

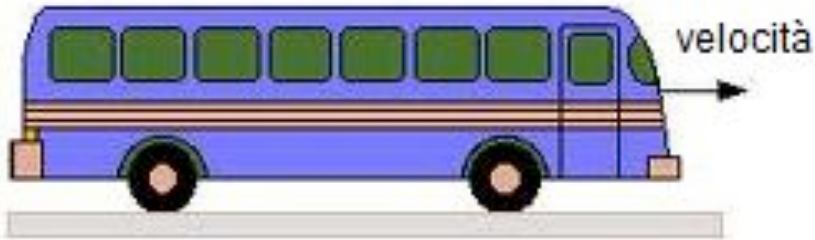
FISICA

MECCANICA: Principio conservazione quantità di moto

*Autore: prof. Pappalardo Vincenzo
docente di Matematica e Fisica*



LA QUANTITA' DI MOTO



Massa x Velocità = **Q. di Moto**

Un autobus può avere una grande quantità di moto anche se possiede bassa velocità, poichè ha una grande massa

QUANTITA' DI MOTO

Consideriamo un corpo di massa m che si muove con velocità $\mathbf{v}$. Definiamo quantità di moto $\mathbf{p}$ il prodotto della massa per la velocità:

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

Diagram illustrating the equation $\vec{p} = m\vec{v}$ with labels for the variables:

- $\vec{p}$ is labeled as "quantità di moto (kg·m/s)".
- m is labeled as "massa (kg)".
- $\vec{v}$ is labeled as "velocità (m/s)".

La quantità di moto è un vettore che ha la stessa direzione e lo stesso verso del vettore velocità.

Con l'introduzione della quantità di moto, il 2° principio della dinamica può essere scritto nel seguente modo:

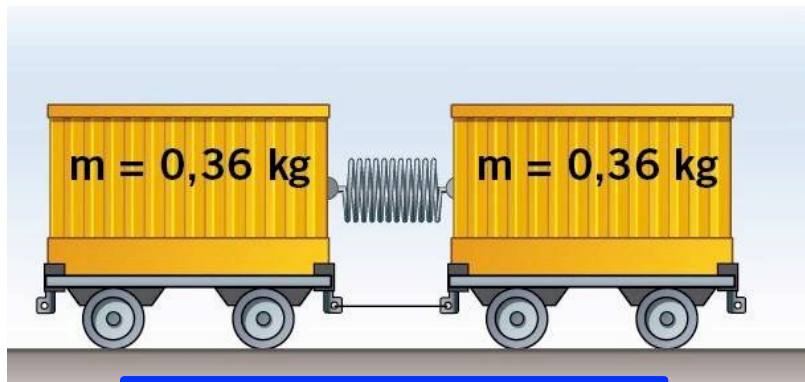
$$\vec{F} = m\vec{a} \xrightarrow{\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}} \vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt} \xrightarrow{d\vec{p} = m d\vec{v}} \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

2° principio della dinamica

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

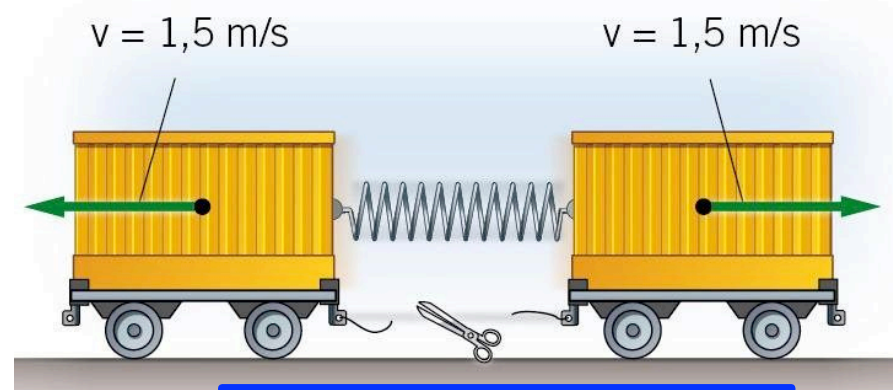
PRINCIPIO CONSERVAZIONE QUANTITA' DI MOTO

Esaminiamo, dal punto di vista della quantità di moto, un esperimento di disintegrazione, in cui un unico oggetto «esplode» in due frammenti.



$$p_{Ti} = p_{1i} + p_{2i} = 0$$

Due carrelli di massa uguale, collegati da una molla, sono tenuti fermi da un filo. Ciascun carrello ha quantità di moto zero, perché è fermo.



$$p_{Tf} = p_{1f} + p_{2f} = 0$$

Dopo aver tagliato il filo, i due carrelli si allontanano con velocità uguali in modulo. I due carrelli hanno quantità di moto dello stesso valore ma di verso opposto.

La quantità di moto totale dei due carrelli era zero all'inizio e rimane zero alla fine (somma di vettori opposti); quindi si conserva.

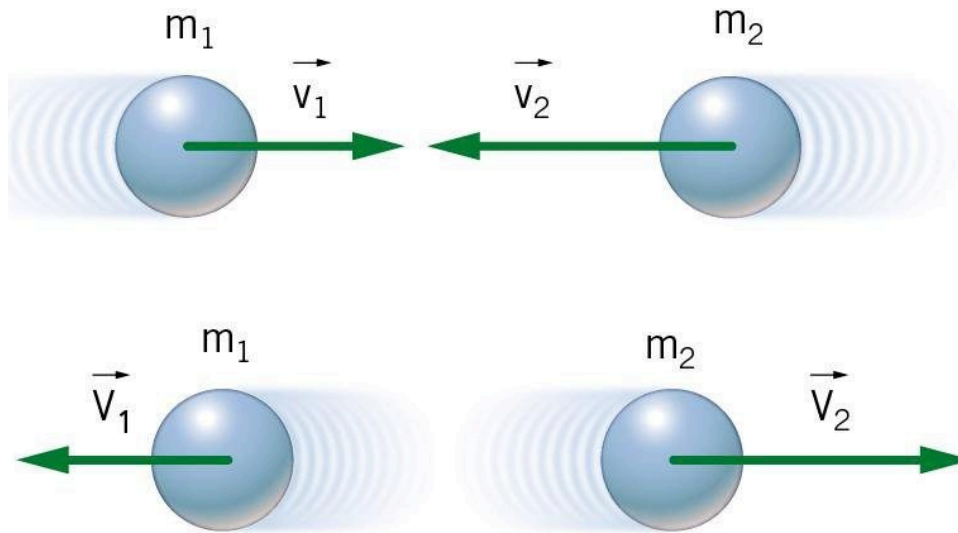
L'esperimento può essere ripetuto per carrelli di diversa massa e in diverse condizioni dinamiche prima e dopo, ma il risultato non cambia, ossia la quantità di moto totale si conserva. Si noti bene che le quantità di moto di ciascun corpo possono cambiare; ciò che rimane invariata è la quantità di moto totale del sistema fisico (i due carrelli).

Considerando i due carrelli come parti di un unico sistema di corpi, possiamo enunciare il seguente principio:

PRINCIPIO CONSERVAZIONE QUANTITA' DI MOTO

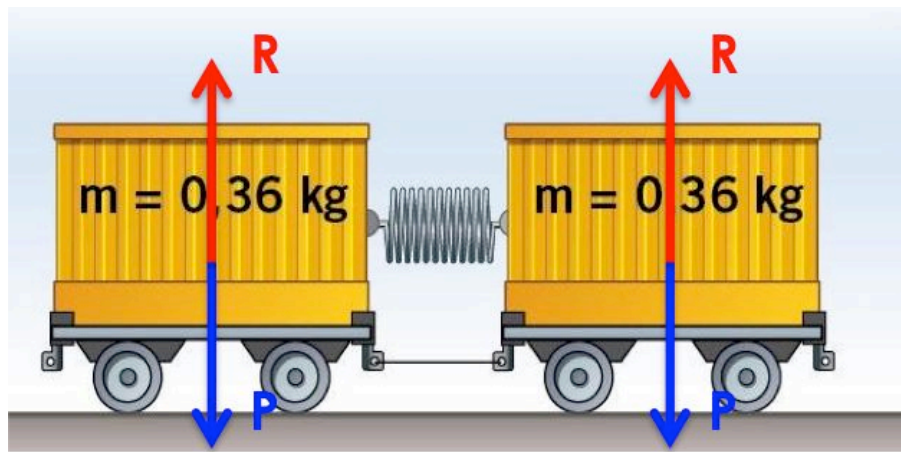
Se su un sistema non agiscono forze esterne, la quantità di moto totale del sistema si conserva:

$$p_{Ti} = p_{Tf} \Rightarrow p_T = \text{costante}$$

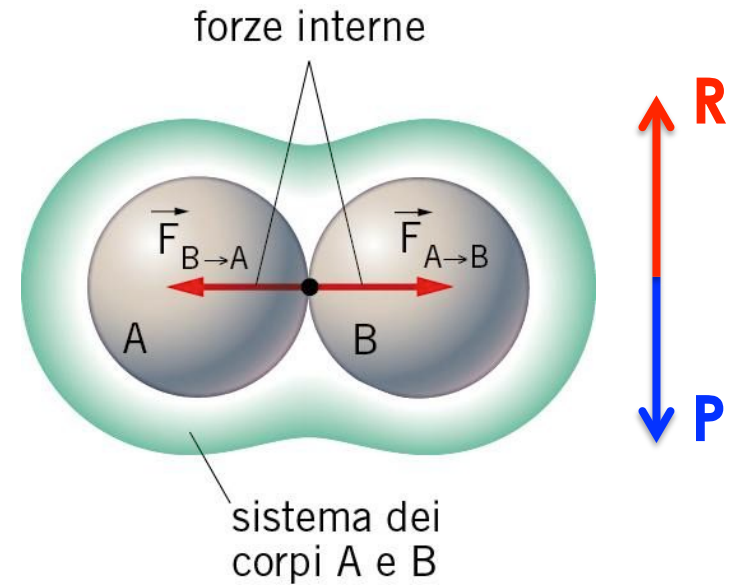


$$\begin{aligned}\vec{P}_{\text{prima urto}} &= \vec{P}_{\text{dopo urto}} \\ \vec{P}_{T\text{iniziale}} &= \vec{P}_{T\text{finale}} \\ m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 &= m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2\end{aligned}$$

La conservazione della quantità in un sistema isolato è una conseguenza dei principi della dinamica.



