

FISICA

Teoria della Relatività generale

*Autore: **prof. Pappalardo Vincenzo***

*docente di **Matematica e Fisica***



Il 26 aprile 1914, nell'ultimo capoverso di un suo articolo, *Sul principio di relatività*, viene formulata la seguente domanda:

“La teoria della relatività ristretta delineata fin qui è essenzialmente completa o rappresenta solo il primo passo di uno sviluppo destinato ad andare oltre?”.

Einstein si era reso conto che era incompleta almeno sotto alcuni aspetti:

- Postulava che nessuna interazione fisica potesse propagarsi a una velocità superiore a quella della luce, e ciò era in contrasto con la teoria della gravitazione di Newton, la quale concepiva la gravità come una forza che agisce istantaneamente tra corpi distanti.

- Valeva solo per moti con velocità costante e quindi non valeva per quelli accelerati.
- Non includeva la teoria della gravitazione di Newton.

Nonostante i tentativi di introdurre la gravità nella teoria della relatività ristretta, Einstein si rese conto che bisognava elaborare una nuova teoria.

[La relatività generale](#), presentata nella sua forma definitiva il 4 novembre 1915 all'Accademia Prussiana, generalizza le teorie di Einstein, nel senso che estende le leggi della relatività ristretta, valide solo per i sistemi in moto relativo rettilineo uniforme, anche ai sistemi non inerziali.

Come la relatività galileiana è un caso particolare della relatività ristretta, quest'ultima rappresenta un caso particolare della relatività generale.

EQUIVALENZA GRAVITA'-ACCELERAZIONE

Il primo passo concettuale verso la generalizzazione della teoria della relatività ristretta, che lo spinse verso una teoria della gravitazione, avvenne alla fine del 1907:

“Ero seduto su una sedia all'ufficio brevetti di Berna quando d'improvviso mi balenò in mente un pensiero. Se una persona è in caduta libera, non avverte il proprio peso (...)

Quali sono le profonde implicazioni di questo pensiero e la logica concettuale della relatività generale?

E' il “**Principio di equivalenza**”, che illustreremo attraverso un “esperimento mentale” (*gedankenexperiment*) .

Cominciamo con la constatazione che, come aveva osservato Newton, poiché la massa inerziale (costante di proporzionalità fra la forza applicata e accelerazione impressa a un corpo):

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a} \quad (\text{modulo})$$

e la massa gravitazionale (proprietà posseduta dai corpi dalla quale traggono origine le forze gravitazionali):

$$\mathbf{F} = G \frac{M_1 \cdot M_2}{d^2} \quad (\text{modulo})$$

sono uguali, sebbene le due grandezze siano definite in modo diverso, tutti i corpi, in un campo gravitazionale uniforme, cadono con la stessa accelerazione.

Perciò, in un laboratorio collocato all'interno di un campo gravitazionale uniforme, il comportamento degli oggetti materiali è identico al comportamento degli stessi oggetti quando si trovano, in assenza di gravità, in un laboratorio sottoposto a un'accelerazione costante.

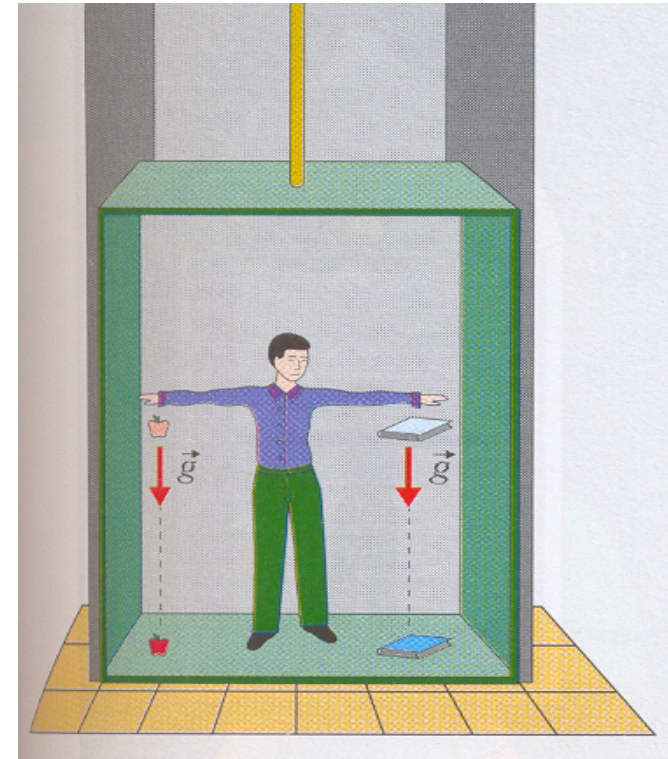
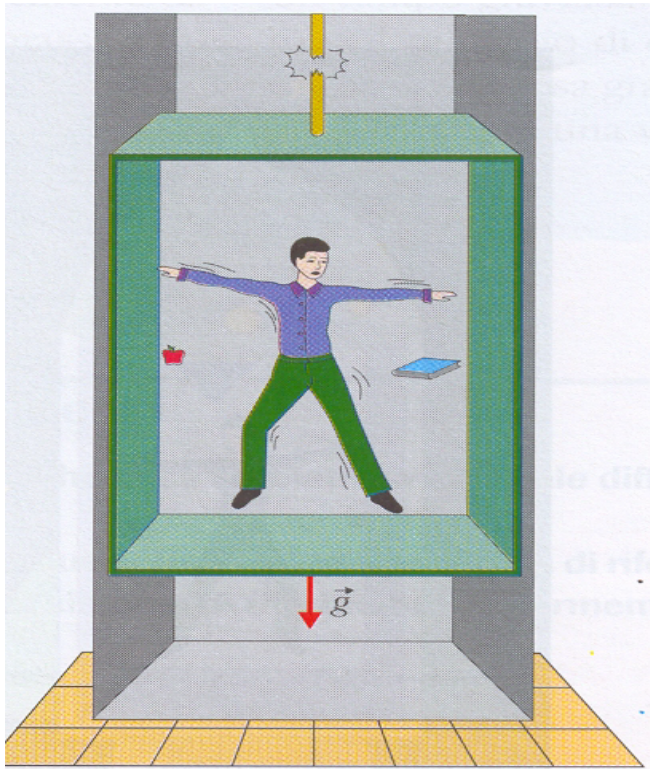
In un dato punto dello spazio, la gravità e un'opportuna accelerazione del riferimento producono effetti del tutto equivalenti.

Questa equivalenza tra massa inerziale e massa gravitazionale ovviamente era qualcosa di più di una semplice coincidenza.

Insoddisfatto di una situazione in cui c'erano due spiegazioni per quello che sembrava un unico fenomeno, Einstein cercò di approfondire la questione. [Ecco il suo esperimento mentale.](#)

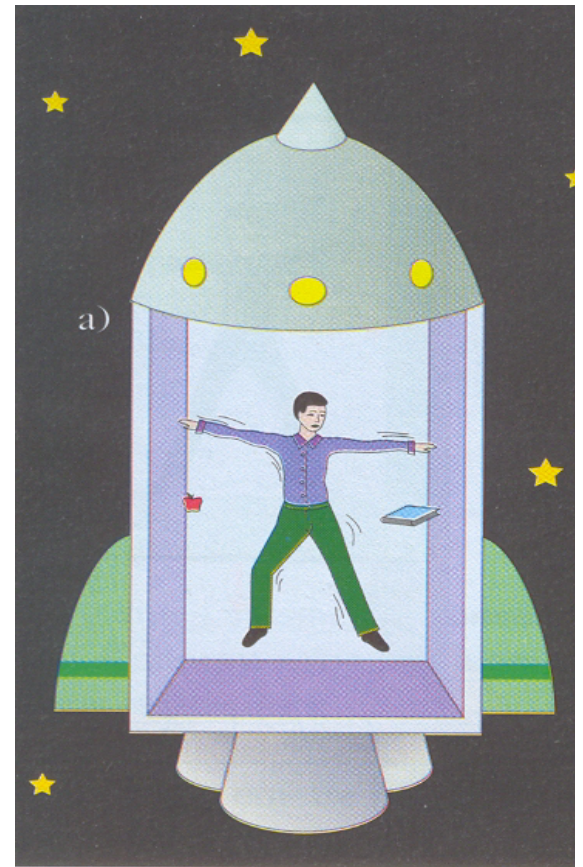
esperimento mentale

Consideriamo un osservatore dentro un ascensore fermo rispetto alla Terra. Ogni corpo, indipendentemente dalla sua natura, è soggetto alla stessa accelerazione di gravità g .

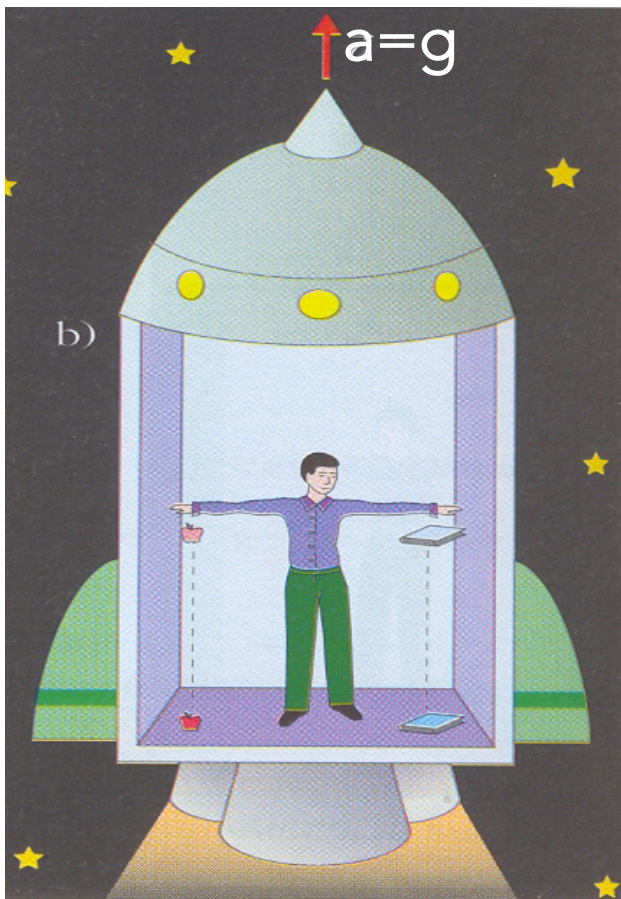


Supponiamo che, a causa della rottura del cavo di sostegno, l'ascensore precipiti in caduta libera. Durante il volo lo sperimentatore constata che tutti i corpi, e lui stesso, galleggiano privi di peso.

