

Problemi di Fisica

ONDE

Le onde luminose

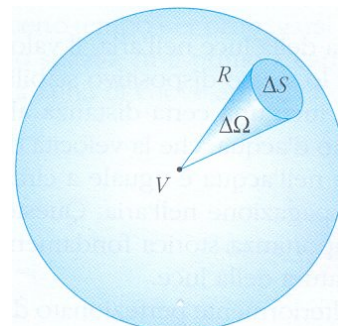
PROBLEMA

Determinare l'illuminamento sopra una superficie sferica di raggio 1 cm, illuminata da una sorgente puntiforme d'intensità 1 cd posta nel centro della sfera. Calcolare l'angolo solido che sottende una porzione di 1 cm² della superficie sferica considerata.

SOLUZIONE

Poiché la superficie considerata è perpendicolare alla direzione di propagazione dell'energia luminosa, l'illuminamento è dato perciò da:

$$E = \frac{I}{R^2} = \frac{1}{(0,01)^2} = 1 \cdot 10^{-4} \text{ lx}$$



Una porzione di area $A=1 \text{ cm}^2$ sulla superficie sferica considerata è sottesa dall'angolo solido:

$$\Delta\Omega = \frac{\Delta S}{R^2} = \frac{1 \cdot 10^{-4}}{(0,01)^2} = 1 \text{ sr}$$

PROBLEMA

Una lampada d'intensità $I_1=18 \text{ cd}$ produce sopra uno schermo disposto perpendicolarmente al fascio luminoso, posto a distanza $r_1=3,0 \text{ m}$, lo stesso illuminamento prodotto da una sorgente di intensità I_2 posta a distanza $r_2 = 2,0 \text{ m}$.

- Calcolare l'intensità I_2 della seconda sorgente.

SOLUZIONE

Poiché le due sorgenti producono sullo schermo lo stesso illuminamento:

$$E = \frac{I}{r^2}$$

allora:

$$\frac{I_2}{r_2^2} = \frac{I_1}{r_1^2} \quad \text{da cui segue che:} \quad I_2 = \frac{r_2^2}{r_1^2} I_1 = \frac{2,0^2}{3,0^2} \cdot 18 = 8,0 \text{ cd}$$

PROBLEMA

Un foglio di cartone opaco, avente la forma di un quadrato di lato 4 cm, intercetta la luce proveniente da una lampada puntiforme posta perpendicolarmente al foglio a 10 cm di distanza. Calcolare il lato dell'ombra quadrata che si forma su uno schermo situato a 40 cm dalla sorgente.

SOLUZIONE

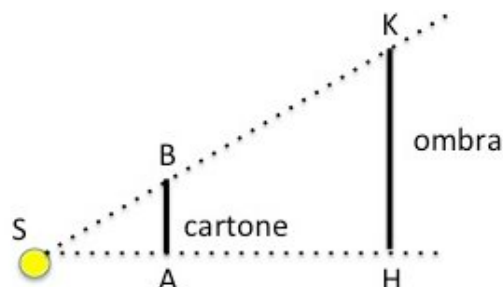
Schematizziamo il fenomeno attraverso il modello geometrico in figura.

I due triangoli SAB e SHK sono simili, per cui i lati corrispondenti sono tra loro proporzionali:

$$SA:SH=AB:HK$$

Ossia:

$$10:40 = 4:HK \xrightarrow{\text{da cui}} HK = \frac{40 \cdot 4}{10} = 16 \text{ cm}$$

**PROBLEMA**

Un palo verticale è immerso per 2m fino al fondo di una piscina ed emerge per 50 cm sopra la superficie dell'acqua. La luce del sole incide con un angolo di 55° rispetto al piano orizzontale. Trovare la lunghezza dell'ombra proiettata dal palo sul fondo piano e orizzontale della piscina. (indice rifrazione aria $n_1=1$; indice rifrazione acqua $n_2=1,33$)

SOLUZIONE

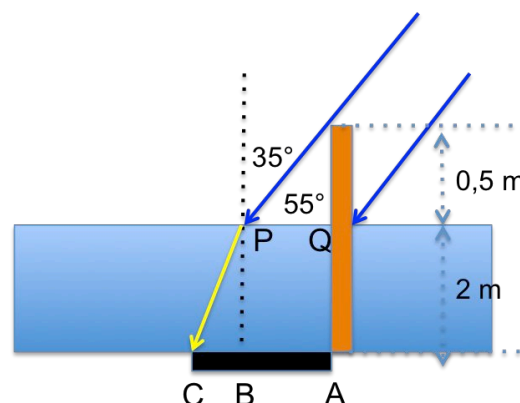
Illustriamo il fenomeno come in figura. L'ombra è quella evidenziata in nero.