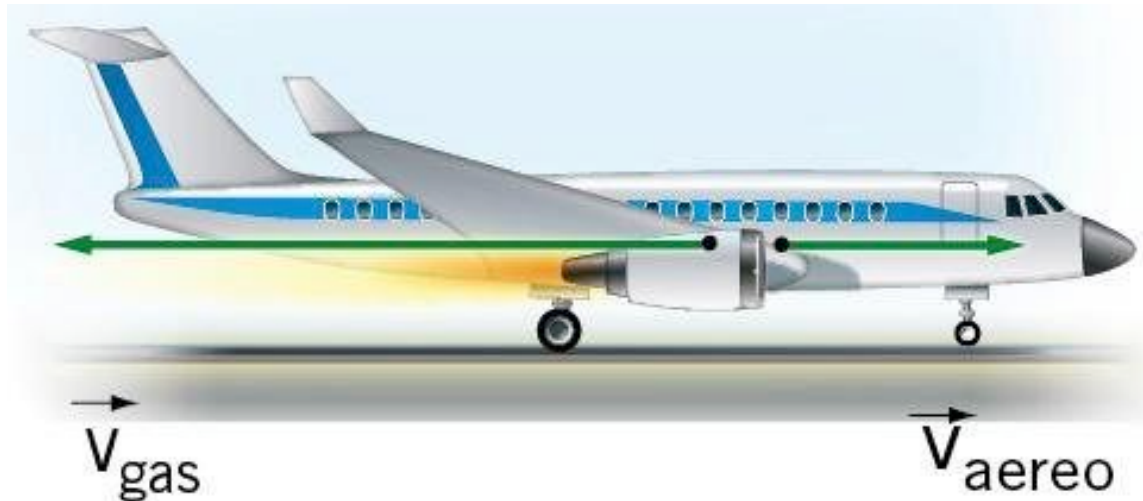
Nei due carrelli agisce solo la forza elastica della molla, che è interna al sistema. La forza esterna è uguale a zero, perché la forza-peso dei carrelli è controbilanciata dalla reazione vincolare del piano.



Nell'urto agiscono solo le forze di contatto, che sono interne al sistema. La forza esterna è uguale a zero, perché la forza-peso delle palline è controbilanciata dalla reazione vincolare del piano.

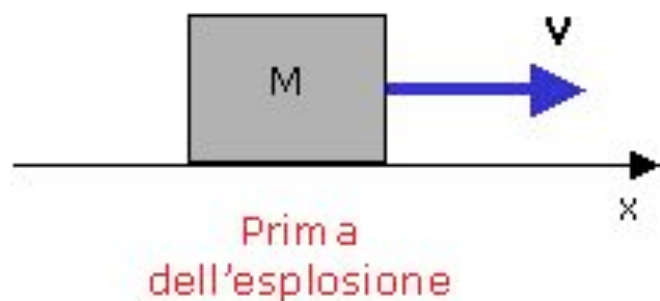
Esempio

Sullo questo principio è basato il funzionamento dei motori a reazione. Quando l'aereo è fermo sulla pista, la sua quantità di moto totale (compresa quella del carburante e dell'aria contenuta nei motori) è pari a zero. Quando i motori vengono accesi, essi aspirano aria dal davanti ed espellono i gas combusti all'indietro a grande velocità. Per la conservazione della quantità di moto l'aereo si muove in avanti.



Esempio

Una scatola di massa $m=6$ kg scivola con velocità $v=4$ m/s su un pavimento privo di attrito nel verso positivo dell'asse x . Improvvisamente esplode in due pezzi. Un pezzo, di massa $m_1=2$ kg, si muove nel verso positivo dell'asse x con velocità $v_1=8$ m/s. Qual è la velocità del secondo pezzo di massa $m_2=4$ kg?



La forza peso che agisce sulle masse è controbilanciata dalle reazioni vincolari del pavimento, per cui non possono influenzare la componente orizzontale della quantità di moto del sistema.

Pertanto è possibile applicare il principio di conservazione della quantità di moto:

$$\vec{P}_i = \vec{P}_f \Rightarrow m\vec{v} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 \Rightarrow v_2 = \frac{mv - m_1v_1}{m_2} = 2,0m / s$$

Abbiamo rappresentato l'espressione finale attraverso i moduli delle velocità in quanto il moto è unidimensionale. Il valore della velocità è positivo per cui il moto del pezzo m_2 dopo l'urto avviene lungo l'asse positivo delle x .

IMPULSO DI UNA FORZA

La seconda legge della dinamica può essere riscritta dal punto di vista della quantità di moto:

TEOREMA DELL'IMPULSO

La variazione della quantità di moto è uguale all'impulso della forza che agisce su un corpo:

$$\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \Delta\vec{p} = \vec{I}$$

La quantità vettoriale $\mathbf{I}$ si chiama *impulso*, definito come il prodotto della forza $\mathbf{F}$ per l'intervallo di tempo Δt durante il quale essa agisce:

$$\vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t$$

Esempio: Perché, quando si cade, si attutisce l'urto piegandosi sulle gambe?

Quando si cade, si acquisisce una grande quantità di moto, grazie all'aumento della velocità, che subito dopo l'urto deve diventare zero, in quanto ci si ferma (velocità zero).



Per il teorema dell'impulso: $\Delta \mathbf{p} = \mathbf{I} = \mathbf{F} \Delta t$

A parità di $\Delta \mathbf{p}$, quanto più è grande il tempo Δt in cui avviene l'impatto, tanto più è piccola la forza dell'urto, e viceversa.

Analogamente, per ridurre la forza d'urto negli incidenti automobilistici, si aumenta il tempo dell'impatto mediante gli airbag, che fanno diminuire più lentamente la quantità di moto del passeggero che sta a bordo.

Esempio: Perché con un colpo di karate si riesce a spezzare una pila di mattoni?



Perché si esercita una grande forza in un tempo molto piccolo.

Infatti, la mano del karateka acquisisce una grande quantità di moto, che subito dopo l'urto diventa zero.

Come prima: $\Delta \mathbf{p} = \mathbf{I} = \mathbf{F} \Delta t$

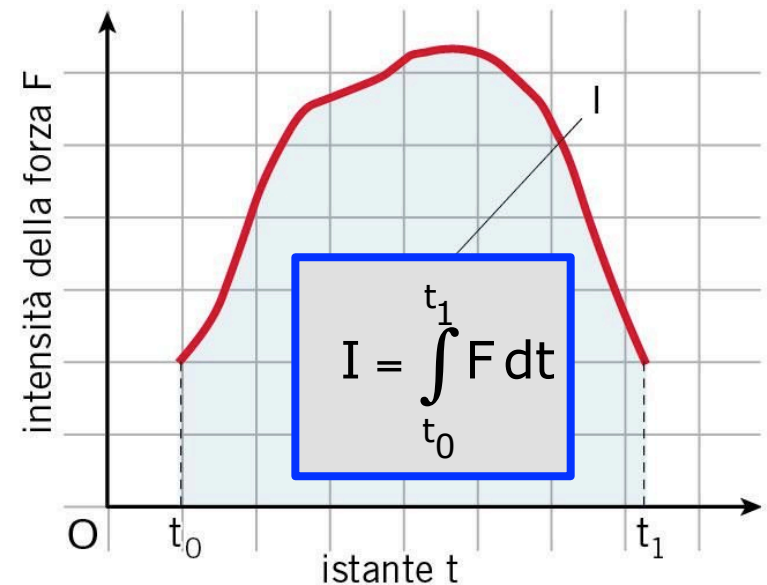
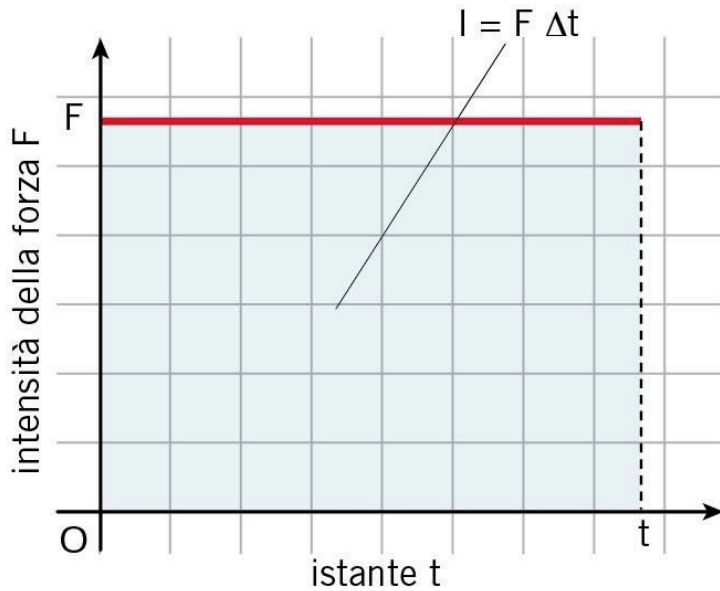
Però, in questo caso, vogliamo che la forza sia molto grande. Per questo motivo bisogna esercitarla in un tempo molto piccolo: il colpo deve essere molto secco.

osservazione

La formula:

$$\vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t$$

vale solo se nell'intervallo di tempo Δt la forza $\mathbf{F}$ è costante.

