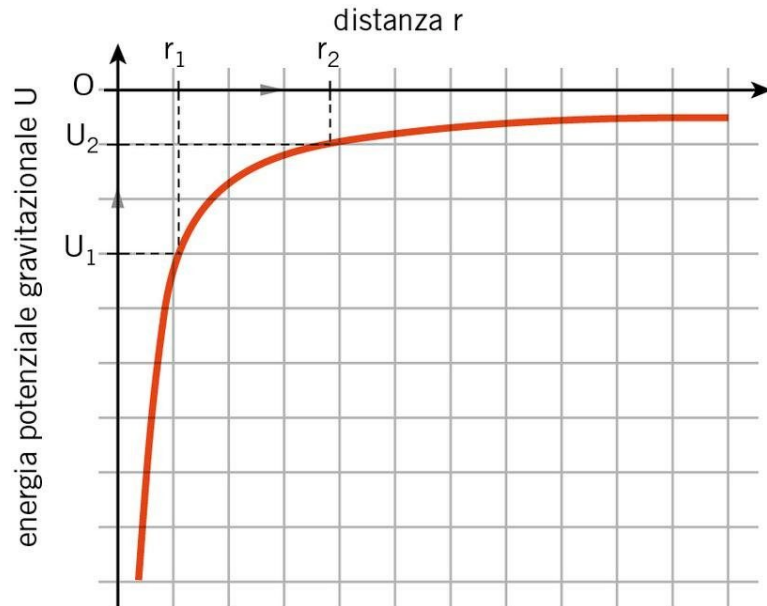
costante G ($\text{N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$)

$$U(r) = -G \frac{mM}{r}$$

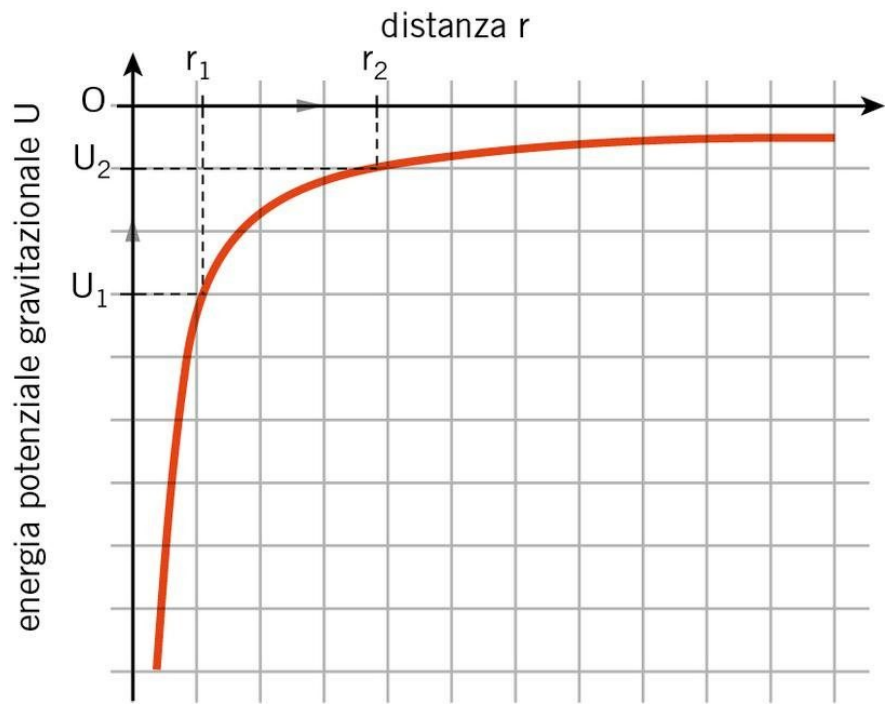
massa del primo corpo (kg)

massa del secondo corpo (kg)

distanza (m)



Il valore di $U(r)$ è sempre negativo e tende a diventare nullo quando r è molto grande.



Consideriamo un razzo di massa m fermo su un pianeta di massa M . Allontanando il razzo dal pianeta, l'energia potenziale del sistema aumenta.