Trasportato da un'astronave, immaginiamo il nostro ascensore localizzato nello spazio lontano da qualsiasi corpo materiale. Anche in questo caso lo sperimentatore non avverte il peso degli oggetti, né la reazione del pavimento dell'ascensore sotto i suoi piedi.



Egli non riesce a distinguere questa situazione da quella precedente, nel senso che nessuna esperienza fatta all'interno dell'ascensore gli permette di capire se sarà destinato a precipitare al suolo o a galleggiare eternamente nello spazio.



Se, infine, l'ascensore, spinto dai motori dell'astronave, si muove verso l'alto con un'accelerazione pari, in modulo, all'accelerazione gravitazionale che si avverte sulla superficie della Terra, l'osservatore stima di trovarsi nelle stesse condizioni all'interno dell'ascensore fermo rispetto alla Terra.

È l'ascensore che sta accelerando nello spazio, o è un effetto gravitazionale?

Nessuna esperienza eseguita dentro l'ascensore può avvalorare una delle due alternative a scapito dell'altra.

Possiamo dunque affermare che:

- con un opportuno riferimento accelerato, è possibile eliminare o simulare un campo gravitazionale reale.
- gli effetti locali della gravità e dell'accelerazione sono equivalenti.

Dall'analisi di questo esperimento ideale, discende il seguente principio fondamentale della teoria della relatività generale:

PRINCIPIO DI EQUIVALENZA

Un campo gravitazione omogeneo è completamente equivalente ad un sistema di riferimento uniformemente accelerato.

Usando le parole di Einstein: *"Gli effetti che ascriviamo alla gravità e gli effetti che ascriviamo all'accelerazione sono entrambi prodotti da un'identica struttura (campo inerzio-gravitazionale)".*

Questo principio divenne la base del suo tentativo di generalizzare la teoria della relatività in modo che includesse anche i moti in sistemi non inerziali, cioè accelerati.

Secondo Einstein, non c'è alcuna ragione convincente per la quale i sistemi di riferimento inerziali debbano essere «privilegiati» rispetto a tutti gli altri sistemi di riferimento.

Anzi, tutti i sistemi di riferimento devono avere la stessa «dignità»: in fin dei conti, ciò che accade in un sistema di riferimento inerziale in cui non agiscono forze avviene, in modo indistinguibile, in un sistema di riferimento che è in caduta libera all'interno di un campo gravitazionale.

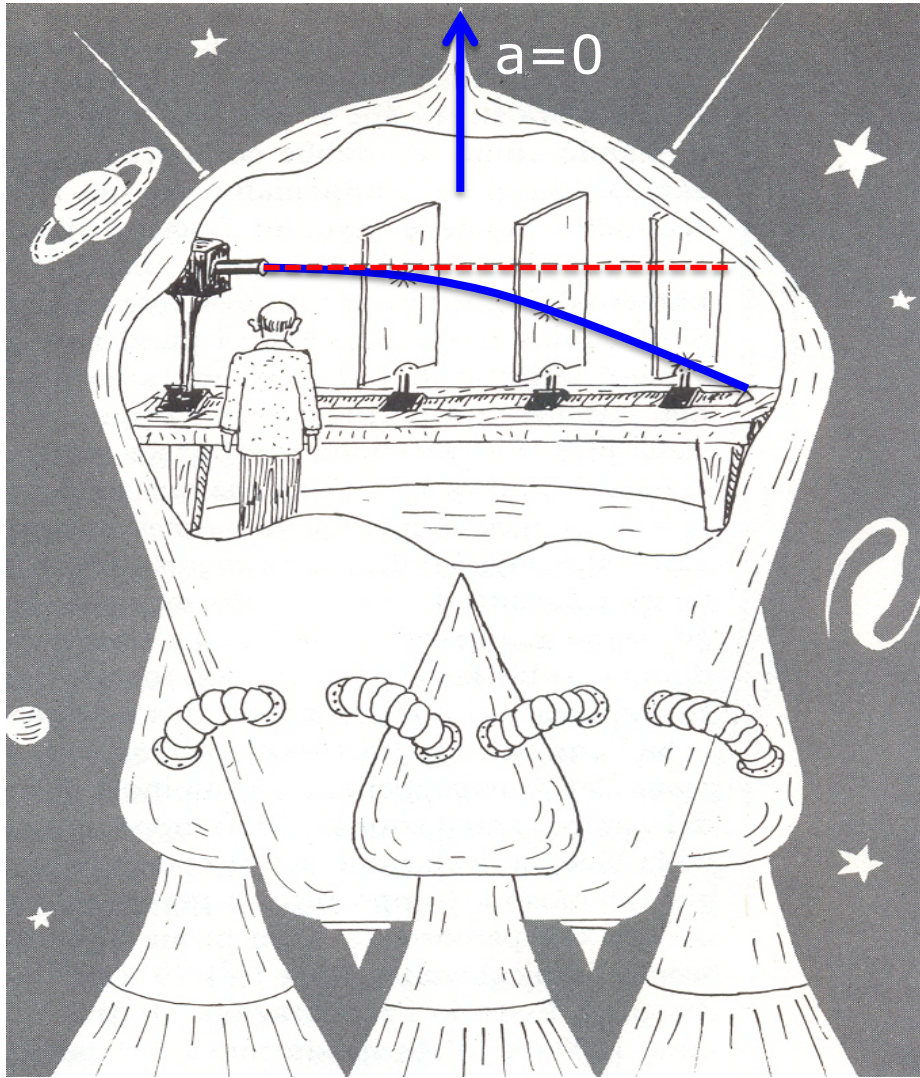
Allo stesso modo, ciò che accade in un sistema di riferimento inerziale in presenza della gravità è identico a ciò che avviene in un sistema di riferimento accelerato.

Ma questa analogia tra i fenomeni meccanici che si registrano all'interno di una nave spaziale accelerata e nel campo gravitazionale prodotto dalla massa della Terra (o di qualsiasi altro corpo) è puramente casuale o ha una più profonda connessione con la natura delle forze gravitazionali?

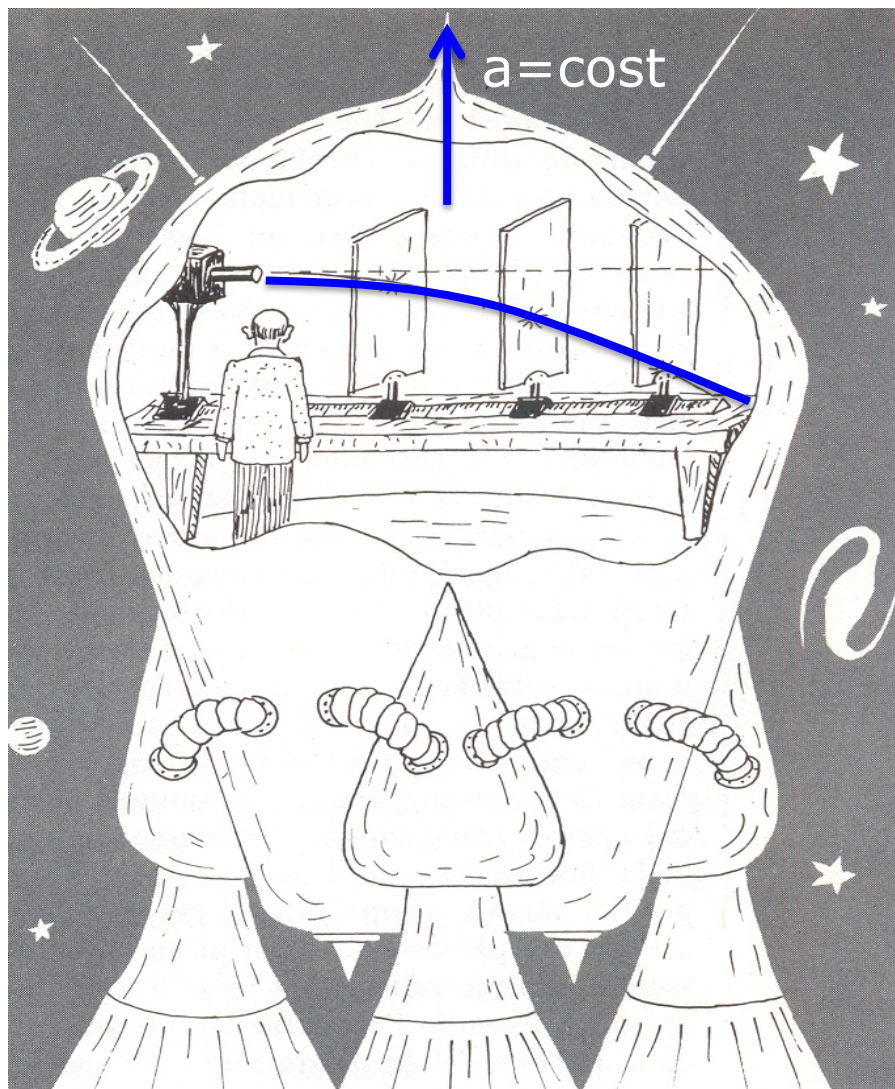
Einstein era sicuro che si trattasse della seconda ipotesi e si domandò come si sarebbe comportato un raggio di luce entro una cabina accelerata.