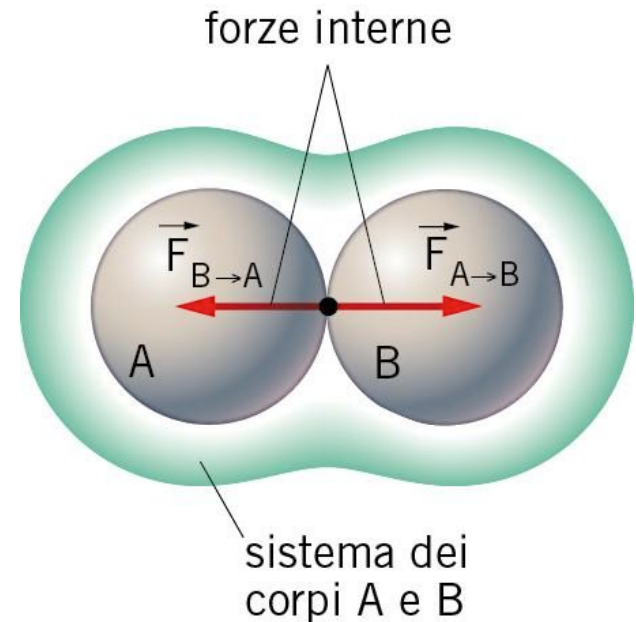


In generale: se $\mathbf{F}$ è variabile, il valore dell'impulso è dato dall'area sottesa dalla funzione forza.

URTI UNIDIMENSIONALI

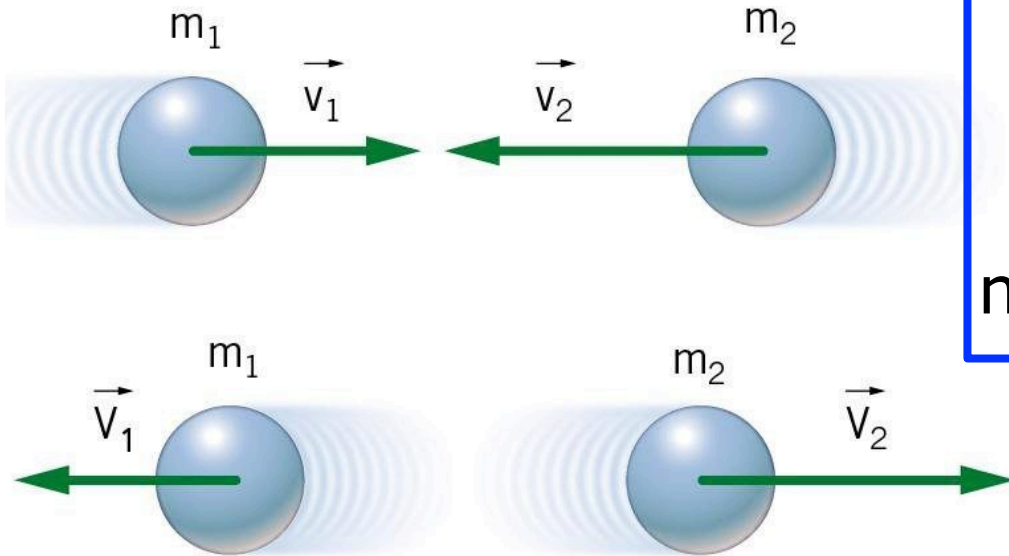
Durante un urto, tra i due oggetti che collidono si generano forze intense che agiscono per un tempo molto breve.

Così, nella breve durata di un urto le altre forze presenti (come l'attrito radente o quello con l'aria) risultano trascurabili rispetto a quelle di interazione (che sono forze interne al sistema). Possiamo quindi dire che:



durante un urto i due corpi che collidono si comportano come un sistema isolato e, quindi, la loro quantità di moto totale si conserva.

Il caso più semplice di urto è quello unidimensionale. In questo caso possiamo evitare di usare le velocità vettoriali; al loro posto utilizziamo i loro valori scalari (con segno positivo o negativo) come abbiamo fatto nel caso dei moti rettilinei.



$$\vec{P}_{\text{prima urto}} = \vec{P}_{\text{dopo urto}}$$

$$\vec{P}_{T\text{iniziale}} = \vec{P}_{T\text{finale}}$$

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 V_1 + m_2 V_2$$

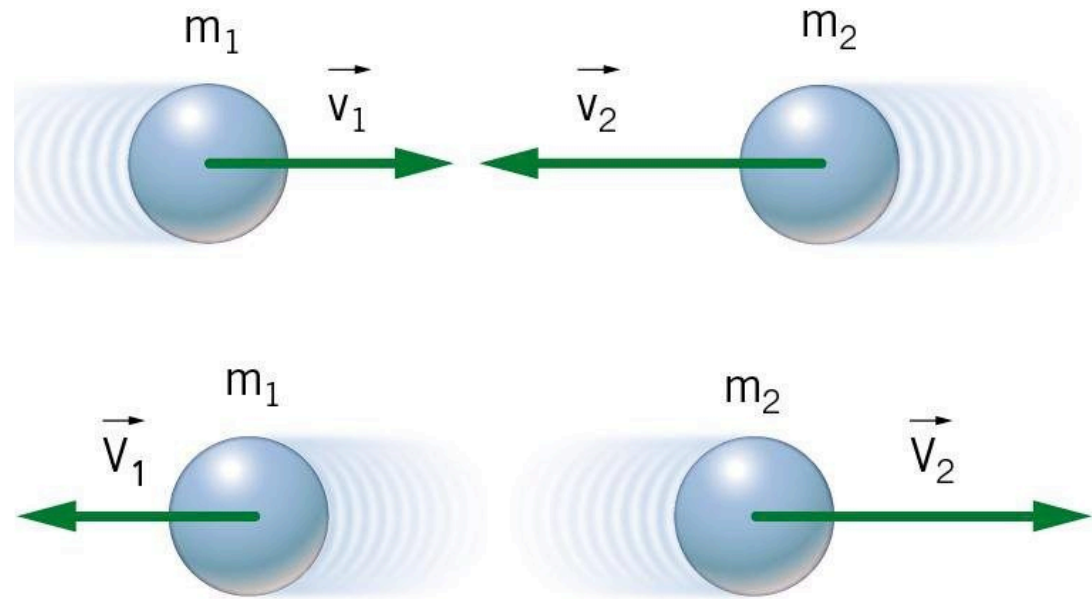
$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 V_1 + m_2 V_2$$

Dal punto di vista matematico, note le velocità iniziali (v_1, v_2) e le masse (m_1, m_2), abbiamo due incognite (le velocità finali V_1 e V_2) ed una sola equazione; quindi il problema non è determinato e, per la sua risoluzione, occorrono altre informazioni.

Nel seguito vedremo i due casi più semplici in cui il problema dell'urto risulta determinato: quello dell'**urto elastico** e quello dell'**urto completamente anelastico**.

Urto elastico

Un urto si dice **elastico** se in esso si conserva, oltre alla quantità di moto, anche l'energia cinetica totale dei corpi che interagiscono.

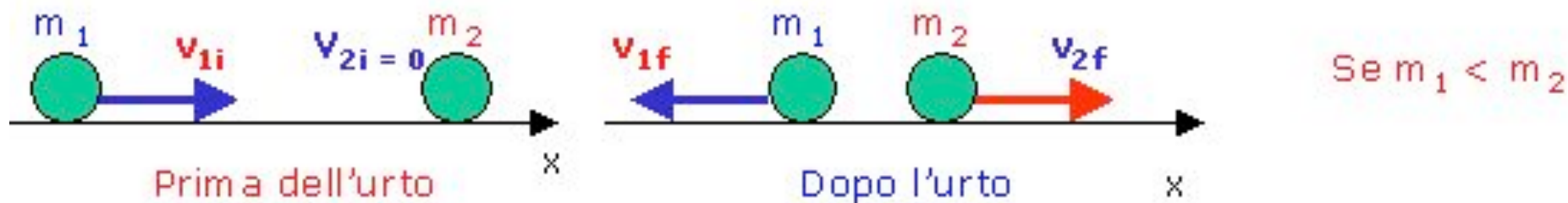


$$\begin{cases} m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2 \\ \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 V_1^2 + \frac{1}{2} m_2 V_2^2 \end{cases}$$

Il sistema di equazioni è determinato perché contiene due equazioni e due incognite.

Esempio

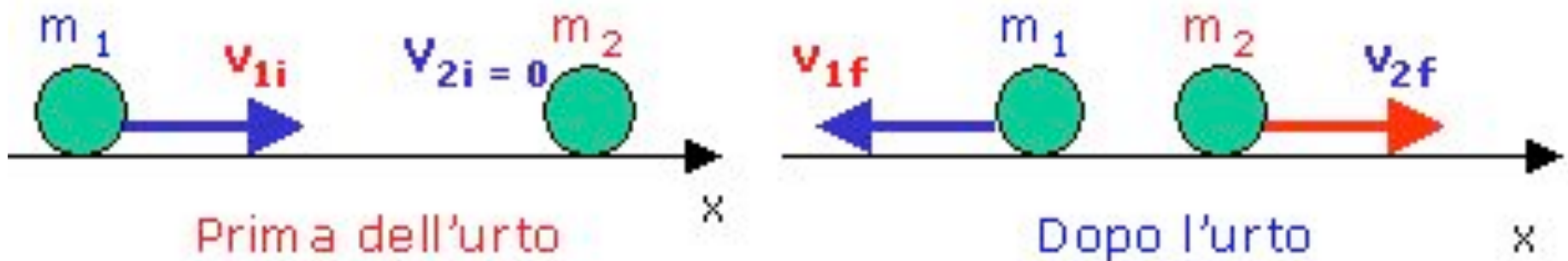
La sfera 1, con massa $m_1=30\text{g}$ e velocità iniziale $v_{1i}=1,25\text{m/s}$, urta elasticamente la sfera 2, di massa $m_2=75\text{g}$ ed inizialmente ferma $v_{2i}=0\text{m/s}$. Calcolare le velocità delle sfere dopo l'urto.