L'ombra è data da:

$$AB=PQ+BC$$

Dalla trigonometria si ha:

$$AB = 0,5 \cdot \tan 35^\circ = 0,35 \text{ m}$$



Per calcolare BC si deve tenere conto che il raggio penetrando nell'acqua viene deviato (rifrazione). È quindi necessario calcolare l'angolo di rifrazione che determina la direzione di propagazione nel mezzo acqua mediante la legge di Snell:

$$n_1 \sin i = n_2 \sin r \xrightarrow{\text{da cui}} \sin r = \frac{n_1}{n_2} \sin i = \frac{1}{1,33} \cdot \sin 35 = 0,43 \xrightarrow{\text{calcolatrice}} \alpha = 25,5^\circ$$

Sempre dalla trigonometria si ha:

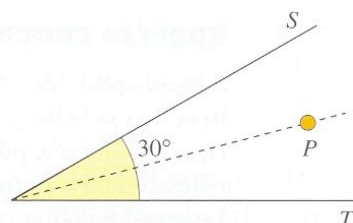
$$BC = 2 \cdot \tan 25,5^\circ = 0,95 \text{ m}$$

A questo punto abbiamo tutti gli elementi per calcolare la lunghezza dell'ombra:

$$AB = PQ + BC = 0,35 + 0,95 = 1,2 \text{ m}$$

PROBLEMA

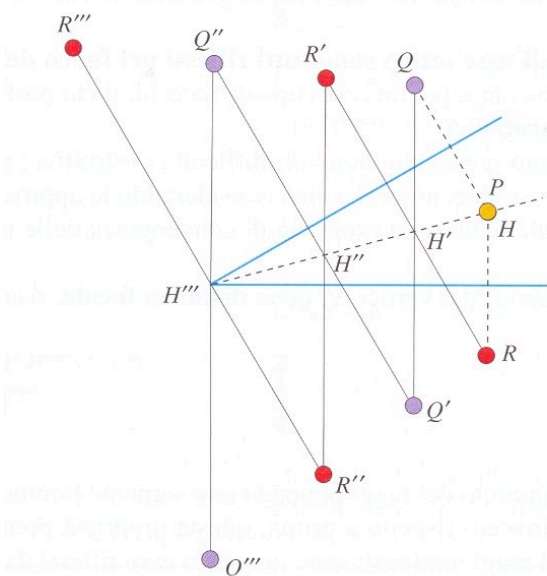
Due specchi piani S e T uniti tra loro per uno spigolo O formano un angolo di 30° , come mostrato in figura. Disegna le immagini su entrambi gli specchi di una sorgente luminosa posta nel punto P , sull'asse di simmetria.



■ SOLUZIONE GRAFICA

La sorgente produce una prima immagine in Q e in R sulla direzione delle normali ai due specchi condotte per il punto P , alla stessa distanza di P dagli specchi; ciò vuol dire che, se un osservatore si trovasse in P , vedrebbe la sua immagine al di là degli specchi alla stessa distanza che egli ha dagli specchi stessi.

Q ed R a loro volta si riflettono sugli specchi in Q' ed R' , opposti lungo le normali, con lo stesso meccanismo. Allo stesso modo otteniamo le immagini in Q''



ed R'' , Q''' ed R''' . Le immagini successive non possono essere raccolte dagli specchi giacché le proiezioni dei punti cadono al di fuori.

■ CONSIDERAZIONI

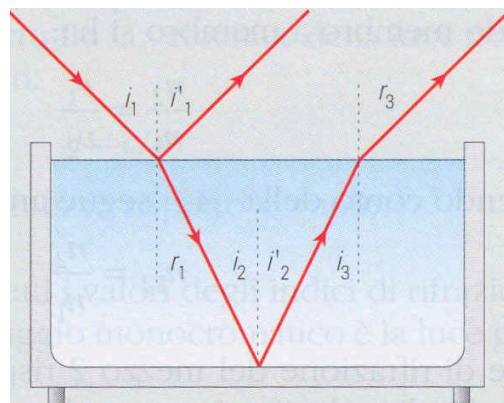
L'ipotetico osservatore in P in questo caso riesce a vedere quattro sue "copie" nello specchio a destra e quattro in quello a sinistra. Allontanandosi dallo spigolo congiungente gli specchi, aumenta il numero di "copie" visibili dell'immagine, mentre avvicinandosi il numero diminuisce. Questo fenomeno prende il nome di **riflessioni multiple**.



Il fenomeno delle riflessioni multiple è sfruttato nei caleidoscopi, per creare immagini geometriche, simmetriche e multicolori.

PROBLEMA

Un intenso raggio luminoso incide sopra una vasca piena d'acqua, avente la parete di fondo perfettamente riflettente. Una parte del raggio viene riflessa dalla superficie dell'acqua e una parte dal fondo della vasca. Dimostrare che i due raggi emergenti dalla vasca sono paralleli.