Ossia, la gravità deve esercitare sulla radiazione (la luce) lo stesso effetto che esercita sulla massa. Ciò significa che la luce segue una traiettoria curva in presenza di gravità.

Infatti, consideriamo il seguente esperimento:



Supponiamo che un riflettore invii un fascio di luce attraverso la cabina dell'astronave. Per osservare il passaggio del fascio disponiamo sul percorso un gran numero di lastre di vetro fluorescente tra di loro equidistanti. Se la cabina non è accelerata i punti nei quali il fascio di luce attraverserà le lastre di vetro saranno allineati e sarà pressoché impossibile stabilire se il razzo sia fermo oppure si stia muovendo rispetto alle stelle fisse (sistema inerziale)



La situazione sarà invece diversa nel caso in cui la cabina si muova con accelerazione uniforme a .

Il tempo necessario perché la luce raggiunga la prima, la seconda, la terza...lastra aumenterà in progressione aritmetica 1, 2, 3,...

Mentre lo spostamento del razzo uniformemente accelerato aumenta in progressione geometrica 1, 4, 9,...

Le tracce che il fascio di luce lascerà sulle lastre fluorescenti formeranno una parabola, la stessa traiettoria di un proiettile.

Se l'equivalenza tra l'accelerazione e la gravità si estende ai fenomeni elettromagnetici i raggi luminosi devono dunque venire deviati dal campo gravitazionale.

Se il principio di equivalenza non riguarda solo i fenomeni meccanici, ma tutti i fenomeni fisici, allora il primo principio della relatività ristretta (valido solo nei sistemi inerziali) può essere esteso a tutti i sistemi, compresi quelli non inerziali, per cui:

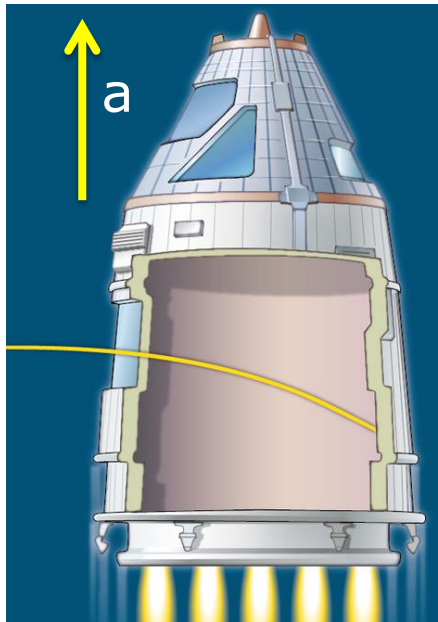
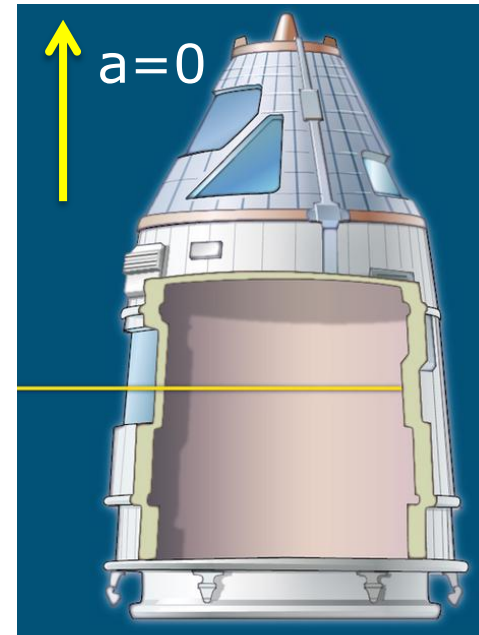
PRINCIPIO DI RELATIVITA' GENERALE

Le leggi della fisica hanno la stessa forma in tutti i sistemi di riferimento.

Ossia: se non c'è modo di differenziare i sistemi di riferimento in moto, allora in ognuno di essi le leggi della fisica devono funzionare esattamente nello stesso modo.

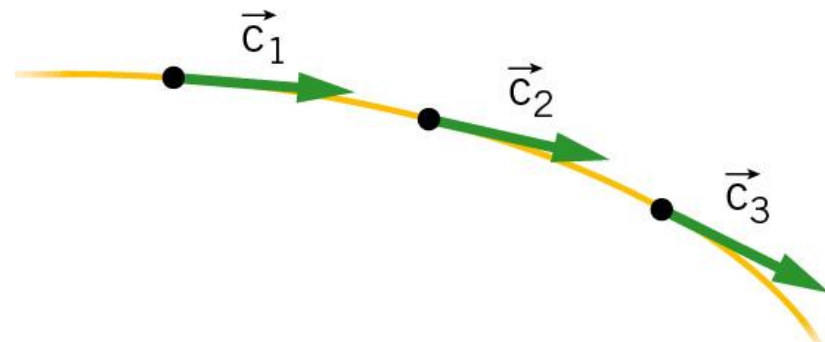
Come conseguenza del principio di relatività generale anche il principio sulla costanza della velocità della luce deve essere abbandonato.

Infatti, in un dato sistema di riferimento inerziale (per esempio in un'astronave non accelerata) la luce si propaga in linea retta con un vettore velocità costante.



In sistema di riferimento accelerato rispetto al primo (un'astronave con i motori accesi) la traiettoria della luce risulta curva.

Ciò significa che la velocità vettoriale della luce cambia da punto a punto.



Il principio di equivalenza ha una conseguenza veramente inaspettata: nella logica relativistica non c'è più bisogno di una forza gravitazionale. La gravità diventa una proprietà geometrica dello spaziotempo:

- ✓ La presenza di un oggetto dotato di massa modifica le proprietà geometriche dello spazio quadridimensionale, nel senso che tende a incurvarlo.
- ✓ Reciprocamente, una curvatura del cronotopo (spaziotempo) sta a indicare la presenza di un campo la cui sorgente è la massa.

Nella relatività generale la massa è una forma di energia, quindi le proprietà geometriche dello spaziotempo sono determinate, oltre che dalla materia ordinaria, dalla densità di energia dell'universo.

Ogni forma di energia, come per esempio la radiazione, produce un campo gravitazionale, che si manifesta come una curvatura del cronotopo.

Lo spaziotempo di Minkowski della teoria della relatività ristretta, invece, è piatto perché in esso non si tiene conto degli effetti gravitazionali delle masse.

Poiché l'intera struttura dello spaziotempo dipende dalla distribuzione di materia nell'universo, ciò significa che il tempo, inseparabile dallo spazio, scorre con ritmi differenti in punti diversi dell'universo, e che il concetto di spazio vuoto perde di significato.

Tale curvatura influenza sempre la dinamica degli oggetti.

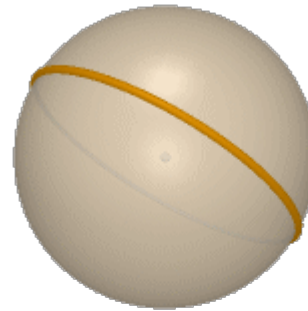
Ogni qualvolta un corpo penetra in un campo gravitazionale, si muove come una particella libera lungo la traiettoria più breve possibile:

Le curve di minima lunghezza che uniscono due punti si chiamano **geodetiche**.

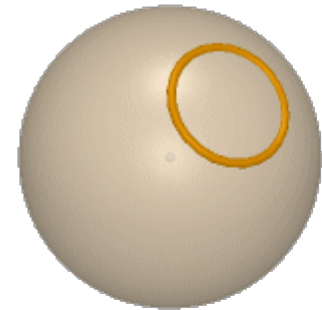
In uno spazio euclideo le geodetiche sono linee rette.

In uno spazio curvo (sopra una superficie sferica), le geodetiche sono archi di circonferenze massime.