Poiché siamo in presenza di urto elastico, possiamo utilizzare il principio di conservazione della quantità di moto e dell'energia cinetica (due equazioni) per calcolare le velocità dopo l'urto (due incognite):

$$\begin{cases} m_1 v_{1i} + 0 = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f} \\ \frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 + 0 = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2 \end{cases} \xrightarrow{\text{soluzione sistema}} \begin{cases} v_{1f} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot v_{1i} = -0,54 m / s \\ v_{2f} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \cdot v_{1i} = 0,72 m / s \end{cases}$$

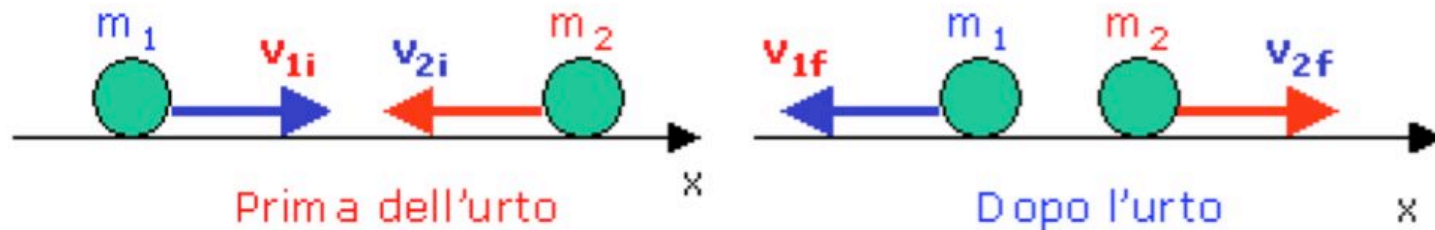
Il segno meno della velocità della sfera 1 dopo l'urto indica che si sta muovendo verso sinistra, in direzione opposta alla sfera 2.



urti elastici unidimensionali: vari casi

$$\begin{cases} m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f} & \text{conservazione quantità di moto} \\ \frac{1}{2} m v_{1i}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2i}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2 & \text{conservazione energia cinetica} \end{cases}$$

Bersaglio mobile $v_{2i} \neq 0$



$$(1) \quad v_{1f} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot v_{1i} + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} \cdot v_{2i}$$

$$(2) \quad v_{2f} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \cdot v_{1i} + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \cdot v_{2i}$$

Bersaglio fisso $v_{2i}=0$

❖ L'equazione (1) diventa:

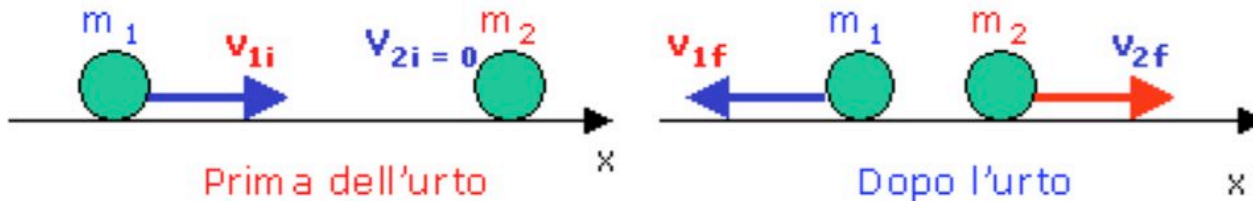
$$(3) \quad v_{1f} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot v_{1i}$$

dove risulta che: v_{1f} è positiva, ossia il corpo di massa m_1 prosegue in avanti, se $m_1 > m_2$;
 v_{1f} è negativa, ossia il corpo di massa m_1 prosegue all'indietro, se $m_1 < m_2$;

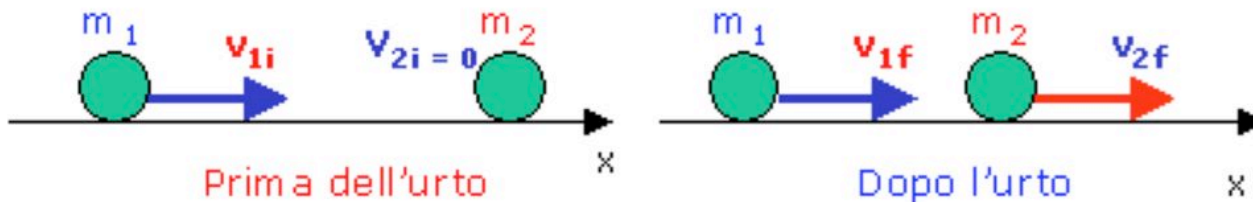
❖ L'equazione (2) diventa:

$$(4) \quad v_{2f} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \cdot v_{1i}$$

risulta che v_{2f} è sempre positivo, ossia il bersaglio di massa m_2 si muove sempre in avanti.



Se $m_1 < m_2$



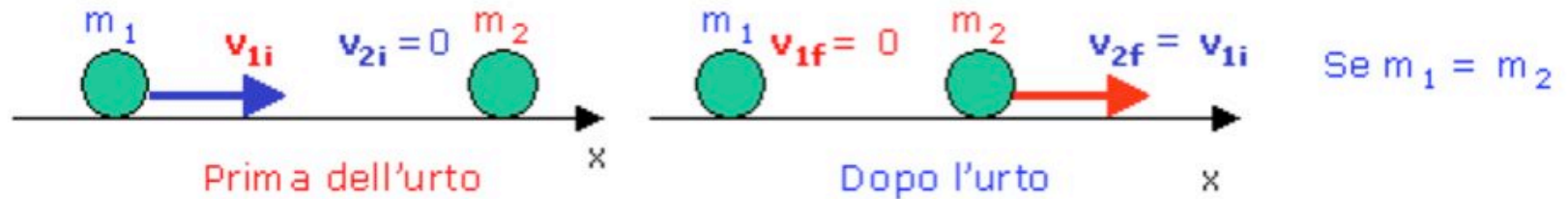
Se $m_1 > m_2$

Bersaglio fisso $v_{2i}=0$ e masse uguali $m_1=m_2$

❖ Le equazioni (3) e (4) diventano:

$$v_{1f} = 0 \quad v_{2f} = v_{1i}$$

dove risulta che il corpo m_1 si arresta sul punto dell'urto, mentre il corpo m_2 si allontana alla velocità iniziale del corpo m_1 .

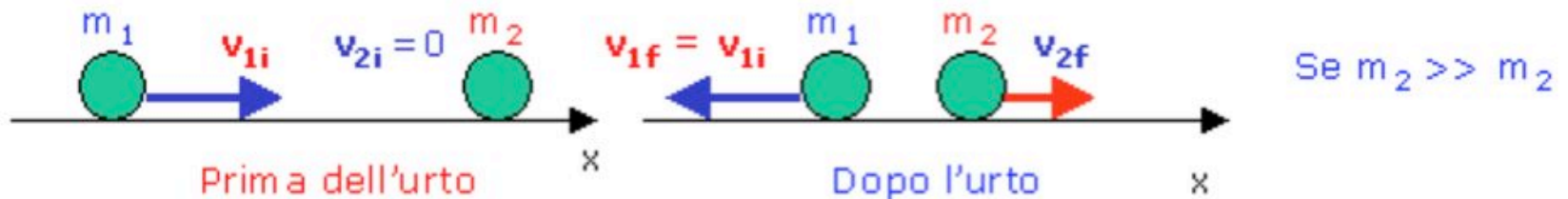


Bersaglio fisso $v_{2i}=0$ e massiccio $m_2 \gg m_1$

❖ Le equazioni (3) e (4) diventano:

$$v_{1f} \approx -v_{1i} \quad v_{2f} \approx \left(\frac{2m_1}{m_2} \right) \cdot v_{1i}$$

dove risulta che il corpo m_1 rimbalza all'indietro a velocità invariata; il corpo m_2 si muove in avanti molto lentamente.

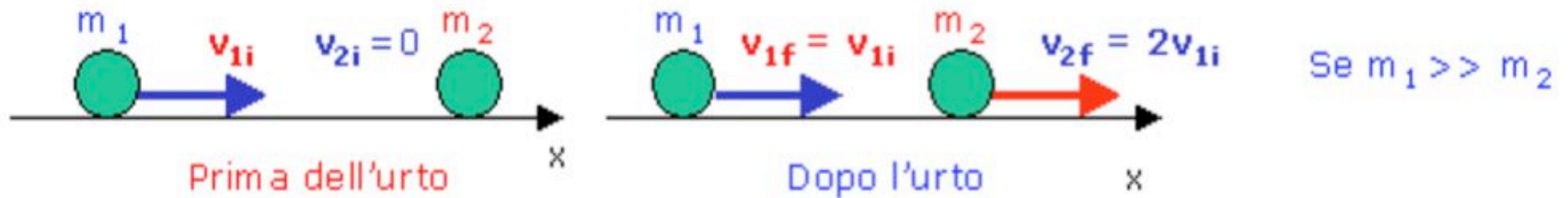


Bersaglio fisso $v_{2i}=0$ e proiettile massiccio $m_1 \gg m_2$

❖ Le equazioni (3) e (4) diventano:

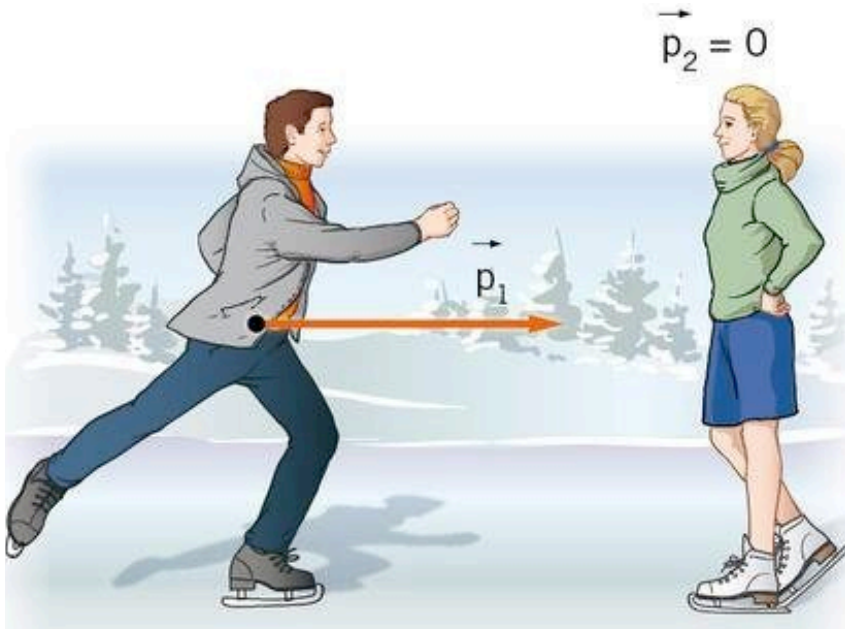
$$v_{1f} \approx v_{1i} \quad v_{2f} \approx 2v_{1i}$$

dove risulta che il corpo m_1 prosegue praticamente indisturbato nel suo moto in avanti, mentre il corpo m_2 scatta in avanti a velocità doppia di quella del corpo m_1 .