**SOLUZIONE**

Dalla seconda legge della riflessione, ricordando anche che gli angoli alterni interni di due rette parallele tagliate da una trasversale sono uguali, segue che:

$$r_1 = i_2 = i'_2 = i_3$$

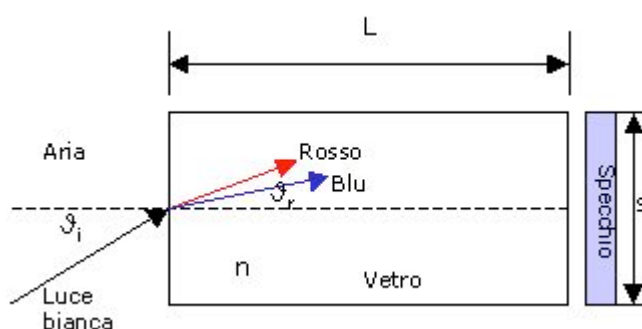
Indicando con n l'indice di rifrazione dell'acqua, e considerando uguale a 1, quello dell'aria, per la legge di Snell si ha inoltre:

$$\begin{aligned} \sin i_1 &= n \sin r_1 \\ n \sin i_3 &= \sin r_3 \end{aligned}$$

da cui si vede che, essendo $r_1 = i_3$, è anche $i_1 = r_3$. Allora, dall'uguaglianza fra i'_1 e i_1 , segue che è $i'_1 = r_3$, cioè che i raggi emergenti sono paralleli.

PROBLEMA

Un blocco di vetro di sezione quadrata di lato $s = 50$ cm e lunghezza $L = 1$ m, viene illuminato al centro da un raggio di luce bianca incidente con un angolo di 10° . Sapendo che l'indice di rifrazione $n(\text{blu}) = 1,53$ e $n(\text{rosso}) = 1,51$, determinare:



1. la separazione del raggio blu e rosso alla base del blocco (ovvero dopo che hanno attraversato l'intero blocco di vetro).

Se all'estremità del blocco è posto uno specchio piano, i raggi vengono riflessi dallo specchio e tornano indietro nel blocco di vetro:

2. trovare quanto dista il raggio blu riflesso da quello incidente quando attraversa di nuovo il piano dal quale era entrato (piano incidente).

SOLUZIONE

1. Utilizzando la legge di Snell, ricaviamo l'angolo rifratto per la luce blu e quella rossa:

$$\sin\vartheta_r = \frac{\sin\vartheta_i}{n(\text{blu})} = \frac{\sin 10^\circ}{1,53} = 0,114 \Rightarrow \vartheta_r(\text{blu}) = 6,54^\circ$$

$$\sin\vartheta_r = \frac{\sin\vartheta_i}{n(\text{rosso})} = \frac{\sin 10^\circ}{1,51} = 0,115 \Rightarrow \vartheta_r(\text{rosso}) = 6,60^\circ$$

La distanza dall'asse incidente sulla base del blocco, per i due raggi rifratti, vale:

$$d(\text{blu}) = L \cdot \tan\vartheta_r = 1 \cdot \tan 6,54^\circ = 0,115 \text{ m} = 11,5 \text{ cm}$$

$$d(\text{rosso}) = L \cdot \tan\vartheta_r = 1 \cdot \tan 6,60^\circ = 0,116 \text{ m} = 11,6 \text{ cm}$$

La separazione tra i due raggi vale:

$$D = d(\text{rosso}) - d(\text{blu}) = 11,6 - 11,5 = 0,1 \text{ cm}$$

2. La separazione tra il raggio blu riflesso ed il raggio blu incidente sulla faccia d'ingresso è uguale al doppio della distanza $d(\text{blu})$:

$$d = 2 \cdot d(\text{blu}) = 2 \cdot 11,5 = 23 \text{ cm}$$

PROBLEMA

Una vasca di acqua ($n = 1,33$) ha una parete di vetro ($n = 1,52$). Se un raggio di luce colpisce il vetro con angolo d'incidenza $43,5^\circ$, con che angolo entra in acqua? Con che angolo entrerebbe se non ci fosse il vetro e l'acqua fosse direttamente a contatto con l'esterno?

SOLUZIONE

Il raggio di luce subisce una doppia rifrazione: aria $\rightarrow$ vetro e vetro $\rightarrow$ acqua, per cui applichiamo per due volte la legge di Snell:

$$\text{aria} \rightarrow \text{vetro} \quad n_{\text{aria}} \sin\vartheta_i = n_{\text{vetro}} \sin\vartheta_r \quad (1)$$

$$\text{vetro} \rightarrow \text{acqua} \quad n_{\text{vetro}} \sin\vartheta_r = n_{\text{acqua}} \sin\vartheta_{r_1} \quad (2)$$

Dalla (1) ricaviamo il seno dell'angolo con cui il raggio di luce entra nel vetro:

$$\sin\vartheta_r = \frac{n_{\text{aria}}}{n_{\text{vetro}}} \sin\vartheta_i$$

che sostituito nella (2) ci consente di ricavare l'angolo con cui il raggio di luce entra nell'acqua:

$$n_{\text{vetro}} \frac{n}{n_{\text{vetro}}} \sin \vartheta_i = n_{\text{acqua}} \sin \vartheta_{r_1} \Rightarrow \sin \vartheta_{r_1} = \frac{n_{\text{aria}}}{n_{\text{acqua}}} \sin \vartheta_i = \frac{1}{1,33} \cdot \sin 43,5^\circ = 0,518 \Rightarrow \vartheta_{r_1} = 31,2^\circ$$

PROBLEMA

Un subacqueo dirige la luce della sua lampada verso la superficie dell'acqua. Se l'angolo per il quale il raggio non emerge più è uguale a 54° , quanto vale l'indice di rifrazione dell'acqua del mare?