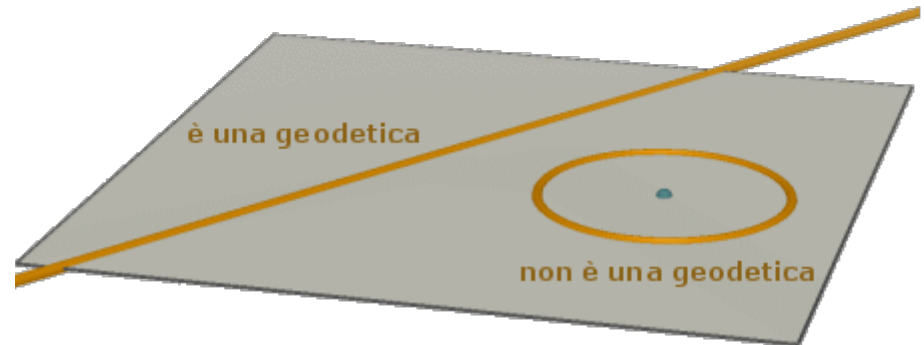
è una geodetica



non è una geodetica

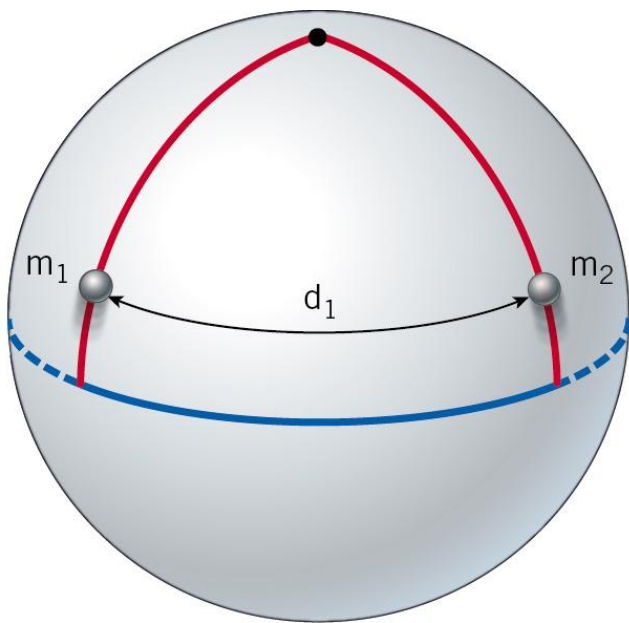


è una geodetica

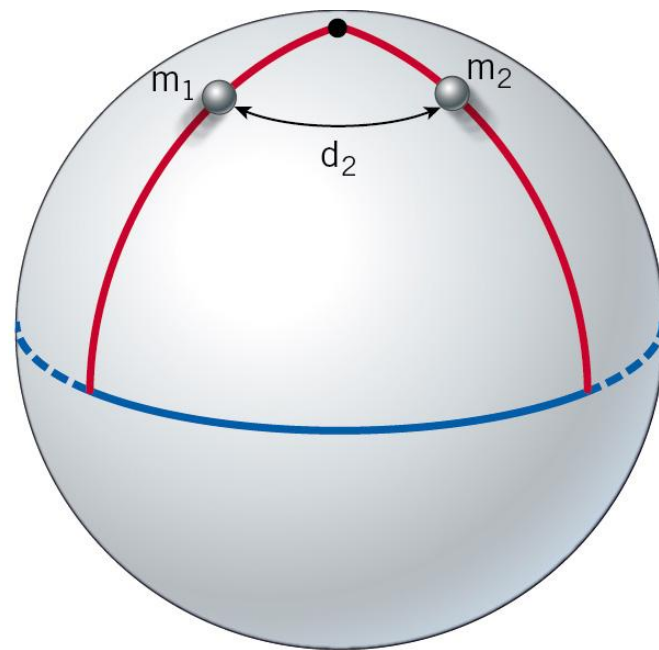


non è una geodetica

Le curve geodetiche hanno un'enorme importanza in relatività generale, in quanto le masse, che sono soggette alla forza di gravità, seguono delle traiettorie che sono delle geodetiche nello spaziotempo.



Due masse si muovono lungo due geodetiche su una sfera e sia d_1 la loro distanza a un certo istante.



A un istante successivo sia d_2 la loro distanza. Il moto delle masse sia tale che $d_2 < d_1$.

Quale conclusioni farà un osservatore esterno, il quale vede le masse avvicinarsi ma non la forma dello spazio sferico su cui esse si muovono?

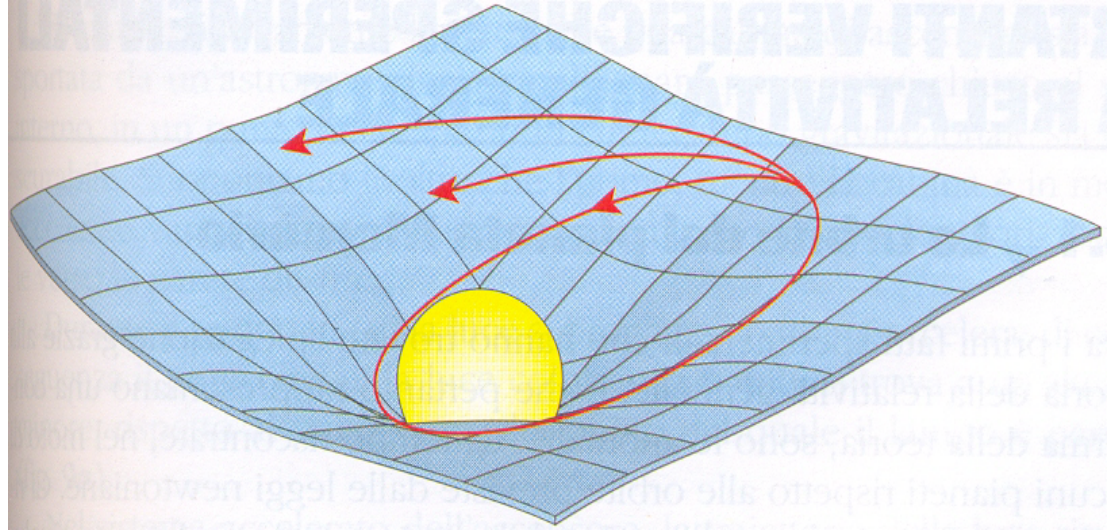
Osservando che le masse si avvicinano, dirà che tra di esse agisce una forza attrattiva di tipo newtoniano dovuta alla gravità.

Invece, secondo la relatività generale, tale forza non esiste e l'avvicinamento reciproco delle masse è soltanto un effetto della geometria dello spazio (spaziotempo in quattro dimensioni) in cui essi si muovono.

Geometria modificata (curvatura dello spaziotempo) dalla presenza stessa delle masse che sono obbligate a seguire delle traiettorie che sono curve geodetiche.

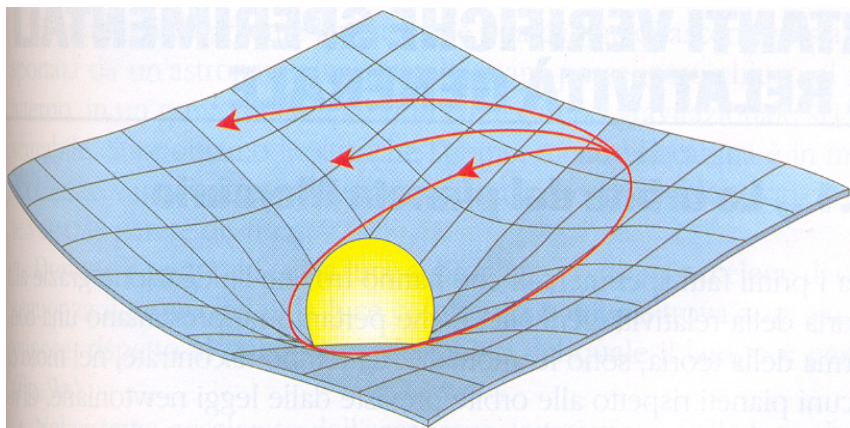
Illustriamo la stessa idea con il seguente modello semplificato.

Consideriamo un telo elastico (che rappresenta lo spaziotempo) che possa essere deformato da una massa (la sfera è la causa della curvatura).



Quando la superficie del foglio è perfettamente piana, essa può simulare lo spazio in assenza di gravità.

Se ora poniamo in un punto del telo una massa (la sfera), questa provoca una deformazione (curvatura). La superficie deformata del telo è una rappresentazione degli effetti gravitazionali.



Gli effetti gravitazionali sono più intensi dove la curvatura è più accentuata; diminuiscono dove il telo, lontano dall'oggetto deformante, tende ad assumere una configurazione piana.

Lanciamo nell'universo einsteiniano (rappresentato dalla superficie incurvata) alcune masse con diversa velocità iniziale. Come rappresentato dalle linee tracciate in rosso, le masse rotolano descrivendo delle traiettorie simili a quelle seguite dai satelliti intorno alla Terra o dai pianeti intorno al Sole.

Non esiste nessuna forza che attrae le masse verso il centro: la massa grande è la causa della curvatura dello spaziotempo e il moto delle masse piccole dipende da tale curvatura in quanto avviene lungo delle geodetiche.

E' la deformazione (curvatura) dello spaziotempo a provocare l'avvicinamento delle masse.

Come afferma un grande esperto delle teorie relativistiche, lo scienziato americano **John A. Wheeler** (1911):

La materia dice allo spazio come incurvarsi e lo spazio dice alla materia come muoversi.

Conclusione: Secondo l'idea di Einstein, la presenza di masse incurva la geometria dello spaziotempo: in esso, le masse stesse si muovono come particelle libere, seguendone le linee di minima lunghezza. Ogni massa risente soltanto della geometria della zona di spaziotempo in cui si trova, anche se l'effetto globale può dare l'impressione che esista una forza che agisce su di essa.

Se i punti materiali sono soggetti ad altre forze (per esempio di natura elettrica) le loro traiettorie nello spaziotempo ne risentono: esse non sono più geodetiche, ma possono essere calcolate, come si fa in meccanica, conoscendo le forze applicate.

Ciò conferma che, nel contesto della teoria della relatività, la gravità ha un ruolo del tutto peculiare: le sue caratteristiche non sono dovute, come accade per l'elettromagnetismo o per i fenomeni nucleari, a forze che agiscono nello spaziotempo, ma alla stessa struttura geometrica dello spazio-tempo.

La gravità è spaziotempo curvo
in azione.

EQUAZIONI DI CAMPO DELLA GRAVITAZIONE

Anche se le equazioni di campo della gravitazione (che descrivono come massa ed energia curvano lo spaziotempo e come, a sua volta, questa curvatura influenza i moti di massa ed energia) sono decisamente fuori dalla portata dei programmi del liceo, è comunque utile capire cosa contengono e quali conseguenze comportano.

Integrare la gravità nella teoria della relatività richiedeva il sacrificio di un concetto che sembrava inattaccabile.

La relatività speciale si fonda sulla premessa che lo spazio sia piano, niente più che una scenografia dove si svolge l'azione, identificata dalle coordinate spaziali; ed in più, su questo piano valgono le regole della geometria euclidea.

E invece non lo è.

L'intuizione fondamentale e geniale di Einstein fu che lo spazio non può essere relegato sullo sfondo, ma è un'entità in continuo mutamento, dinamica e attiva come la materia e l'energia che si muovono al suo interno. Non solo, ma questo spazio, insieme al tempo, interagiscono con la materia e l'energia modificandosi a vicenda.

Assodato che la presenza di massa o energia modifica lo spaziotempo, si rendeva necessaria una nuova forma di geometria.

Fino ad allora, il successo scientifico di Einstein si era basato sull'eccezionale capacità di individuare i principi fisici fondamentali ed aveva lasciato ad altri il compito di trovare le espressioni matematiche migliori di tali principi (vedi Minkowski nel caso della relatività ristretta).