Il valore massimo dell'energia potenziale si ha, quindi, quando il razzo e il pianeta hanno la massima separazione possibile, cioè quando il razzo è a distanza infinita dal pianeta.

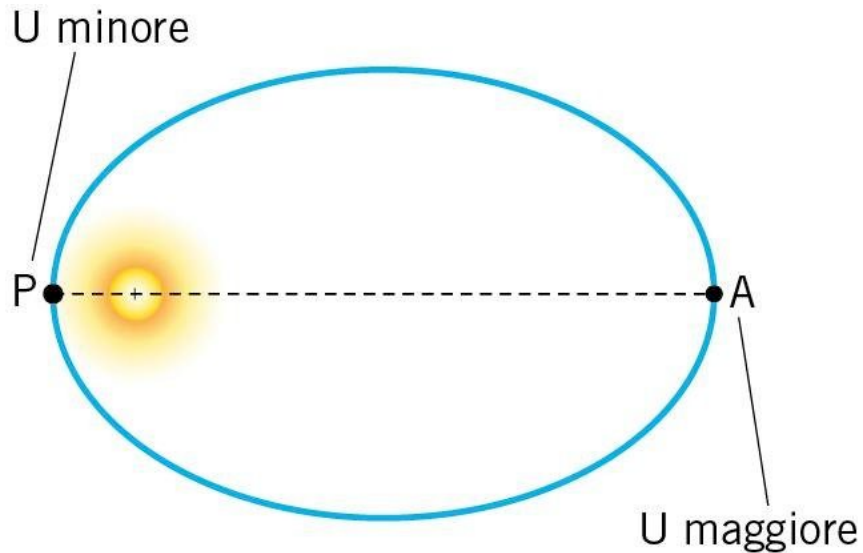
A questa condizione corrisponde l'energia
potenziale $U=0\text{J}$

LA FORZA DI GRAVITA' E LA CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA MECCANICA

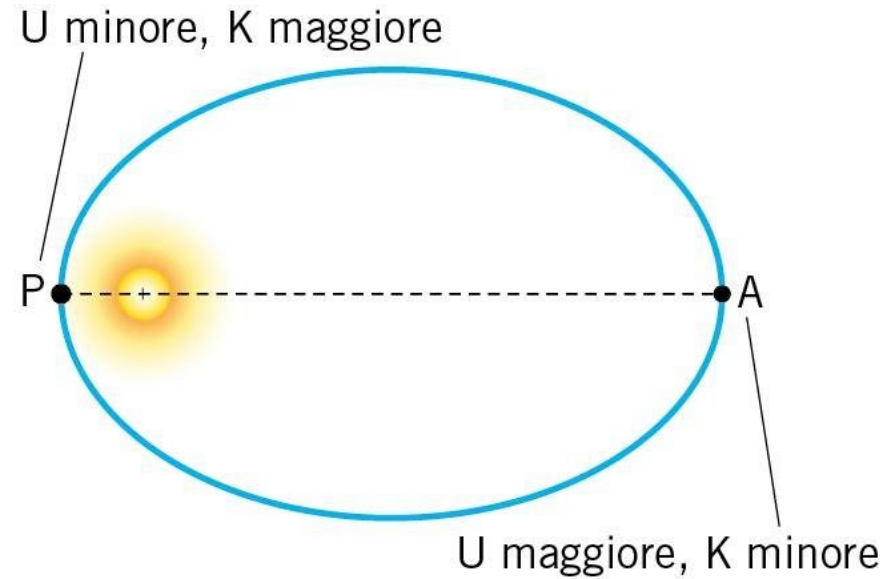
Il moto di pianeti e satelliti costituisce uno dei rari casi in cui i corpi in movimento, essendo nel vuoto, non sono sottoposti ad alcuna forza di attrito. Di conseguenza, nello studio di questi moti dobbiamo considerare soltanto la forza di gravità (forza conservativa) e possiamo utilizzare il principio di conservazione dell'energia meccanica.