■ MODELLO FISICO

La sorgente luminosa è immersa in un mezzo otticamente più denso dell'aria, per cui è possibile il fenomeno della riflessione totale al di sopra di un certo angolo limite, dipendente dall'indice di rifrazione relativo dell'acqua rispetto all'aria.

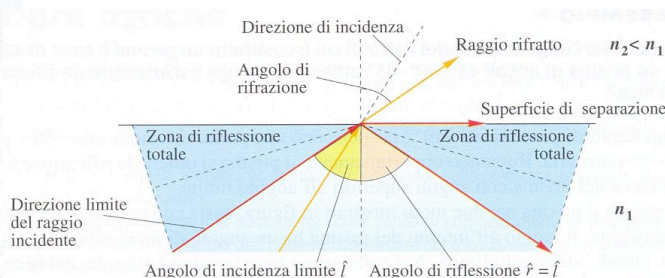
■ LEGGI ED EQUAZIONI

L'indice di rifrazione si ricava dalla relazione $n = \frac{1}{\sin \hat{l}}$, con $\hat{l}$ angolo limite.

■ SOLUZIONE NUMERICA

Sostituendo i dati forniti dal problema si ottiene:

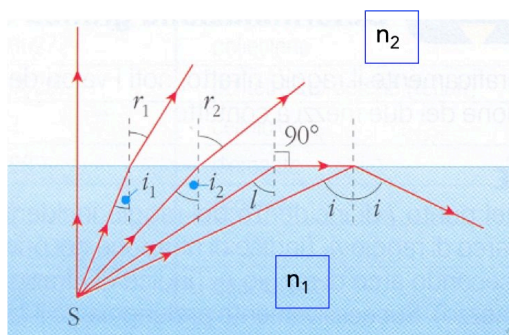
$$n = \frac{1}{\sin 54^\circ} \cong 1,24$$



PROBLEMA

Un raggio di luce incide sulla superficie di separazione tra due cristalli di indici di rifrazione $n_1 = 2.06$ e $n_2 = 1.03$. Se la luce proviene dal mezzo con indice di rifrazione n_1 , e forma un angolo di 45° con la normale alla superficie, cosa succede al raggio rifratto?

SOLUZIONE



In condizioni di angolo limite, ovvero angolo di rifrazione $\vartheta_r=90^\circ$, la legge di Snell implica che:

$$n_1 \sin \vartheta_i = n_2 \sin \vartheta_r \xrightarrow[\vartheta_i = \vartheta_r]{\vartheta_r = 90^\circ} \sin \vartheta_L = \frac{n_2}{n_1} \sin 90^\circ = \frac{1}{2} \Rightarrow \vartheta_L = 30^\circ$$

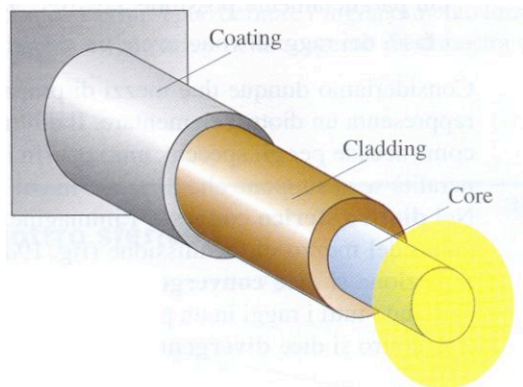
Poichè l'angolo d'incidenza è maggiore dell'angolo limite, allora si ha riflessione totale:

$$\vartheta_i = 45^\circ > \vartheta_l = 30^\circ \Rightarrow \text{riflessione totale}$$

PROBLEMA

Una fibra ottica è formata da un nucleo di vetro flint circondato da un materiale con indice di rifrazione $n = 1,31$. Calcolare con quale angolo rispetto all'asse longitudinale della fibra deve arrivare un fascio luminoso affinché possa subire, penetrando nella fibra, un fenomeno di riflessione totale.

SOLUZIONE



Una fibra ottica è costituita da un lungo cilindro interno di materiale trasparente, il *care*, ricoperto esternamente da un rivestimento, il *cladding*, costruito in materiale opaco di indice di rifrazione minore di quello del materiale interno.

Tutta la struttura è normalmente ricoperta da un'ulteriore spessa pellicola di plastica, il *coating*, per proteggere la fibra ottica da eventuali danni.

Le fibre ottiche costituiscono un'importantissima applicazione del fenomeno della riflessione totale.

Poiché la riflessione totale avviene solo se il secondo mezzo (il cladding) è otticamente meno denso del primo (il care), allora l'angolo d'incidenza del raggio luminoso sul bordo che separa il nucleo dal materiale di rivestimento deve essere maggiore dell'angolo limite, tale che:

$$\sin \vartheta = \frac{n}{n_0} = \frac{1,31}{1,579} = 0,83 \Rightarrow \vartheta > 56,1^\circ$$



L'angolo richiesto è il complementare dell'angolo d'incidenza:

$$\alpha < 33,9^\circ$$

Le fibre ottiche presentano un amplissimo campo di applicazioni: dalla medicina, all'astronomia, alle telecomunicazioni, all'arredamento.