Urto completamente anelastico

Un pattinatore si avvicina a una pattinatrice ferma e, dopo l'urto, i due pattinatori si allontanano insieme.



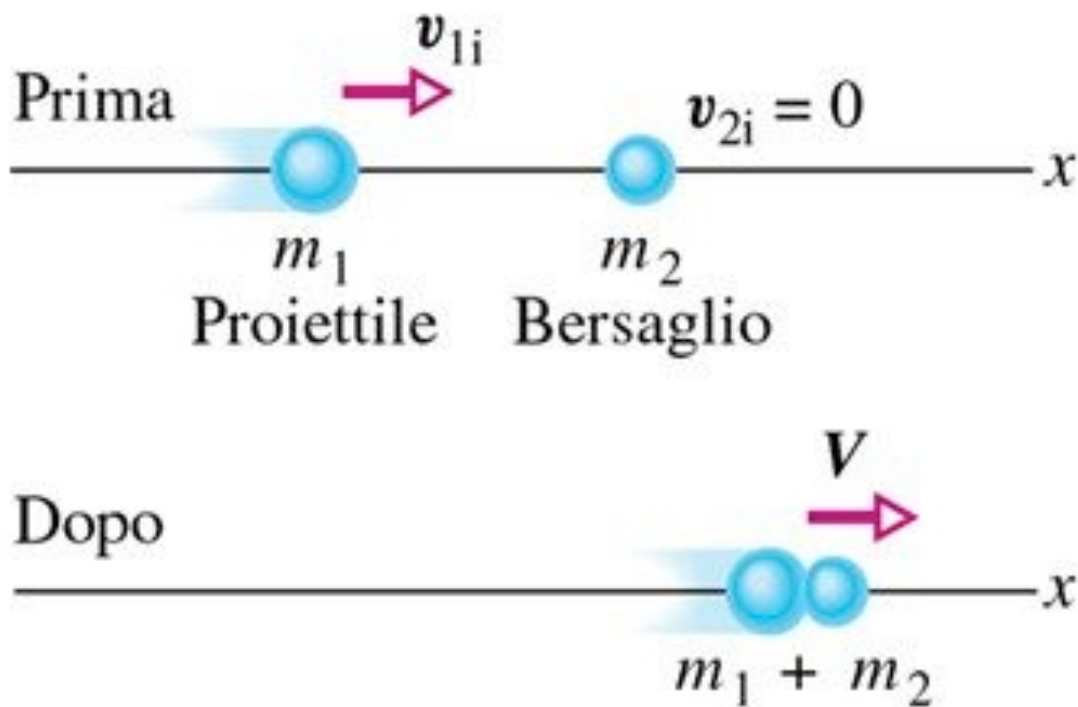
Urti di questo tipo, in cui i due oggetti che collidono rimangono uniti dopo l'urto, si dicono **completamente anelastici**.

In un urto
**completamente
anelastico** la velocità
finale dei due corpi è
determinata dalla sola
conservazione della
quantità di moto.

$$P_{Ti} = P_{Tf}$$

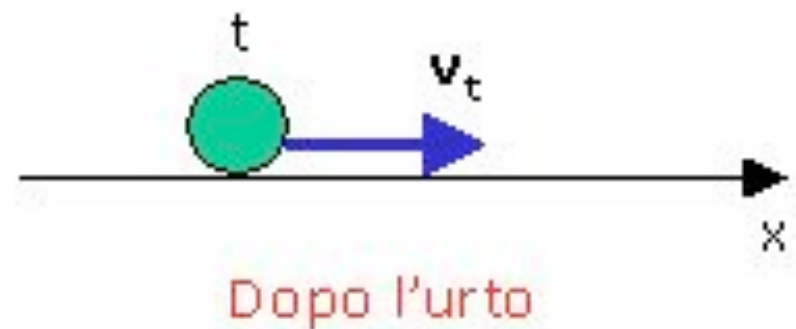
$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) V$$

$$V = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$



Esempio

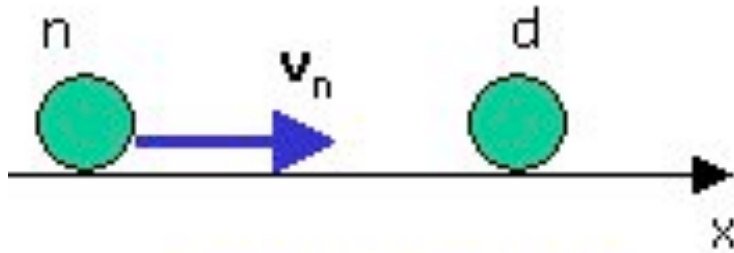
Un nucleo di deuterio ($m_d = 3,347 \cdot 10^{-27}$ kg), inizialmente fermo, cattura un neutrone ($m_n = 1,675 \cdot 10^{-27}$ kg) che sta muovendosi alla velocità $v_n = 10^6$ m/s, originando un nucleo di trizio. Calcolare la velocità del nucleo di trizio.



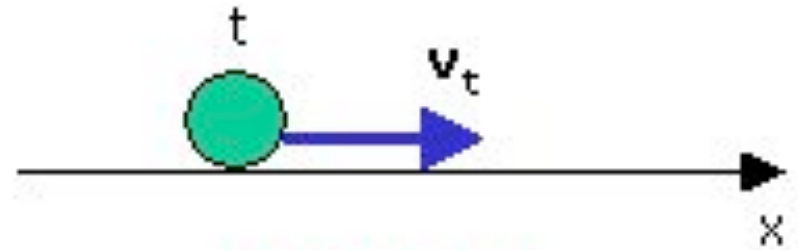
Si tratta di un urto completamente anelastico, per cui possiamo applicare solo il principio di conservazione della quantità di moto, che basta per rispondere al quesito posto dal problema:

$$\vec{P}_{Ti} = \vec{P}_{Tf} \Rightarrow m_n \cdot \vec{v}_n + 0 = (m_n + m_d) \cdot v_t \Rightarrow v_t = \frac{m_n}{m_n + m_d} \cdot v_n =$$

$$\frac{1,675 \cdot 10^{-27}}{1,675 \cdot 10^{-27} + 3,347 \cdot 10^{-27}} \cdot 10^6 = 3,33 \cdot 10^5 \text{ m / s}$$



Prima dell'urto



Dopo l'urto

Esempio: il pendolo balistico

Il **pendolo balistico** è usato per misurare la velocità dei proiettili

- E' un urto completamente anelastico (il proiettile penetra nel blocco):

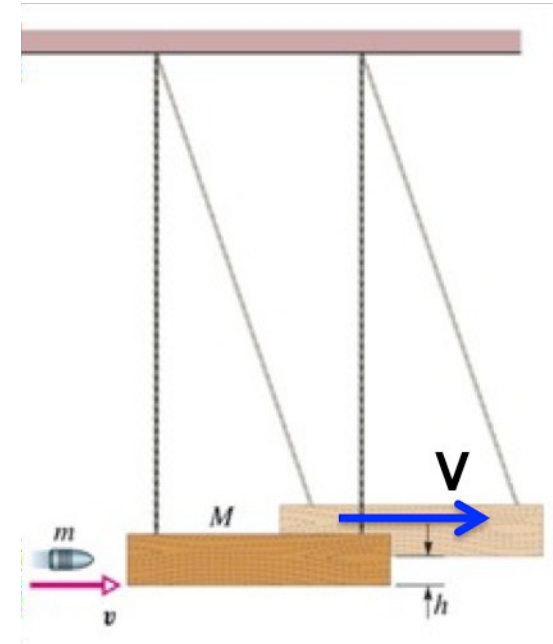
$$\vec{P}_{Ti} = \vec{P}_{Tf} \Rightarrow mv + 0 = (m + M)V \Rightarrow v = \frac{m + M}{m} \cdot V$$