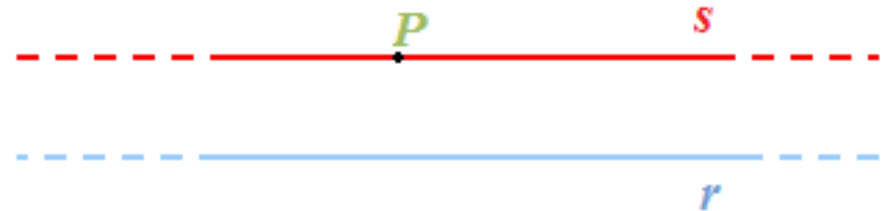
Ma intorno al 1912 Einstein si era convinto che la matematica poteva essere un potente strumento per scoprire, e non soltanto descrivere, le leggi di natura. Quindi, l'idea centrale della sua nuova teoria era che:

Se la gravità deriva dalla curvatura dello spaziotempo, allora la gravità è geometria.

geometrie non euclidee

La geometria euclidea è la geometria che si basa sui postulati di Euclide e in particolar modo sul quinto postulato:

Data una qualsiasi retta r ed un punto P non appartenente ad essa, è possibile tracciare per P una ed una sola retta s parallela alla retta r data.

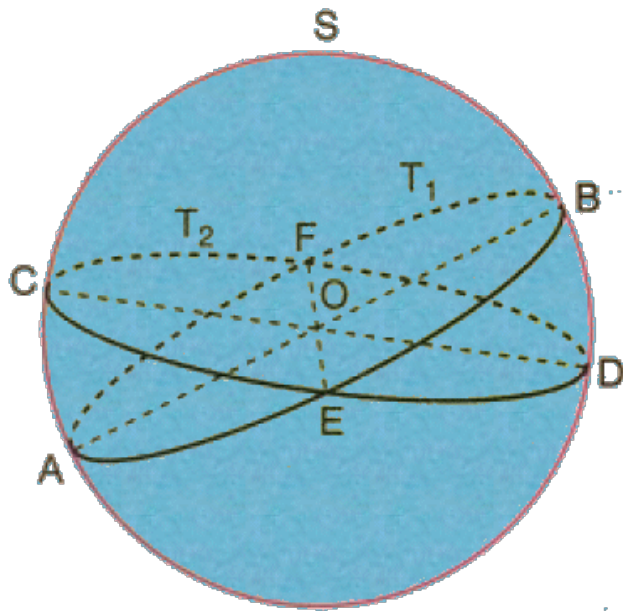


Le geometrie che si basano su postulati diversi da quelli elencati da Euclide sono dette *geometrie non euclidee*.

Gauss (1777-1855) e altri avevano elaborato differenti tipi di geometria che erano in grado di descrivere la superficie delle sfere e altre superfici curve.

Un altro tipo di geometria non euclidea (Riemann 1826-1866), detta *ellittica*, si basa sul seguente postulato:

Per un punto fuori di una retta non si può condurre alcuna retta ad essa parallela.

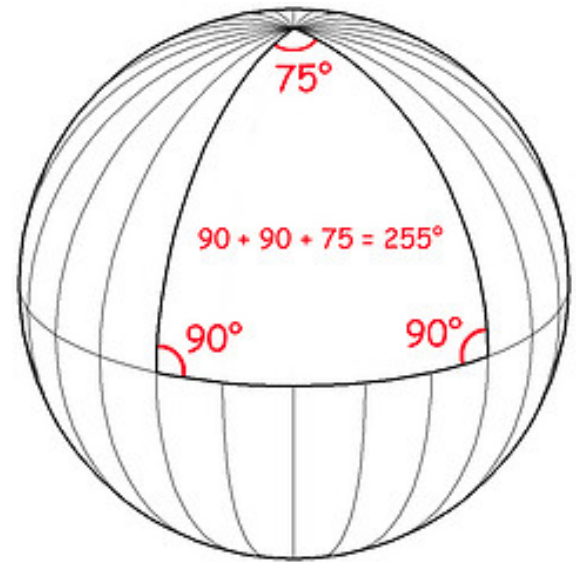


Basta chiamare "piano" quella che per Euclide è la superficie di una sfera S , e "rette" i suoi cerchi massimi (T_1 e T_2) mentre "punti" sono le coppie di punti euclidei antipodi sulla sfera (E e F).

Come si vede, nessun cerchio massimo può evitare di intersecarne un altro, e dunque le rette parallele non esistono più, in accordo con il "nuovo" postulato di Riemann.

In questa geometria la somma degli angoli interni di un triangolo è sempre maggiore di 180° .

La geometria ellittica di Riemann abbandona il piano, costruendo la sua geometria su di una superficie curva.



Viene introdotto in tale modo il concetto di curvatura dello spazio.

Riemann esplorò i vari modi in cui la matematica poteva descrivere la curvatura dello spazio tridimensionale e perfino di quello quadridimensionale.

E' la geometria giusta per descrivere lo spaziotempo di Einstein e le sue proprietà.

Possiamo immaginare una linea curva o una superficie curva, ma è difficile farci un'idea dell'aspetto che avrebbe uno spazio tridimensionale curvo, per non parlare di uno quadridimensionale curvo.

Su una superficie piana è facile calcolare la distanza tra due punti (note le coordinate x e y dei punti basta utilizzare il teorema di Pitagora).

Ma se vogliamo calcolare la stessa distanza ma su una superficie curva, dobbiamo introdurre il concetto di **tensore** (che specifica proprio il modo di calcolare la distanza tra due punti nello spazio curvo).

Il tensore generalizza tutte le strutture definite in algebra lineare. Quindi i vettori, utilizzati in geometria euclidea, sono particolari tensori.

L'aspetto utile di questo tensore è che è generalmente **covariante** (proprietà importante per Einstein nel tentativo di generalizzare la teoria della relatività).

Significa che le relazioni tra le componenti rimangono immutate anche quando ci sono variazioni o rotazioni arbitrarie nel sistema di coordinate spaziotemporali.

In altre parole, l'informazione codificata in questi tensori può subire una varietà di trasformazioni associate a un cambiamento del sistema di riferimento, ma le leggi fondamentali che governavano la relazione reciproca tra le componenti rimangono le stesse.

A questo punto abbiamo gli strumenti matematici giusti (la geometria non euclidea di Riemann) per scrivere le equazioni del campo gravitazionale.

Le equazioni matematiche devono descrivere due processi complementari che abbiamo in precedenza esaminati:

- ❑ quello in cui un campo gravitazionale agisce sulla materia, dicendole come muoversi;
- ❑ quello in cui la materia, a sua volta, genera i campi gravitazionali nello spaziotempo, dicendogli come incurvarsi.

La sorprendente intuizione di Einstein fu che la **gravità** poteva essere definita come la **curvatura dello spaziotempo**, ossia una proprietà geometrica dello spaziotempo, e quindi, come tale, **poteva essere rappresentata da un tensore metrico**.

Le equazioni di campo della gravitazione, che Einstein riuscì a formulare nel 1915 (e pubblicate nel 1916), hanno la seguente forma:

EQUAZIONI DI CAMPO DELLA GRAVITAZIONE

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = 8\pi T_{\mu\nu} \Rightarrow G_{\mu\nu} = 8\pi T_{\mu\nu}$$

$G_{\mu\nu}$ =tensore di Einstein; $R_{\mu\nu}$ =tensore di Ricci; $g_{\mu\nu}$ =tensore metrico; R =scalare di Ricci (traccia del tensore di Ricci).

- Il primo membro dell'equazione condensa in sé tutta l'informazione sul modo in cui la geometria dello spaziotempo è deformata e incurvata dalla massa e dall'energia;
- Il secondo membro descrive il movimento della materia (massa ed energia) nel campo gravitazionale.

L'interazione tra i due membri mostra come massa ed energia curvano lo spaziotempo e come, a sua volta, questa curvatura influenza i moti di massa ed energia.

“Spazio e tempo diventano attori nell'evoluzione del cosmo, e assumono per così dire vita propria. La materia presente qui causa una distorsione dello spazio lì, la quale a sua volta muove la materia laggiù, il che provoca un'ulteriore distorsione dello spazio, e così via. La relatività generale è, in sostanza, la coreografia della danza cosmica che vede quali protagonisti spazio, tempo, materia ed energia”.

Dalle equazioni di campo è possibile dimostrare che:

In un universo “quasi piatto” l'effetto della curvatura dello spaziotempo è sperimentalmente indistinguibile da quello della forza di Newton

La teoria della relatività generale corregge ed estende il campo di validità delle teorie precedenti e le contiene come casi particolari.

considerazioni

Einstein ha prodotto una delle più fantasiose e spettacolari revisioni dei nostri concetti sull'universo che la storia ricordi. La teoria della relatività generale non è soltanto l'interpretazione di alcuni dati sperimentali o la scoperta di un insieme di leggi più precise. E' un modo interamente nuovo di considerare la realtà.

Newton aveva lasciato in eredità ad Einstein un universo in cui il tempo aveva un'esistenza assoluta e scorreva ticchettando indipendentemente dai corpi e dagli osservatori, e in cui anche lo spazio aveva un'esistenza assoluta.

La gravità si pensava fosse una forza che le masse esercitavano l'una sull'altra attraverso lo spazio vuoto in un modo piuttosto misterioso.

All'interno di questa cornice i corpi obbedivano a leggi meccaniche che si erano dimostrate straordinariamente precise, nello spiegare ogni cosa, dalle orbite dei pianeti alla diffusione dei gas, fino ai moti convulsi delle molecole e alla propagazione delle onde sonore (ma non della luce).

Con la teoria della relatività ristretta Einstein aveva mostrato che spazio e tempo non avevano esistenze indipendenti, ma costituivano la struttura unica dello spaziotempo.

Con la relatività generale, la struttura dello spaziotempo divenne qualcosa di più di un semplice contenitore di corpi ed eventi: un'entità dotata di una propria dinamica, che era determinata dal moto dei corpi al suo interno, e a sua volta contribuiva a determinare tale moto.

Il curvarsi e incresparsi della struttura dello spaziotempo spiegava la gravità, la sua equivalenza all'accelerazione.