Nel campo delle telecomunicazioni sono usate come canali di comunicazione ad alta velocità, consentendo velocità di trasmissione dei dati numerici dell'ordine dei Gigabit/sec molto maggiori di quelle consentite dai cavi coassiali.

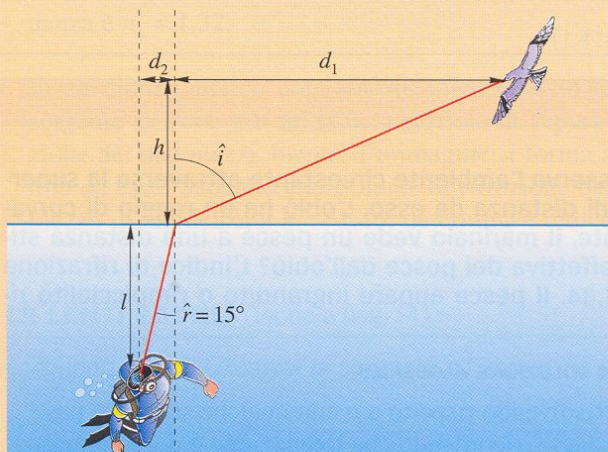
Le fibre ottiche attualmente disponibili uniscono vari vantaggi: costi bassi, attenuazione minima del segnale, ottima larghezza di banda; inoltre, le comunicazioni via fibra ottica sono immuni da interferenze. Infine, i segnali nelle fibre ottiche sono le onde visibili (o quasi), le cui frequenze sono un milione di volte più alte delle frequenze normalmente usate nei fili telefonici: questo fatto permette alle fibre ottiche di trasportare molta più informazione.

Infatti più alta è la frequenza, maggiore è la larghezza di banda disponibile e a larghezze di banda maggiori corrisponde una maggiore capacità di trasmettere informazione.

I cavi a fibre ottiche oltre che sulla terraferma sono posati, da navi specializzate per questo tipo di operazione, anche sul fondo degli oceani, permettendo lo scambio di informazioni (dati, grafica, suono, telefonia, televisione, ecc.) tra i vari continenti

PROBLEMA

Un sub immerso a 15 m di profondità vede a un certo istante un gabbiano che vola secondo una direzione di 15° rispetto alla perpendicolare alla superficie dell'acqua. Sapendo che gli indici di rifrazione assoluti dell'acqua e dell'aria sono, rispettivamente, $n_2 = 1,33$ ed $n_1 = 1,000294$, determina a quanti metri dalla superficie vola il gabbiano, se esso impiega 4 s per raggiungere il punto situato sulla perpendicolare del sub a una velocità costante di 3 m/s. A quale profondità apparente il gabbiano osserva il sub in questa posizione?



■ MODELLO FISICO

Il gabbiano è la sorgente luminosa che colpisce gli occhi del sub, il quale lo vede secondo l'angolo di rifrazione di 15° . Il gabbiano si muove di moto rettilineo uniforme.

■ LEGGI ED EQUAZIONI

Vale la legge della rifrazione per cui $\frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin \hat{i}}{\sin \hat{r}}$; il moto del gabbiano è rettilineo uniforme, per cui $s = vt$. La profondità apparente l' del sub è uguale al rapporto tra la profondità reale l e l'indice di rifrazione dell'acqua rispetto all'aria: $l' = l \frac{n_1}{n_2}$.

■ SOLUZIONE ALGEBRICA

Per la legge di Snell, si ha:

$$\frac{n_2}{n_1} \sin \hat{r} = \sin \hat{i} \quad \Rightarrow \quad \hat{i} = \arcsen\left(\frac{n_2}{n_1} \sin \hat{r}\right)$$

Lo spazio totale percorso dal gabbiano è:

$$s = d_1 + d_2 = vt$$

con $d_1 = h \tan \hat{i}$ e $d_2 = l \tan \hat{r}$

Si può quindi scrivere:

$$vt = h \tan \hat{i} + l \tan \hat{r} \quad \Rightarrow \quad h = \frac{vt - l \tan \hat{r}}{\tan \hat{i}}$$

■ SOLUZIONE NUMERICA

Calcoliamo l'angolo di incidenza:

$$\hat{i} = \arcsen\left(\frac{1,33}{1,000294} \cdot \sin 15^\circ\right) \cong 20,13^\circ$$

L'altezza del gabbiano risulta:

$$h = \frac{3 \text{ m/s} \cdot 4 \text{ s} - 15 \cdot \tan 15^\circ \text{ m}}{\tan 20,13^\circ} \cong 21,8 \text{ m}$$

La profondità apparente del sub è uguale a:

$$l' = 15 \cdot \frac{1,000294}{1,33} \text{ m} = 11,3 \text{ m}$$

PROBLEMA

La lunghezza d'onda in aria della luce gialla del sodio è $\lambda_0 = 589 \text{ nm}$. Determinare: a) frequenza; b) la lunghezza d'onda in un vetro il cui indice di rifrazione è $n = 1,52$; c) la velocità in questo vetro.