Per esempio, la conservazione dell'energia meccanica permette di spiegare in un modo alternativo perché deve valere la seconda legge di Keplero:



Quando un pianeta è più vicino al Sole la sua energia potenziale è minore di quando esso si trova più lontano.



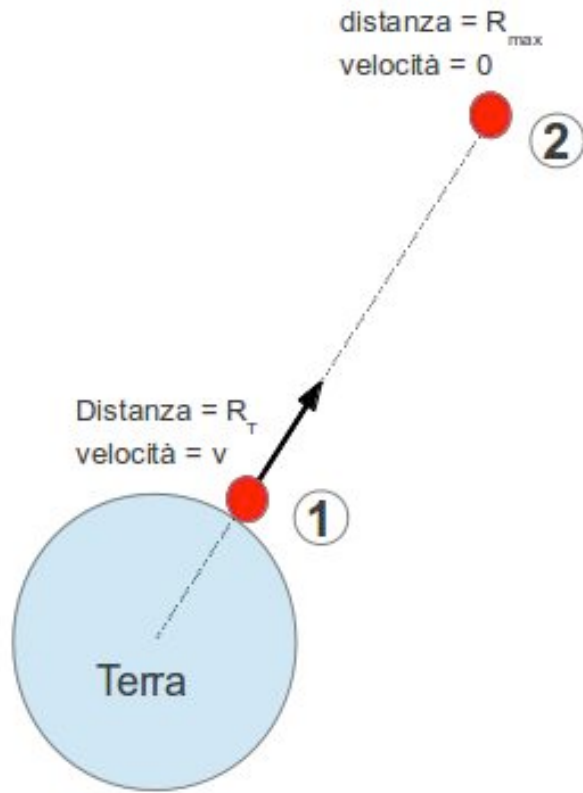
Per la conservazione dell'energia meccanica occorre che, nel primo caso, l'energia cinetica sia maggiore che nel secondo.

Velocità di fuga

La **velocità di fuga** è la velocità minima che deve possedere un oggetto posto sulla superficie di un pianeta per riuscire ad allontanarsi per sempre da esso, senza mai più ricadervi.



Calcolare la velocità di fuga da un pianeta di massa M e raggio R .



La minima velocità che permette ad un oggetto di sfuggire all'attrazione di un pianeta è quella che gli consente di giungere a distanza infinita dal pianeta con la minima velocità possibile ($v_2=0$) e quindi con energia cinetica $K_2=0$.

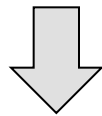
Quando l'oggetto m è all'infinito, anche l'energia potenziale è nulla $U_2=0$, quindi all'infinito la sua energia meccanica è nulla:

$$E_{m2}=K_2+U_2=0$$

Applichiamo il principio di conservazione dell'energia meccanica all'oggetto di massa m , sparato con velocità v e che ha energia potenziale U_1 , e che si porta a distanza infinita dal pianeta:

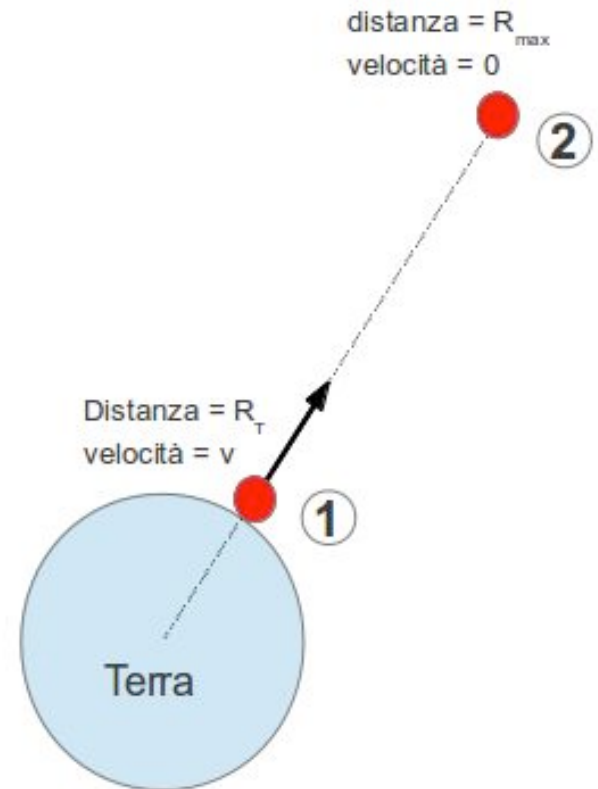
$$E_{M_1} = E_{M_2} \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