Secondo Dirac, uno dei pionieri della meccanica quantistica, la relatività generale era:

*probabilmente la massima scoperta
scientifica mai fatta.*

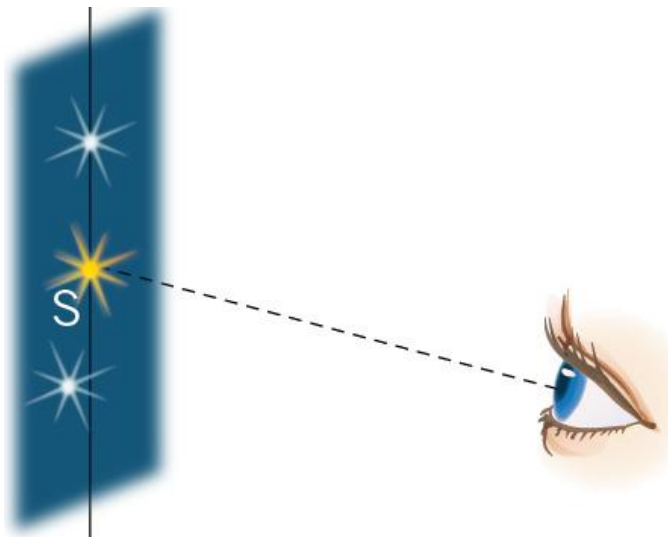
Born, un altro dei giganti della fisica del XX secolo, la definì:

*la più grande impresa del pensiero umano
per la conoscenza della natura, la più
ammirevole commistione di acume
filosofico, d'intuito fisico, e di abilità
matematica.*

❑ LA DEFLESSIONE DEI RAGGI LUMINOSI PER EFFETTO GRAVITAZIONALE

Una delle conseguenze più straordinarie della relatività generale è che in un sistema di riferimento non inerziale, la luce segue una traiettoria curvilinea. Per il principio di equivalenza, l'effetto di un sistema di riferimento accelerato è indistinguibile da quello di un campo gravitazionale, per cui **ci attendiamo che la luce sia deviata dai campi gravitazionali**, manifestazioni della curvatura dello spazio-tempo.

Ma c'è anche un'altra ragione per questa deflessione: **la luce trasporta energia** e, secondo la relatività ristretta, una quantità E di energia **è equivalente a una massa $m=E/c^2$** . Quindi **la gravità, cioè la curvatura dello spaziotempo, ha effetti sulla propagazione della luce**, facendola deviare.

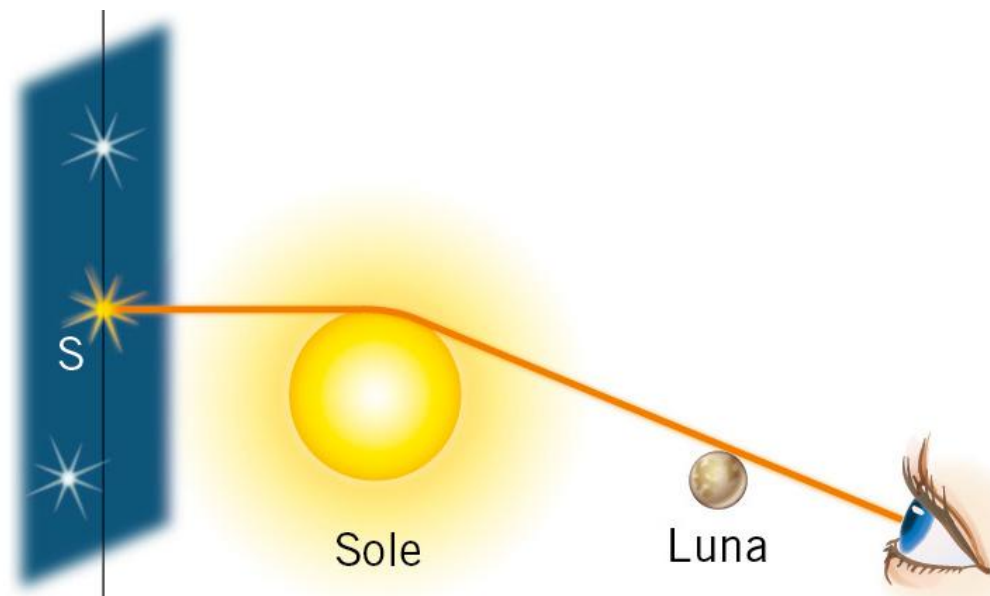


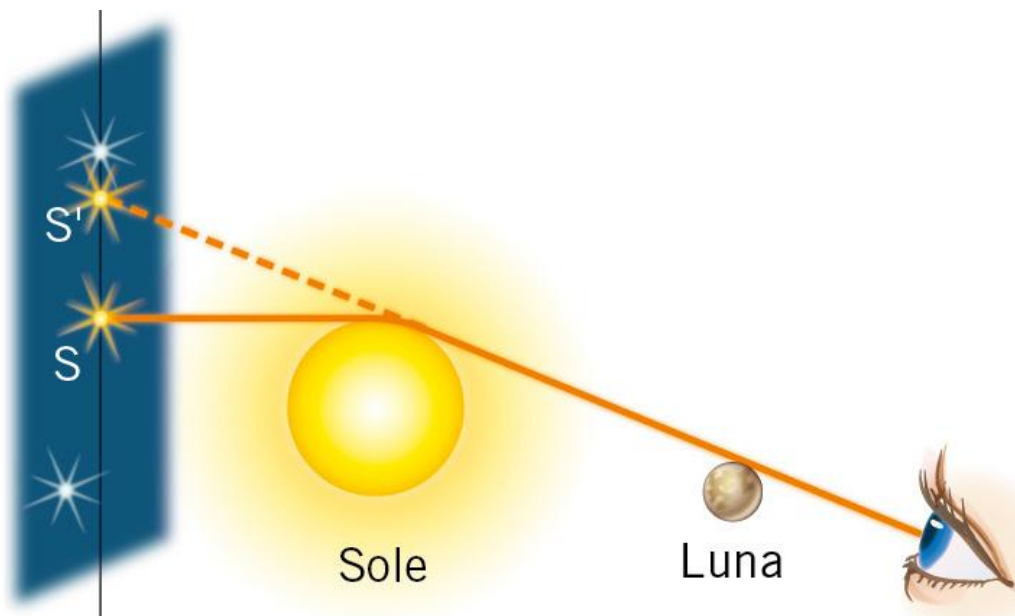
Descriviamo sperimentalmente come i raggi luminosi sono deflessi (incurvati) da un campo gravitazionale.

Prima di una eclisse solare, si determina la posizione di una stella S.

La stessa stella sarà poi osservata durante un'eclisse solare.

La luce della stella arriva fino a noi seguendo una traiettoria curva quando passa radente alla superficie del Sole.



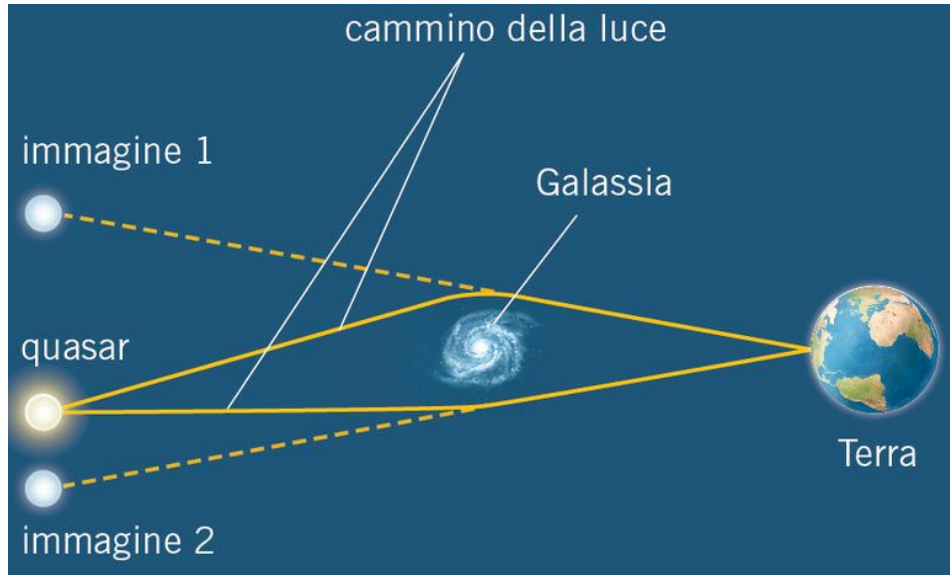


La stella ci apparirà in un punto S' (posizione apparente) spostato rispetto alla posizione S (posizione reale).

La teoria della relatività generale prevede una deviazione angolare pari a 1,75 secondi d'arco (una deviazione molto piccola).

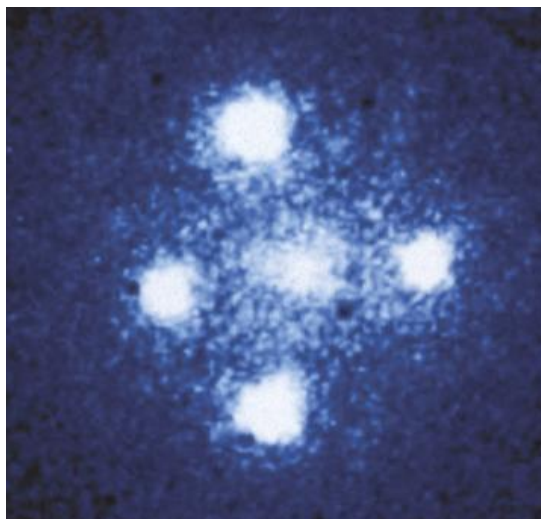
La verifica sperimentale di tale effetto fu condotta nel 1919 dall'astrofisico **Eddington** (1882-1944), durante un'eclisse totale perfettamente visibile dall'isola di Principe, isolotto portoghese situato al largo delle coste occidentali dell'Africa.