SOLUZIONE

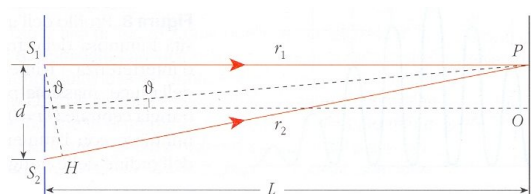
$$\text{a) } f = \frac{c}{\lambda_0} = \frac{3 \cdot 10^8}{589 \cdot 10^{-9}} \cong 5,1 \cdot 10^{14} \text{ Hz} \quad \text{b) } \lambda = \frac{\lambda_0}{n} = \frac{589}{1,52} = 387,5 \text{ nm}$$

$$\text{c) } n = \frac{c}{v} \rightarrow v = \frac{c}{n} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,52} \approx 1,97 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Osserviamo che sia la lunghezza d'onda che la velocità sono riscalate dello stesso fattore, che è l'indice di rifrazione. I valori di entrambe queste grandezze sono inferiori ai corrispondenti valori nel vuoto.

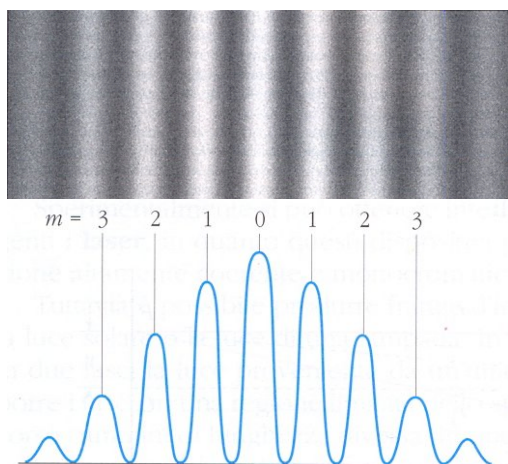
PROBLEMA

In un dispositivo a doppia fenditura, le fenditure sono separate da una distanza pari a 100 volte la lunghezza d'onda della luce incidente. Calcolare la deviazione angolare in radianti tra il massimo centrale e il massimo successivo.

SOLUZIONE

Gli angoli sotto i quali la luce trasmessa dalle fenditure giunge ad uno schermo interferendo costruttivamente sono dati dalla condizione:

$$\Delta x = m\lambda \Rightarrow d \sin \theta_m = m\lambda \rightarrow \sin \theta_m = m \frac{\lambda}{d}$$



Poichè $d=100\lambda$, otteniamo:

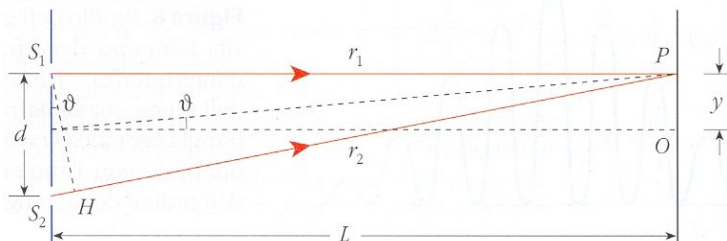
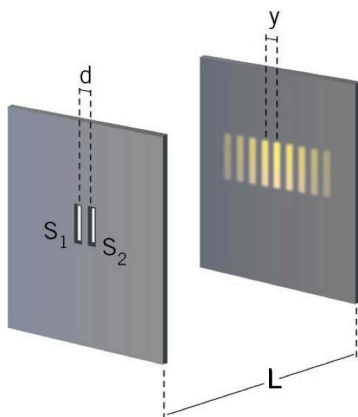
$$\sin \theta_m = m \frac{\lambda}{100\lambda} = 0,01 \xrightarrow{\theta \text{ piccolo } \sin \theta \approx \theta} \theta_m = 0,01 \text{ rad}$$

La separazione angolare tra due massimi successivi è pertanto:

$$\Delta \theta = 0,01 \cdot (m+1) - 0,01 \cdot m = 0,01 \text{ rad}$$

PROBLEMA

In un esperimento di Young si utilizza luce verde di lunghezza d'onda $\lambda=500\text{nm}$. La distanza tra le fenditure è di 1,2 mm, e queste distano 5,4m dallo schermo su cui si raccoglie la luce. Calcolare la distanza tra le frange luminose prodotte sullo schermo.

SOLUZIONE

La separazione angolare tra le frange si trova dalla condizione d'interferenza costruttiva:

$$\Delta x = m\lambda \Rightarrow d \sin \vartheta_m = m\lambda \rightarrow \sin \vartheta_m = m \frac{\lambda}{d} \xrightarrow[\sin \vartheta \approx \vartheta]{\vartheta \text{ piccolo}} \vartheta_m = m \frac{\lambda}{d}$$

Utilizzando la trigonometria, sullo schermo, a distanza L dalle fenditure, la posizione della m -esima frangia è data da:

$$y_m = L \tan \vartheta_m \xrightarrow[\tan \vartheta \approx \vartheta]{\vartheta \text{ piccolo}} y_m = L \vartheta_m = L m \frac{\lambda}{d}$$