- Il sistema blocco+proiettile oscilla, conservando la sua energia meccanica:

$$\frac{1}{2}(M + m)V^2 = (M + m)gh \xrightarrow{\text{da cui}} V = \sqrt{2gh}$$

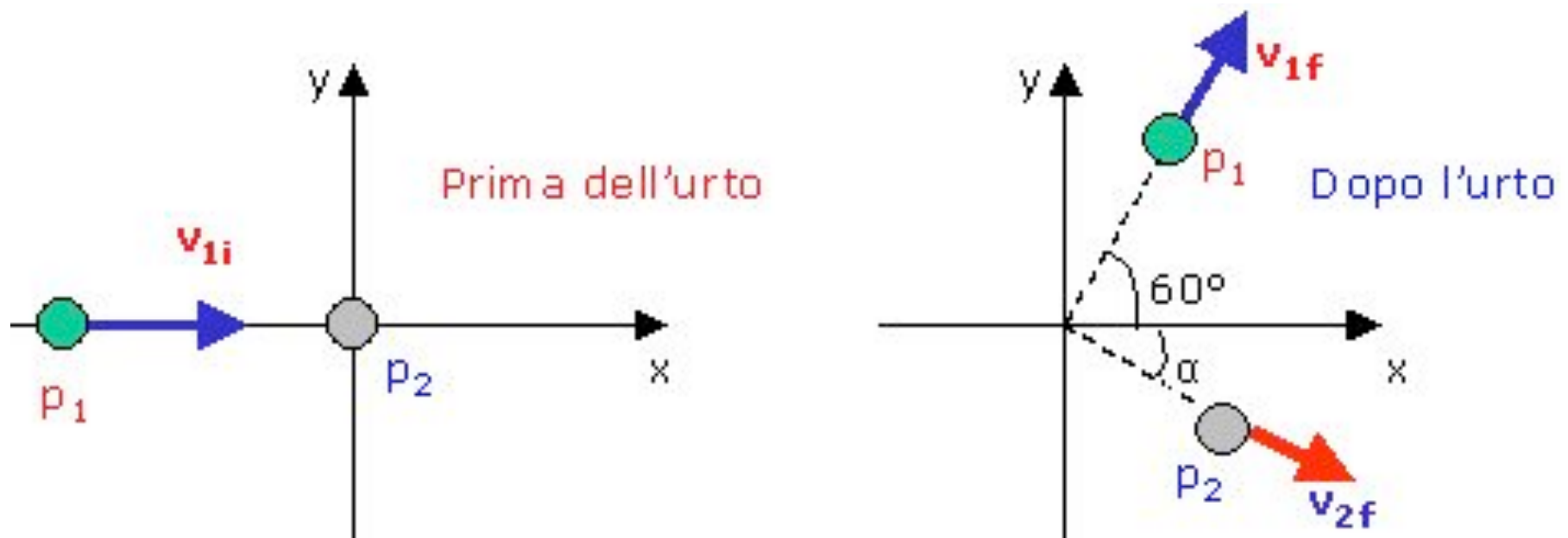
- Quindi:

$$v = \frac{m + M}{m} \cdot \sqrt{2gh}$$



URTI BIDIMENSIONALI

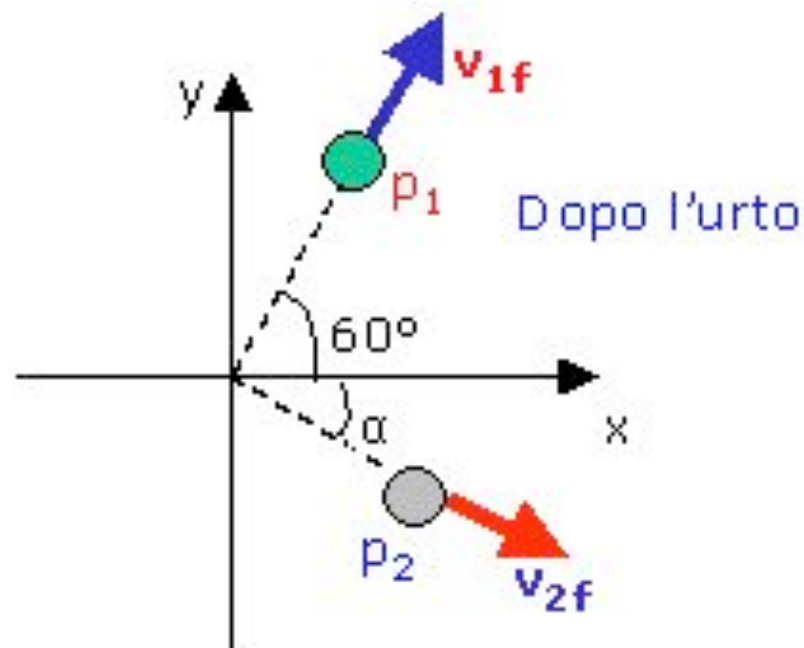
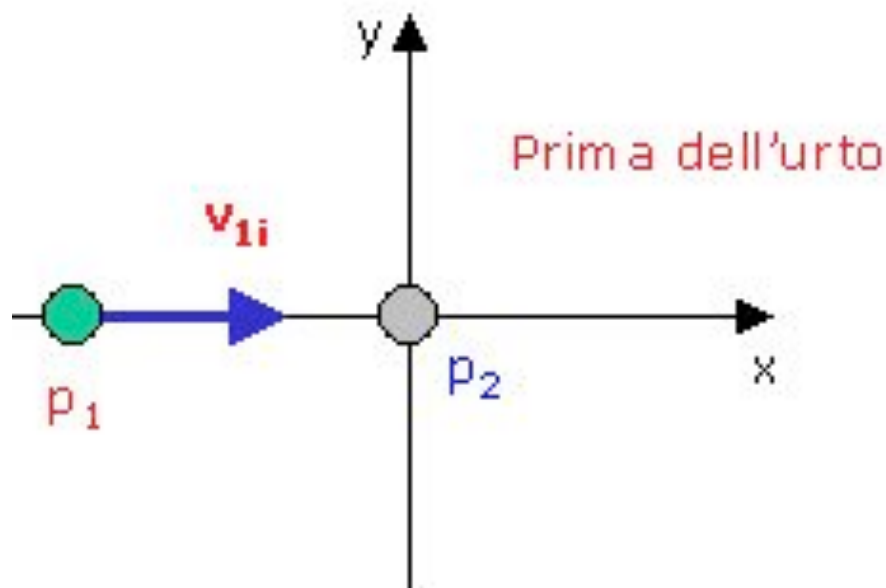
L'urto tra due oggetti nel piano (urto bidimensionale) o nello spazio (urto tridimensionale) è più difficile da trattare rispetto agli urti unidimensionali.



Studiamo gli urti elastici ed anelastici tra due oggetti che si muovono nel piano (urti bidimensionali) attraverso due esempi.

Esempio

Un protone p_1 , di massa atomica $m_p=1u$, alla velocità $v_{1i}=500$ m/s, urta elasticamente un altro protone p_2 a riposo. Il primo protone proiettile viene deviato a 60° dalla sua direzione primitiva. Calcolare: a) la velocità dei due protoni dopo l'urto; b) la direzione della velocità del protone bersaglio.



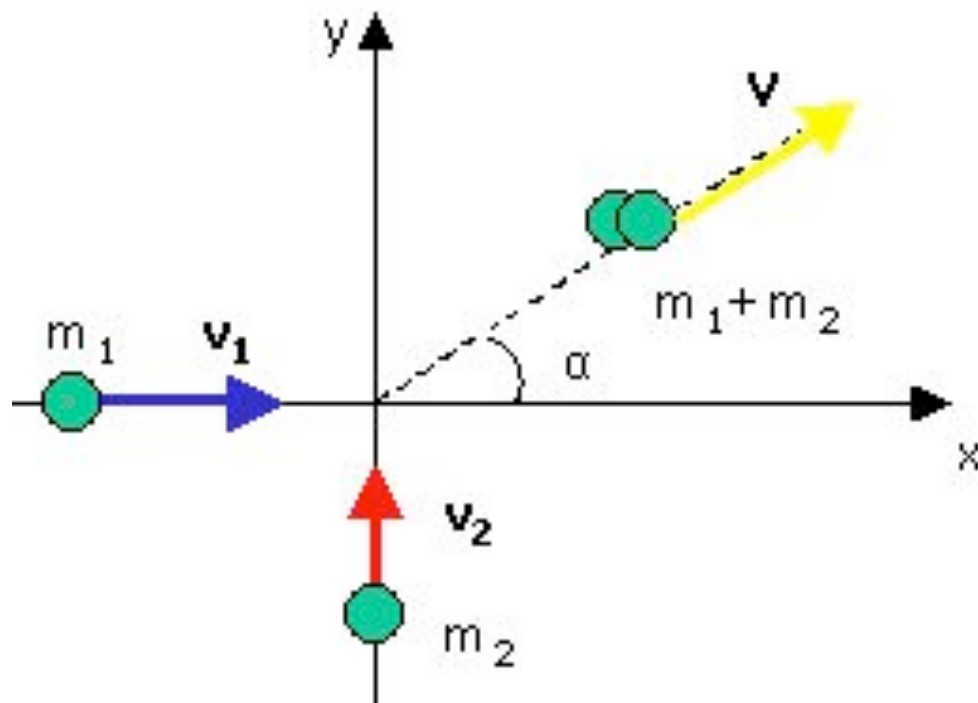
Siamo in presenza di un urto elastico, per cui vale sia il principio di conservazione della quantità di moto, nella sua forma vettoriale visto che ci troviamo di fronte ad un problema bidimensionale, che dell'energia cinetica.

Pertanto, risolvendo il seguente sistema di tre equazioni in tre incognite, calcoleremo le velocità dei protoni dopo l'urto e la direzione della velocità del protone bersaglio:

$$\begin{cases} m_1 v_{1i} = m_1 v_{1f} \cos 60^\circ + m_2 v_{2f} \cos \alpha \\ 0 = m_1 v_{1f} \sin 60^\circ - m_2 v_{2f} \sin \alpha \\ \frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_{1f} = 250 \text{ m / s} \\ v_{2f} = 430 \text{ m / s} \\ \alpha = 30^\circ \end{cases}$$

Esempio

Due corpi si scontrano in un urto completamente anelastico. Le masse in gioco sono $m_1=83\text{kg}$ con velocità $v_1=6,2\text{km/h}$ e $m_2=55\text{kg}$ con velocità $v_2=7,8\text{km/h}$. Calcolare la velocità del blocco (m_1+m_2) dopo l'urto.



Applichiamo il principio di conservazione della quantità di moto nella sua forma vettoriale, visto che ci troviamo di fronte ad un problema bidimensionale.