Un'altra conferma della deflessione della luce è rappresentata dalla scoperta delle cosiddette **lenti gravitazionali**.



Consideriamo un massiccio oggetto celeste, per esempio una galassia interposta tra noi e un oggetto luminoso come un quasar.

Poiché la massa della galassia incurva la traiettoria dei raggi che passano nelle sue vicinanze, si comporta come una normale lente di vetro. Quindi, le direzioni da cui provengono i raggi di luce portano a vedere due immagini distinte dello stesso oggetto.



Nella cosiddetta **croce di Einstein**, si vedono quattro immagini dello stesso quasar, con al centro la galassia che, deviando la luce, si comporta come una lente.

❑ REDSHIFT GRAVITAZIONALE

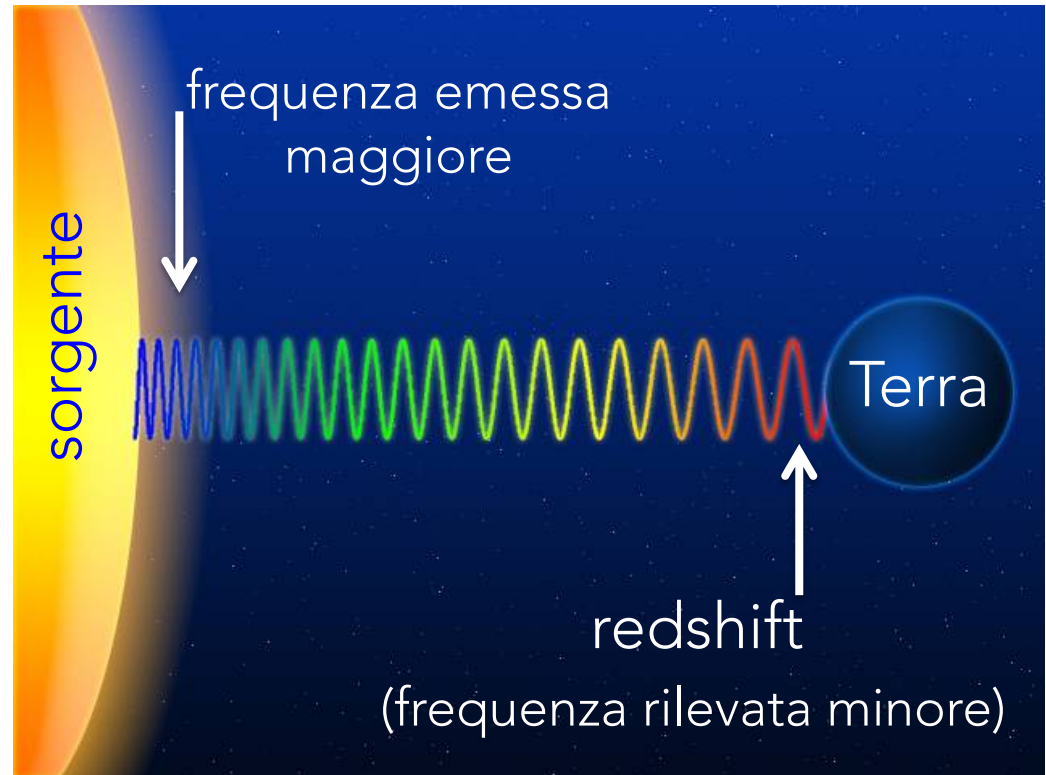
In base alle teorie relativistiche, quando una radiazione elettromagnetica, per esempio la luce, si allontana da un campo gravitazionale, specie se questo è sufficientemente intenso, consuma parte della sua energia.

Poiché la radiazione deve continuare a muoversi alla velocità c , la sua perdita di energia $E=hf$ si manifesta attraverso una diminuzione di frequenza (o aumento della lunghezza d'onda).

Questo fenomeno si chiama **redshift gravitazionale** (spostamento verso il rosso) delle righe spettrali della radiazione quando si allontana dalla sorgente gravitazionale che la emette.

In conclusione:

La luce proveniente da una stella è rilevata sulla Terra con una frequenza minore di quella con cui era stata emessa.



□ DILATAZIONE GRAVITAZIONALE DEI TEMPI

Un'onda elettromagnetica può essere considerata come un orologio, i cui battiti sono i successivi periodi di oscillazione (legati alla frequenza).

Allora il fenomeno del redshift gravitazionale può essere così interpretato:

Gli orologi che si trovano in zone dello spaziotempo dove il campo gravitazionale è maggiore e, quindi, la curvatura più accentuata, battono più lentamente (frequenza maggiore, periodo minore) di quelli che si trovano in zone con minore curvatura (frequenza minore, periodo maggiore).

Questa previsione della teoria della relatività, detta **dilatazione gravitazionale dei tempi**, è stata confermata da un esperimento eseguito nel 1971 dai fisici statunitensi [Hafele](#) e [Keating](#): quattro orologi al cesio, di grande precisione, furono caricati a bordo di normali aerei di linea e percorsero due volte il giro della Terra, volando sia verso est, sia verso ovest.

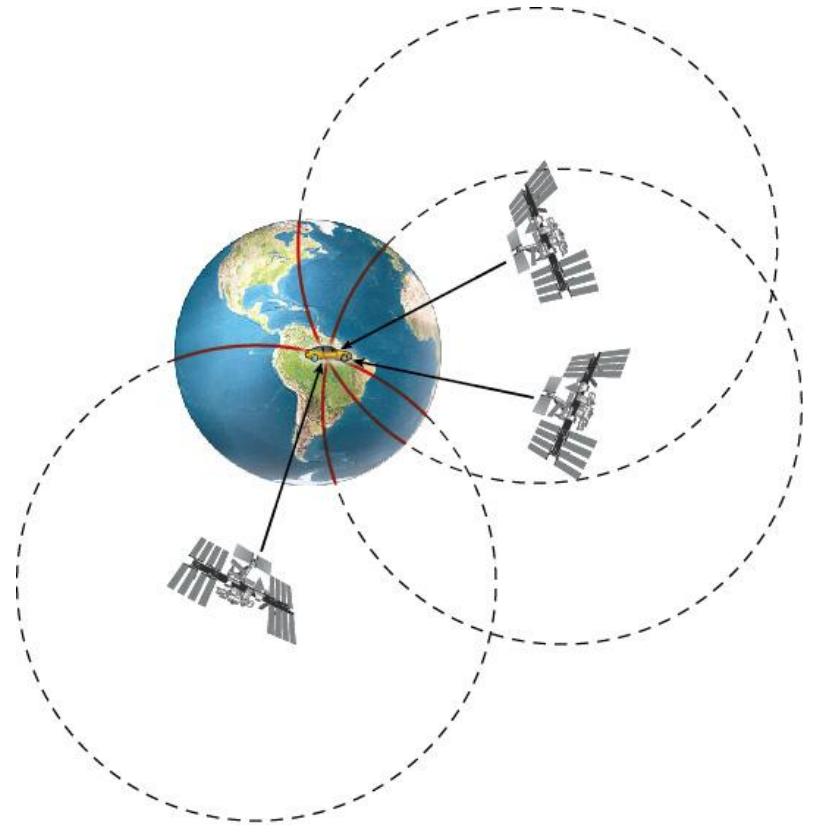
Durante l'esperimento gli orologi in volo perdevano la sincronizzazione con gli orologi di controllo rimasti a terra a causa di due diversi effetti relativistici:

- [la dilatazione dei tempi \(prevista dalla relatività ristretta\)](#) dovuta al fatto che, nel sistema di riferimento della Terra, gli orologi a terra si muovono con la velocità di rotazione terrestre, mentre gli orologi in volo hanno anche la velocità dell'aereo su cui si trovano;

- la diversa frequenza di funzionamento degli orologi (prevista dalla relatività generale) dovuta al fatto che gli orologi sull'aereo risentono di un campo gravitazionale meno intenso di quello in cui si trovano gli orologi a terra.

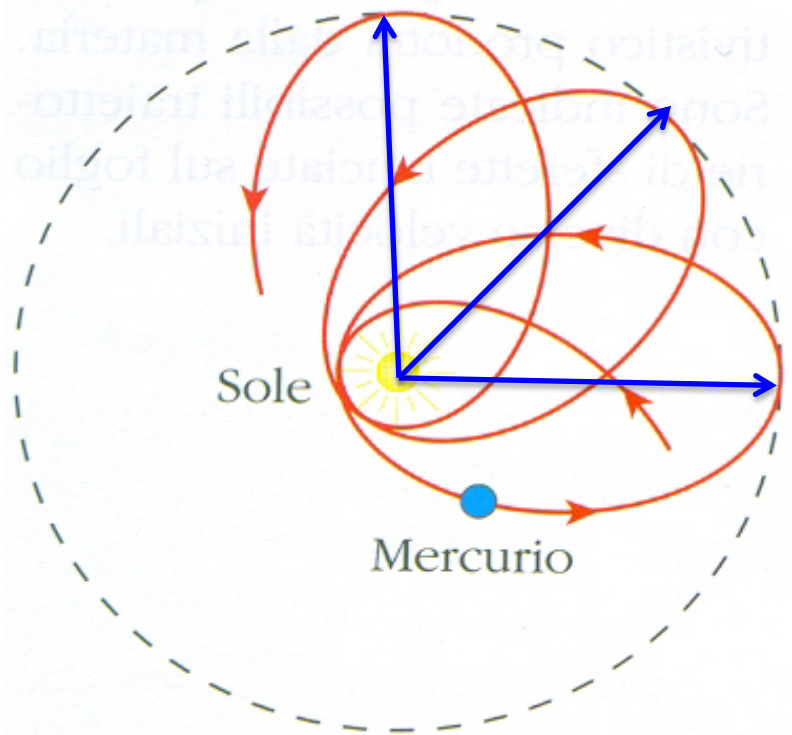
Alla fine dell'esperimento, entro le incertezze sperimentali, l'orario segnato dagli orologi che erano stati in volo differiva da quello degli orologi di controllo, rimasti a terra, dell'intervallo di tempo calcolato in base alla teoria della relatività (circa 275 ns guadagnati dagli orologi che avevano volato verso Ovest e circa 40 ns persi dagli orologi che avevano volato verso Est).