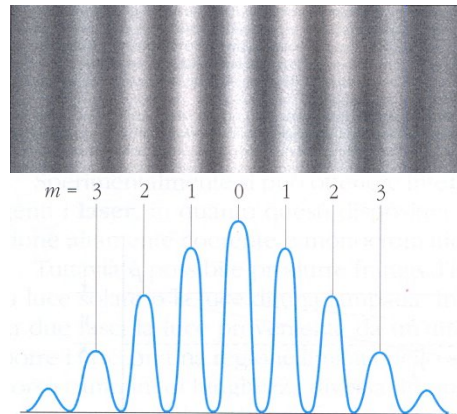
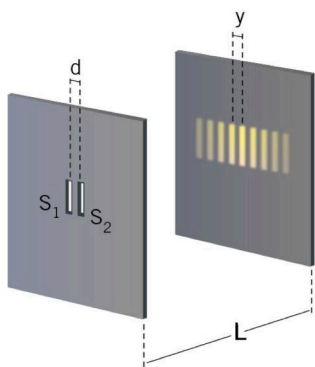
Avremo allora che la distanza tra due frange adiacenti sullo schermo è:

$$\Delta x = (m+1)L \frac{\lambda}{d} - mL \frac{\lambda}{d} = L \frac{\lambda}{d} = 5,4 \cdot \frac{500 \cdot 10^{-9}}{1,2 \cdot 10^{-3}} = 22,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

PROBLEMA

Uno schermo dista $L=1,20\text{m}$ da una sorgente a doppia fenditura. La distanza tra le due fenditure è $d=0.03\text{mm}$. La frangia chiara del secondo ordine si trova a $y_2 = 4.5\text{cm}$ dalla linea centrale. Determinare: a) la lunghezza d'onda della luce; b) la distanza tra frange chiare adiacenti.

SOLUZIONE



a) Nell'esperimento di Young abbiamo dimostrato che la lunghezza d'onda della luce monocromatica usata è data dalla relazione:

$$\lambda = \frac{y_m d}{mL} \xrightarrow{m=2} \lambda = \frac{4,5 \cdot 10^{-2} \cdot 0,03 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 1,2} = 563 \text{ nm}$$

b) La figura d'interferenza è simmetrica rispetto al massimo centrale e le frange sono equispaziate, per cui è facile calcolare la distanza tra frange chiare adiacenti:

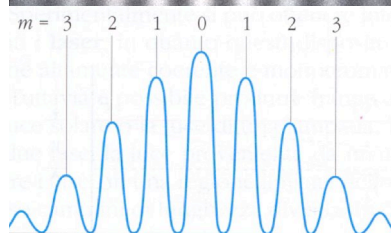
$$\Delta y = \frac{y_m}{m} \xrightarrow{m=2} \Delta y = \frac{y_2}{2} = \frac{4,5}{2} = 2,25 \text{ cm}$$

PROBLEMA

Una sorgente emette luce di due lunghezze d'onda nella regione del visibile, date da $\lambda=430\text{nm}$ e $\lambda'=510\text{nm}$. La sorgente è usata in un esperimento d'interferenza da doppia fenditura in cui le fenditure distano $d=0.025\text{mm}$ e lo schermo è posto a $L=1.50\text{m}$. Trovare la separazione tra le frange chiare del terzo ordine corrispondenti alle due lunghezze d'onda.

SOLUZIONE

I valori delle posizioni delle frange chiare del terzo ordine ($m=3$) per le due lunghezze d'onda sono dati da:



$$y_m = m\lambda \frac{L}{d} \xrightarrow{m=3} \begin{cases} y_3 = 3\lambda \frac{L}{d} = 3 \cdot 430 \cdot 10^{-9} \cdot \frac{1,5}{0,025 \cdot 10^{-3}} = 7,74 \text{ cm} \\ y'_3 = 3\lambda' \frac{L}{d} = 3 \cdot 510 \cdot 10^{-9} \cdot \frac{1,5}{0,025 \cdot 10^{-3}} = 9,18 \text{ cm} \end{cases}$$

Quindi la separazione tra le frange risulta essere:

$$\Delta y = y'_3 - y_3 = 9,18 - 7,74 = 1,44 \text{ cm}$$

PROBLEMA

Perché quando la luce entra in una stanza attraverso una finestra non si osservano apprezzabili fenomeni di diffrazione?

SOLUZIONE

Il fenomeno di diffrazione si ha quando la fenditura ha dimensioni d comparabili alla lunghezza d'onda λ della luce incidente, ossia quando λ/d non è troppo piccolo.

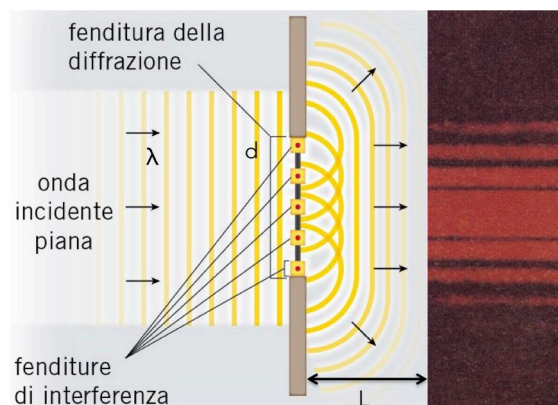
Nel nostro caso, invece, le dimensioni della finestra sono grandi rispetto alle lunghezze d'onda della luce incidente, ossia:

$$\frac{\lambda}{d} \ll 1$$

per cui il fenomeno della diffrazione non si osserva e la propagazione della luce segue con ottima approssimazione le leggi dell'ottica geometrica.