Scomposto, secondo le sue componenti, lungo gli assi cartesiani, diventa:

$$\vec{P}_{Ti} = \vec{P}_{Tf} \Rightarrow m_1 \cdot \vec{v}_{1i} + m_2 \cdot \vec{v}_{2i} = m_1 \cdot \vec{v}_{1f} + m_2 \cdot \vec{v}_{2f} \Rightarrow$$
$$\begin{cases} P_{xi} = P_{xf} \rightarrow m_1 v_1 = (m_1 + m_2) \cdot V \cos \alpha \\ P_{yi} = P_{yf} \rightarrow m_2 v_2 = (m_1 + m_2) \cdot V \sin \alpha \end{cases}$$

Da queste equazioni si ricavano le incognite V e β :

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{m_2 \cdot v_2}{m_1 \cdot v_1} = \frac{55 \cdot 7,8}{83 \cdot 6,2} = 0,834 \Rightarrow \alpha = \operatorname{arctg}(0,834) = 39,8^\circ$$

$$V = \frac{m_2 \cdot v_2}{(m_1 + m_2) \cdot \sin \alpha} = \frac{55 \cdot 7,8}{(83 + 55) \cdot \sin 39,8^\circ} = 4,9 \text{ km / h}$$

Quando siamo in presenza di un certo numero di punti materiali (particelle), si può definire un punto geometrico, chiamato **centro di massa**, che ha interessanti proprietà.

definizione centro di massa

Il **centro di massa** di un corpo o di un sistema di particelle è il punto geometrico che si muove come se tutta la massa fosse concentrata in tale punto e tutte le forze esterne fossero ad esso applicate.

A quale legge ubbidisce il moto del centro di massa?

L'equazione (vettoriale) che governa il moto del centro di massa di un sistema di particelle è:

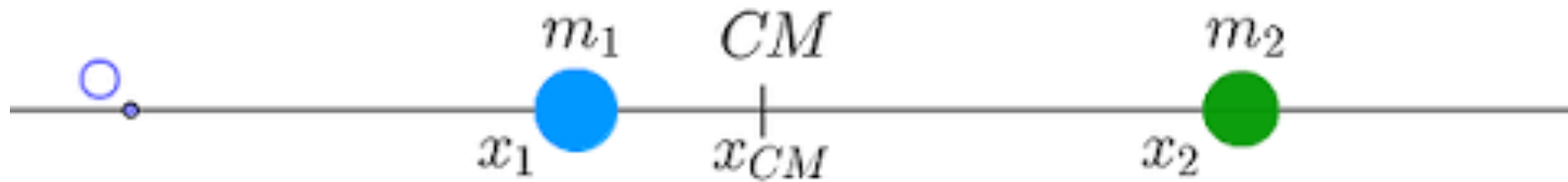
2° legge di Newton per il centro di massa di un sistema di particelle

$$\sum \vec{F}_{esterne} = M \vec{a}_{cm}$$

- Le forze interne non vanno inserite nel computo della somma vettoriale delle forze esterne.
- M è la massa totale del sistema di particelle e deve rimanere costante durante il moto (sistema chiuso).
- L'accelerazione è quella del centro di massa, e l'equazione non dà alcuna informazione sull'accelerazione delle singole particelle.

Ma dove si trova il centro di massa?

Caso di due particelle su una retta



ascissa del centro
di massa (m)

posizione 1 (m)

posizione 2 (m)

$$x_{cm} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

massa 1(kg)

massa 2 (kg)

Caso generale

$$x_{cm} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i x_i}{\sum_{i=1}^n m_i}$$

Particelle che si muovono su una retta

$$x_{cm} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i x_i}{\sum_{i=1}^n m_i} \quad y_{cm} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i y_i}{\sum_{i=1}^n m_i}$$

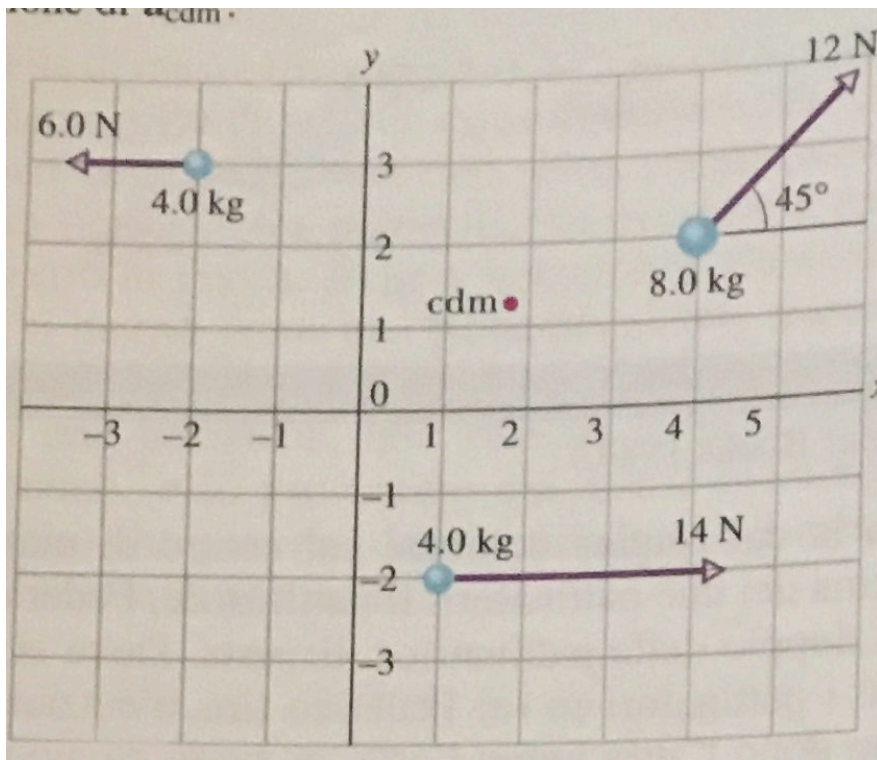
Particelle che si muovono nel piano

$$x_{cm} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i x_i}{\sum_{i=1}^n m_i} \quad y_{cm} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i y_i}{\sum_{i=1}^n m_i} \quad z_{cm} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i z_i}{\sum_{i=1}^n m_i}$$

Particelle che si muovono nello spazio

Esempio

Calcolare l'accelerazione del centro di massa del sistema di tre particelle soggette a differenti forze esterne, e inizialmente ferme.



Calcoliamo la posizione del centro di massa:

$$x_{cm} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i x_i}{\sum_{i=1}^n m_i} = \frac{4 \cdot (-2) + 4 \cdot 1 + 8 \cdot 4}{4 + 4 + 8} = 1,75$$

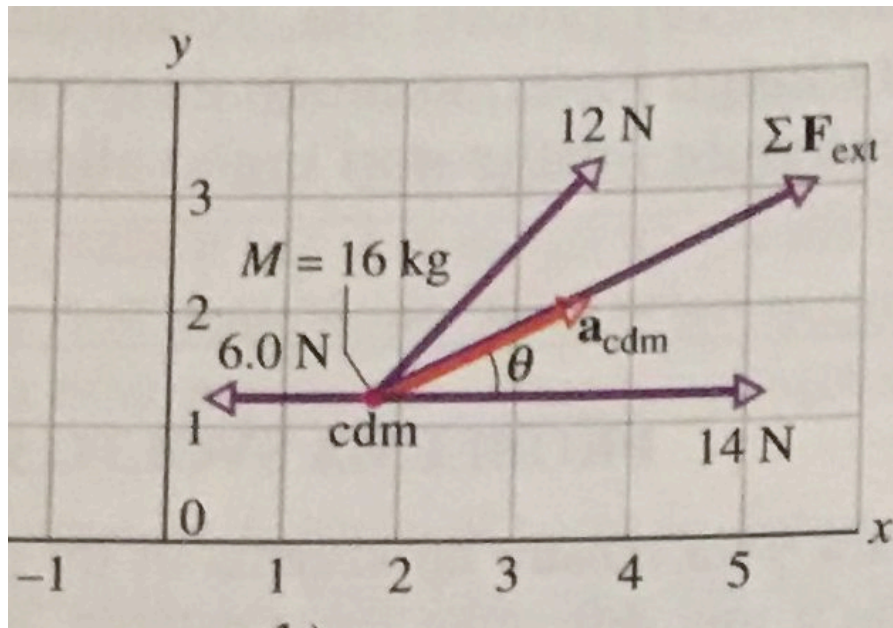
$$y_{cm} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i y_i}{\sum_{i=1}^n m_i} = \frac{4 \cdot 3 + 4 \cdot (-2) + 8 \cdot 2}{4 + 4 + 8} = 1,25$$

Determiniamo la risultante delle forze esterne:

$$\sum F_{esterna,x} = -6 + 14 + 12 \cos 45^\circ = 16,5 \text{ N}$$

$$\sum F_{esterna,y} = 0 + 0 + 12 \sin 45^\circ = 8,49 \text{ N}$$

$$\sum F_{esterna} = \sqrt{16,5^2 + 8,49^2} = 18,6 \text{ N} \quad \text{tg} \vartheta = \frac{8,49}{16,5} = 0,515 \Rightarrow \vartheta = 27^\circ$$



Il vettore accelerazione $\mathbf{a}_{cm}$ del centro di massa avrà direzione e verso di $\Sigma \mathbf{F}_{esterna}$ e modulo pari a:

$$\sum F_{esterne} = M a_{cm} \Rightarrow$$

$$a_{cm} = \frac{18,6}{16} = 1,2 \text{ m/s}^2$$

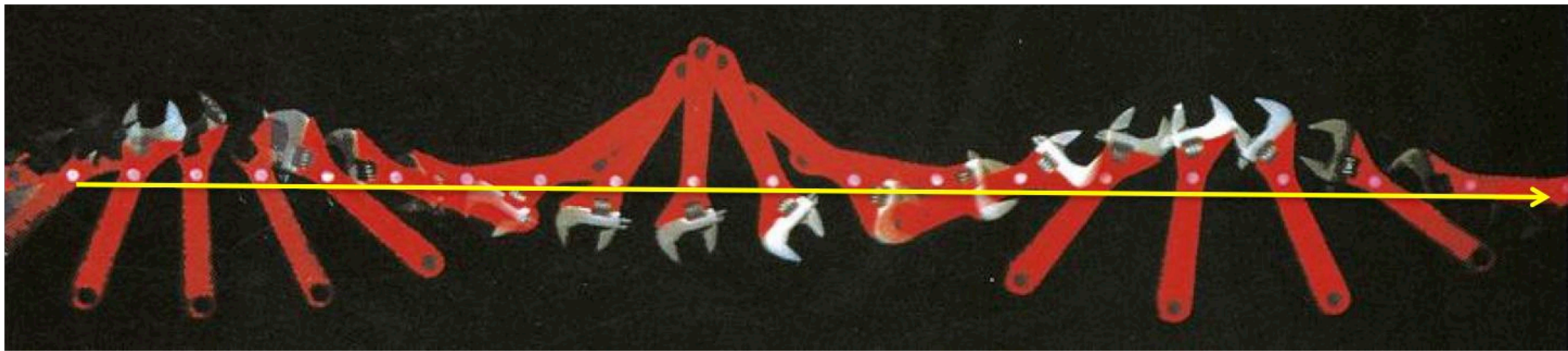
Proprietà del **centro di massa**

➤ Centro di massa sistema isolato

Esaminiamo il moto di un corpo rigido che ha un moto di traslazione e di rotazione con attrito trascurabile su un piano orizzontale.