$$\frac{1}{2}mv^2 - G\frac{mM}{R} = 0$$



$$v = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

Velocità di fuga

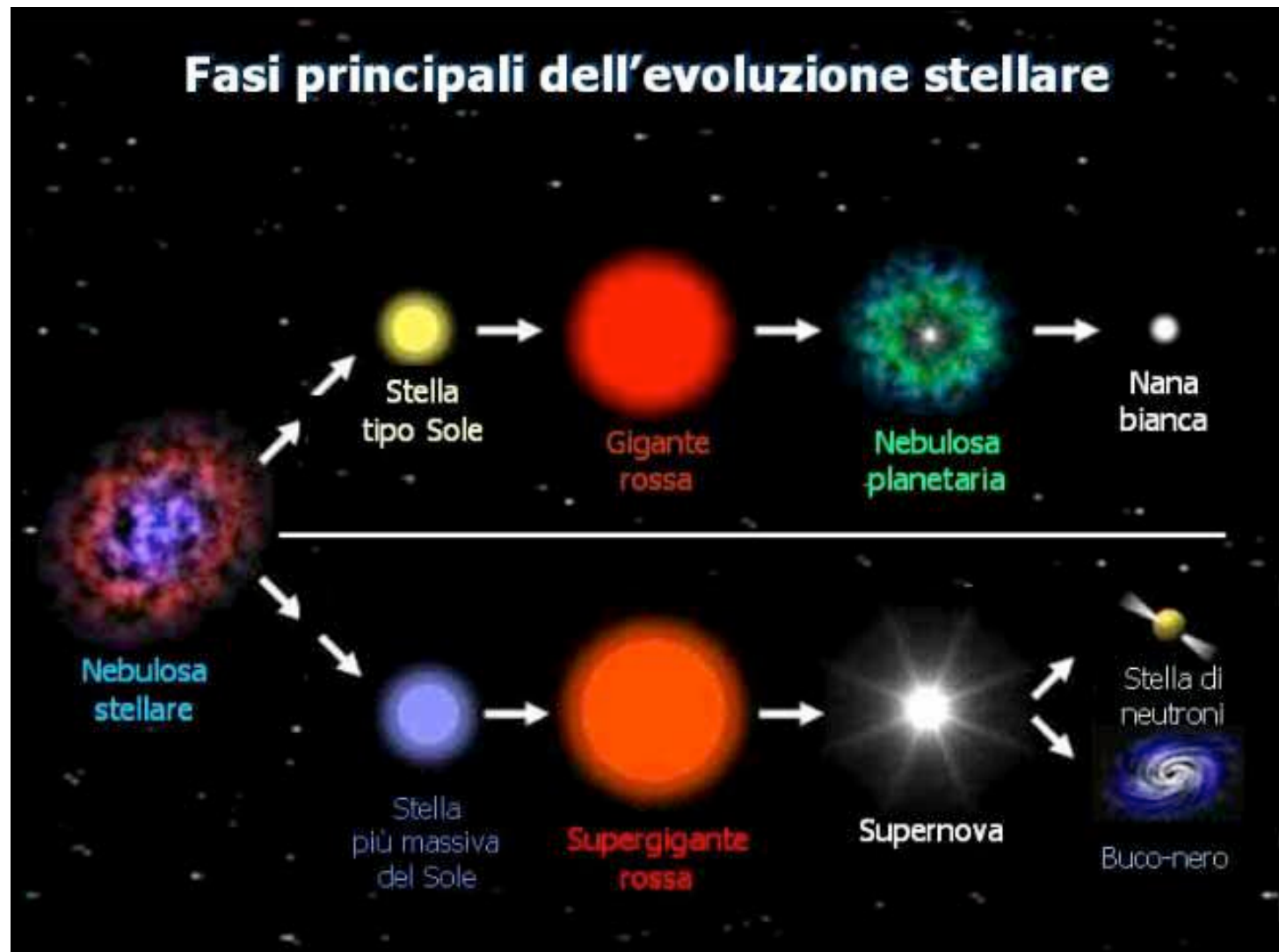


Discussione del risultato – Se la massa M del corpo celeste rimane costante, mentre il suo raggio R diminuisce (come accade a una stella quando esaurisce il suo combustibile nucleare), la velocità di fuga da esso aumenta, e può assumere un valore superiore a quello della luce.

Ma la teoria della relatività ristretta di Einstein stabilisce (2° postulato) che nessun oggetto può viaggiare alla velocità superiore a quella della luce, per cui quando R raggiunge un determinato valore per l'oggetto celeste, è impossibile a qualunque oggetto, e quindi anche alla luce, di allontanarsi da esso.

L'oggetto celeste si è trasformato in un **buco nero**:
un pozzo gravitazionale da cui nulla, neppure la luce, può uscire.

Il **valore critico di R** per il quale, dato un corpo celeste di massa M , la velocità di fuga v coincide con quella della luce c ($v=c$), **si chiama raggio di Schwarzschild**.



ESEMPIO

Calcolare la velocità di fuga dalla Terra e dal Sole

$$v_{\text{terra}} = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24}}{6371 \cdot 10^3}} = 11,2 \text{ km / s}$$

$$v_{\text{sole}} = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 1,99 \cdot 10^{30}}{696000 \cdot 10^3}} = 617 \text{ km / s}$$

ESEMPIO

Calcolare il raggio di Schwarzschild per la Terra e il Sole

$$c = \sqrt{\frac{2GM}{R}} \Rightarrow R_{\text{terra}} = \frac{2GM}{c^2} = \frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24}}{(3 \cdot 10^8)^2} = 8,85 \cdot 10^{-3} \text{ m} \approx 9 \text{ mm}$$