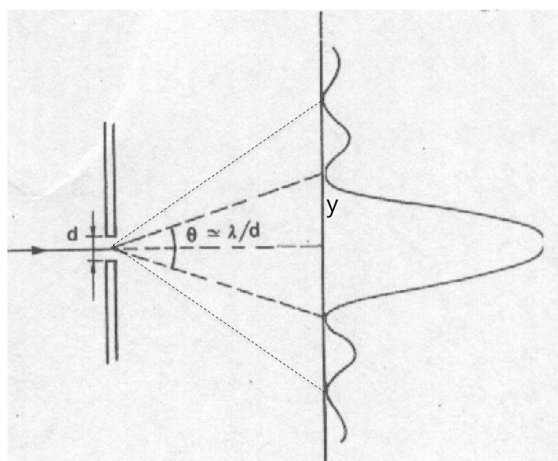
PROBLEMA

Una fenditura di larghezza $d=0.1\text{mm}$ viene illuminata da raggi paralleli di lunghezza d'onda $\lambda=600\text{nm}$ e si osservano le bande di diffrazione prodotte su uno schermo distante $L=40\text{cm}$ dalla fenditura. Quanto dista la terza banda scura dalla banda luminosa centrale?

SOLUZIONE

La figura di diffrazione prodotta dalla fenditura di larghezza d , illuminata perpendicolarmente da luce di lunghezza d'onda λ , presenta frange scure nelle direzioni che formano con la direzione d'incidenza angoli tali che:

$$\sin \vartheta_m = m \frac{\lambda}{d} \xrightarrow{m=3} \sin \vartheta_3 = 3 \cdot \frac{600 \cdot 10^{-9}}{0,1 \cdot 10^{-3}} = 0,018$$



Dalla trigonometria utilizziamo la relazione per determinare la distanza tra la m -esima banda scura e il centro dello schermo:

$$y_m = L \cdot \tan \vartheta_m \xrightarrow{m=3} y_3 = L \cdot \tan \vartheta_3$$

Poichè ϑ è piccolo, è possibile fare le seguenti approssimazioni:

$$\sin \vartheta_m \approx \vartheta_m \xrightarrow{m=3} \sin \vartheta_3 = \vartheta_3 = 0,018^\circ$$

$$\tan \vartheta_m \approx \vartheta_m \xrightarrow{m=3} \tan \vartheta_3 = \vartheta_3 = 0,018^\circ$$

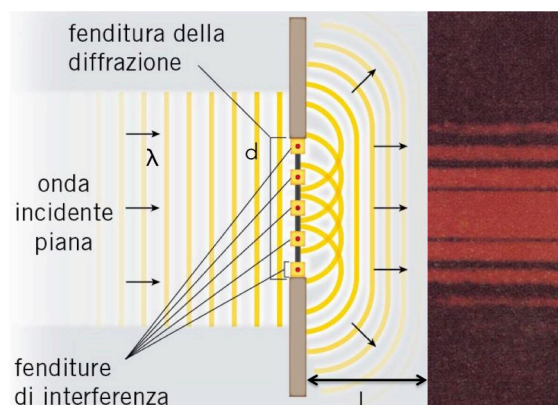
Quindi:

$$y_3 = L \cdot \tan \vartheta_3 = 40 \cdot 0,018 = 0,72 \text{ cm}$$

PROBLEMA

In una figura di diffrazione la distanza fra il primo minimo di destra e il primo minimo di sinistra è di 5,2mm. Lo schermo sul quale si forma la figura dista $D=80\text{cm}$ dalla fenditura e la lunghezza d'onda della luce è $\lambda=546\text{nm}$. Calcolare la larghezza della fenditura.

SOLUZIONE



La figura di diffrazione è simmetrica rispetto al massimo centrale, per cui, conoscendo la distanza y tra il minimo di destra e quello di sinistra, la distanza della prima banda scura dal centro dello schermo è data da:

$$y_1 = \frac{y}{2} = \frac{5,2}{2} = 2,6 \text{ mm}$$

Grazie alla trigonometria, possiamo ricavare che:

$$y_1 = L \cdot \tan \vartheta \Rightarrow \tan \vartheta = \frac{y_1}{L} = \frac{2,6 \cdot 10^{-3}}{80 \cdot 10^{-2}} = 3,25 \cdot 10^{-3}$$

Poiché $y_1 \ll D$, si considerano angoli piccoli ed è quindi possibile scrivere:

$$\sin \vartheta \approx \tan \vartheta \xrightarrow{\text{quindi}} \sin \vartheta = 3,25 \cdot 10^{-3}$$

Dalla legge della diffrazione è ora possibile ricavare la larghezza d della fenditura:

$$\sin \vartheta_m = m \frac{\lambda}{d} \xrightarrow{m=1} d = \frac{\lambda}{\sin \vartheta} = \frac{546 \cdot 10^{-9}}{3,25 \cdot 10^{-3}} = 0,168 \text{ mm}$$