La forza totale che agisce sul corpo rigido è nulla in quanto la sua forza-peso e la reazione vincolare del tavolo sono uguali e opposte.



Il moto del corpo rigido è alquanto complesso, ma se osserviamo il bollo chiaro (il centro di massa coincidente con il baricentro del corpo rigido) ci accorgiamo che, con buona approssimazione, si muove di moto rettilineo uniforme, che è proprio il moto di un punto materiale su cui la forza totale è nulla.

L'esperimento mostra la seguente proprietà fondamentale del centro di massa:

Il centro di massa di un sistema fisico isolato, per il quale vale la conservazione della quantità di moto, si muove di moto rettilineo uniforme.

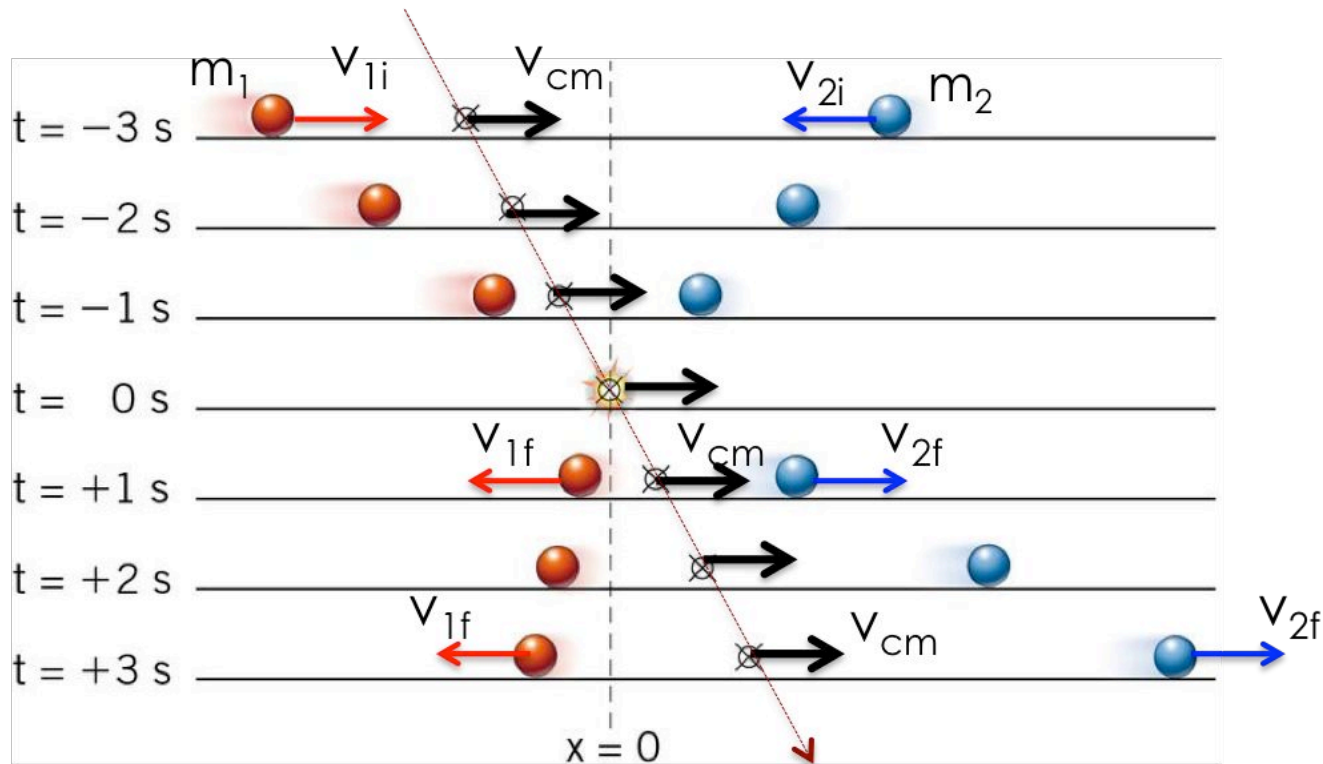
Ovviamente è una proprietà che si dimostra matematicamente utilizzando i principi della dinamica.

Questa proprietà vale anche in presenza di urti.
Infatti, analizziamo la seguente situazione:

Due particelle $m_1=2\text{kg}$ e $m_2=1\text{kg}$ si urtano con velocità iniziali $v_{1i}=5\text{m/s}$ e $v_{2i}=-4\text{m/s}$. Dopo l'urto i corpi invertono il verso del proprio moto: $v_{1f}=-1\text{m/s}$; $v_{2f}=8\text{m/s}$.

Per tutta la durata del fenomeno il centro di massa si muove verso destra con velocità costante pari a (si dimostra):

$$\vec{v}_{cm} = \frac{\vec{p}_{totale}}{m_{totale}}$$



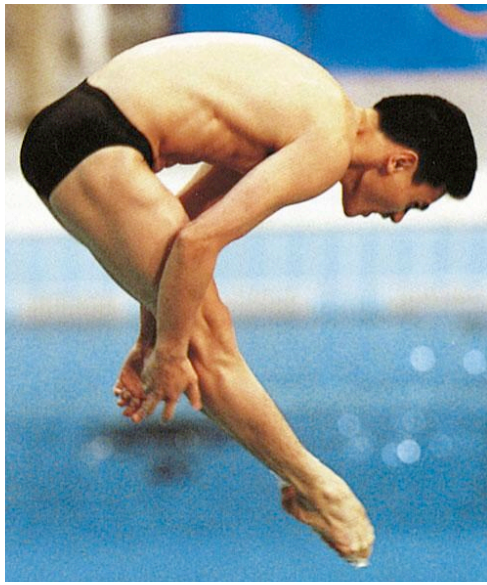
➤ Centro di massa sistema non isolato

Se il sistema non è isolato, significa che agiscono forze esterne e non vale il principio di conservazione della quantità di moto.

In queste condizioni il moto del centro di massa non è rettilineo uniforme.

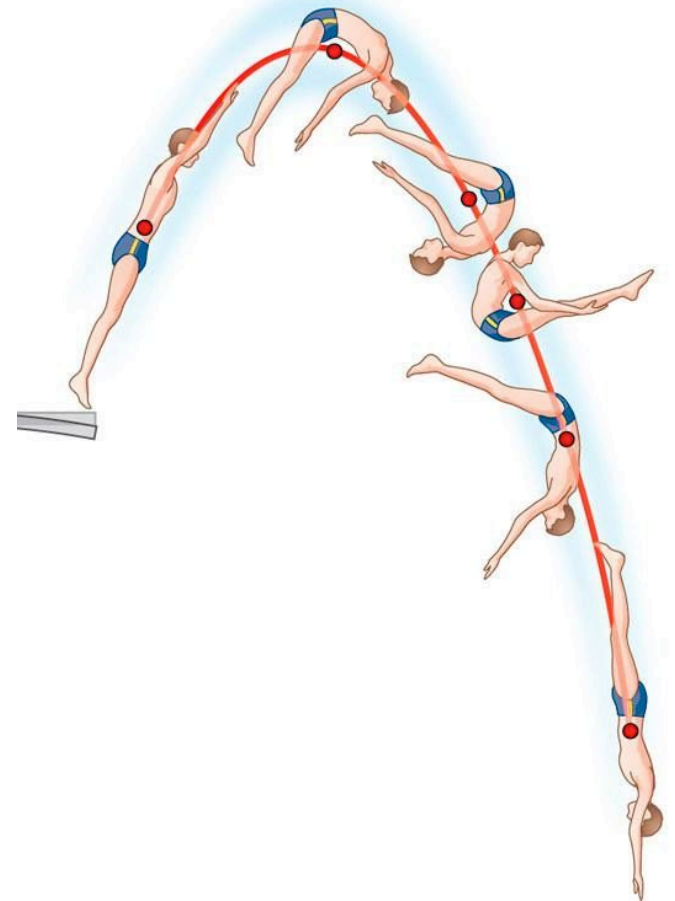
Il suo moto può essere ricavato dalla seguente legge:

Il centro di massa di un sistema fisico non isolato si muove come un punto materiale che possiede tutta la massa del sistema e che è soggetto alla stessa forza esterna risultante a cui è sottoposto il sistema.



Il moto nello spazio di un tuffatore che si lancia con una certa velocità iniziale, è molto complicato da descrivere.

Ma la traiettoria del suo centro di massa è una parabola, la stessa che sarebbe descritta da un corpo puntiforme, di uguale velocità iniziale, su cui agisce la forza-peso del tuffatore (moto proiettile).



Quello che abbiamo enunciato non è altro che il teorema dell'impulso, applicato non a un punto materiale ma a un corpo esteso o a un sistema di particelle: le forze interne, uguali e opposte a coppie, non cambiano la quantità di moto totale.

Soltanto la forza esterna risultante causa il cambiamento della quantità di moto totale:

$$\Delta \vec{p}_{tot} = \vec{F}_{tot} \cdot \Delta t$$