$$R_{\text{sole}} = \frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 1,99 \cdot 10^{30}}{(3 \cdot 10^8)^2} \approx 3 \text{ km}$$

ESERCIZIO

Un meteorite di massa $m=2 \times 10^3$ kg, giunge dallo spazio con velocità $v_1=5 \times 10^3$ m/s e passa a una distanza minima d dalla Terra con velocità $v_0=6 \times 10^3$ m/s, per poi allontanarsi nuovamente nello spazio. Calcolare la distanza minima d e la forza di attrazione esercitata dalla Terra ($M_T=6 \times 10^{24}$ kg) sul meteorite in tale posizione.

Per determinare la distanza d di massimo avvicinamento Terra-meteorite, bisogna applicare il teorema di conservazione dell'energia meccanica nel campo gravitazionale (campo conservativo):

$$K + U = \text{costante} \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 - G \frac{M_T m}{r} = \text{costante}$$

Ossia:

$$\frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}mv_0^2 - G \frac{M_T m}{r}$$
$$d = \frac{2GM_T}{v_0^2 - v_1^2} = \frac{2 \cdot 6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{(6 \cdot 10^3)^2 - (5 \cdot 10^3)^2} = 7,28 \cdot 10^7 \text{ m}$$

Si noti che al primo membro non c'è l'energia gravitazionale del meteorite in fase di avvicinamento. Infatti, quando il meteorite viaggia verso la Terra, l'energia gravitazionale è trascurabile (r grande).

La forza di attrazione subita dal meteorite da parte della Terra è dunque:

$$F = G \frac{M_T m}{d^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{6 \cdot 10^{24} \cdot 2 \cdot 10^3}{(7,28 \cdot 10^7)^2} = 151 \text{ N}$$