Nel sistema GPS la posizione di un punto nei pressi della superficie terrestre è determinata misurando i tempi impiegati da un'onda elettromagnetica a propagarsi tra un certo numero di satelliti in orbita (a circa 20 000 km dalla superficie terrestre) e un dispositivo di cui si vuole conoscere la posizione.



Se non si tenesse conto della dilatazione gravitazionale dei tempi, il sistema GPS accumulerebbe ogni giorno un errore di 10 km nella determinazione delle posizioni.

❑ LA PRECESSIONE DELL'ORBITA DI MERCURIO

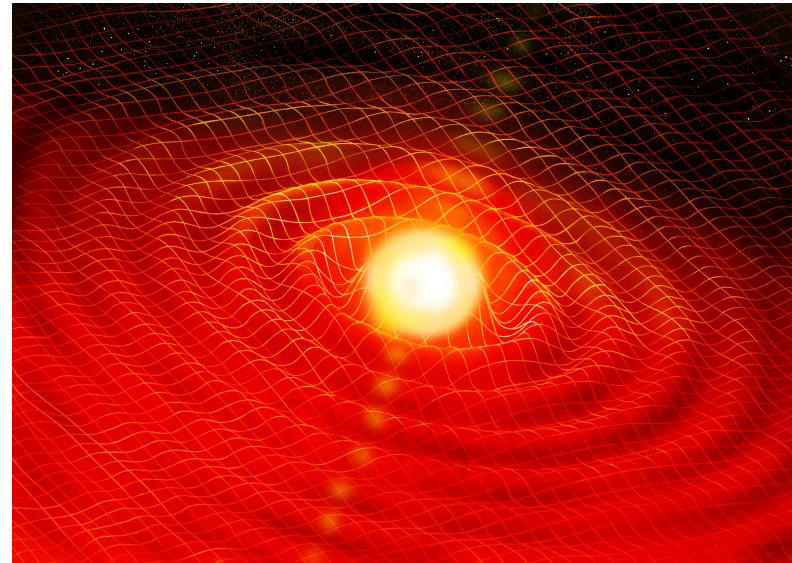


Fra i primi fatti sperimentali che hanno trovato spiegazione grazie alla teoria della relatività generale, sono state le anomalie, da tempo riscontrate, nel moto di alcuni pianeti rispetto alle orbite previste dalle leggi newtoniane.

Ci riferiamo, in particolare, all'inspiegabile lenta rotazione (precessione), fra una rivoluzione e la successiva, dell'asse dell'orbita del pianeta Mercurio.

Se la geometria dello spaziotempo è determinata dalla distribuzione delle masse e dell'energia presenti, quando tale distribuzione viene modificata (esplosione supernova), allora la geometria dello spaziotempo cambia di conseguenza.

Tale variazione nella geometria non è istantanea in tutto l'Universo ma si propaga, a partire dal luogo dove ha avuto origine, alla velocità della luce c (per analogia: l'onda, originata da un sasso, che si propaga sulla superficie dell'acqua).



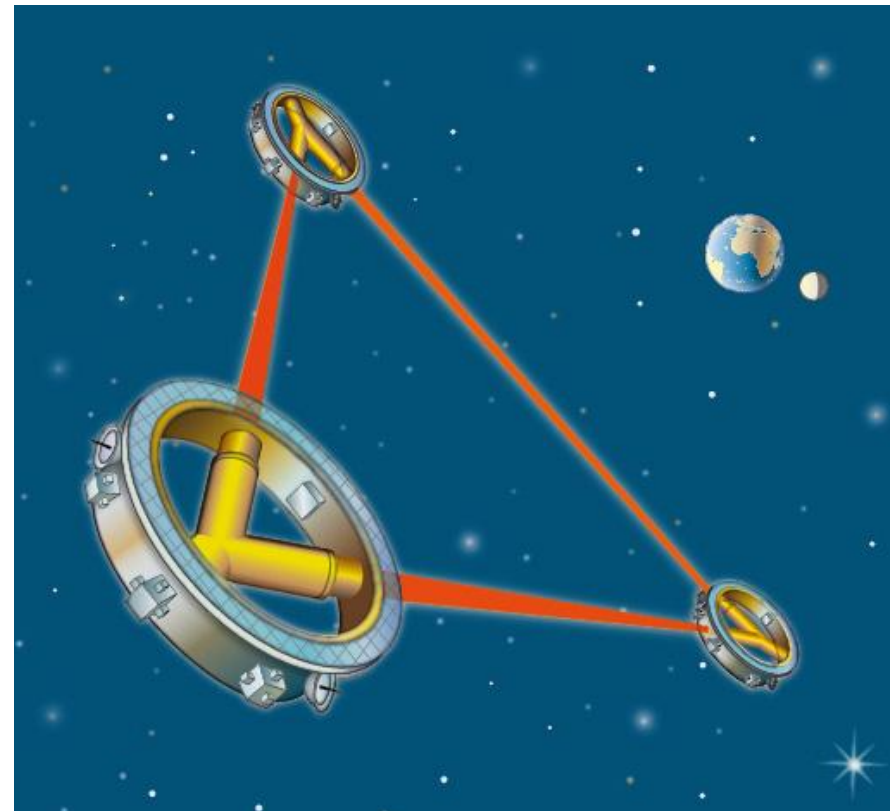
La propagazione della variazione della geometria dello spazio-tempo prende il nome di **onda gravitazionale**.

La rilevazione delle onde gravitazionali pone problemi fisici e tecnologici eccezionali in quanto interagiscono molto debolmente con la materia. Per fare un esempio, un'onda gravitazionale che attraversasse il Sole perderebbe soltanto una parte su 10^{16} della sua energia.

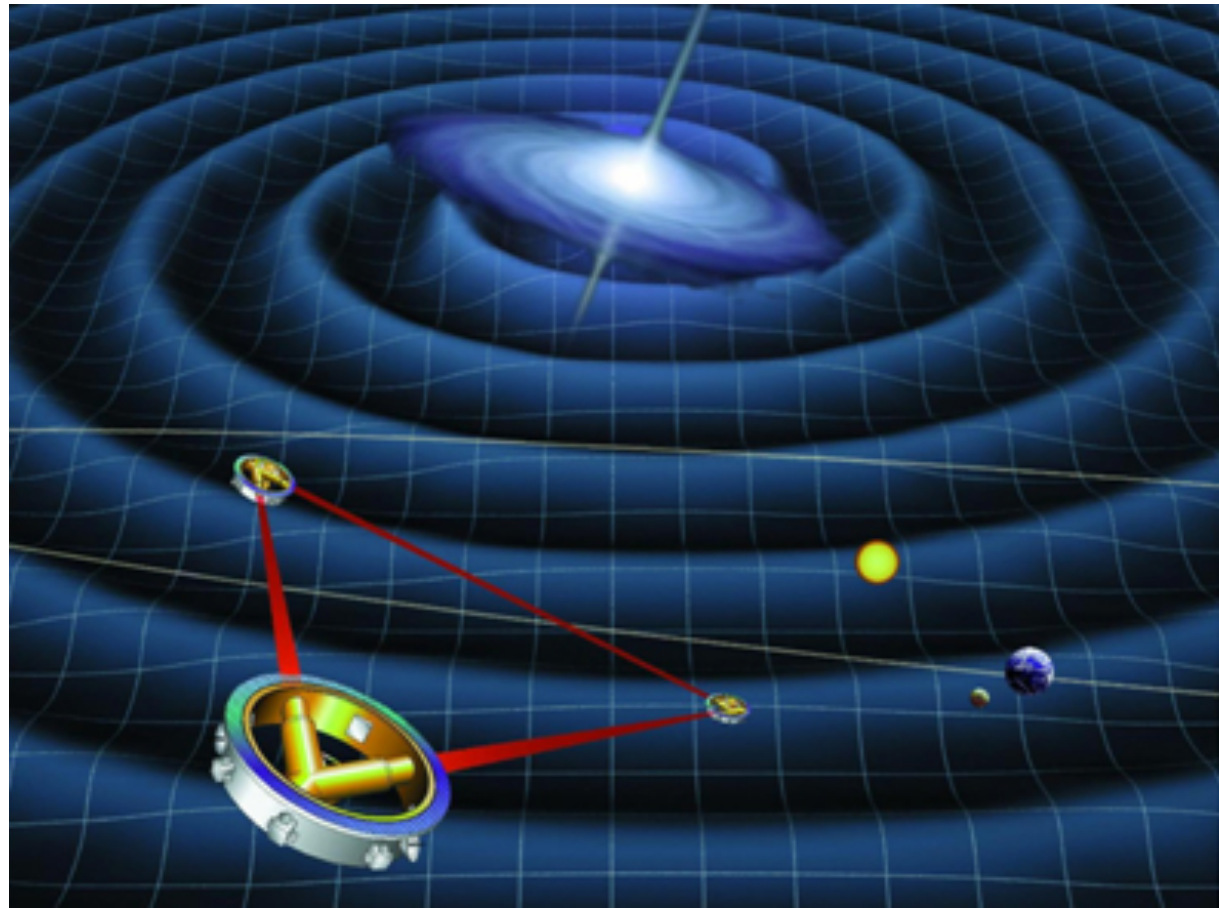
Ma, nonostante questo, 100 anni dopo la pubblicazione della teoria della relatività generale di Einstein, l'11 febbraio 2016 è stata confermata, in una conferenza congiunta con LIGO e VIRGO (antenne gravitazionali presenti in Italia, vicino Pisa, e negli USA), l'esistenza delle onde gravitazionali, grazie allo studio sulla fusione di due buchi neri distanti circa 1 miliardo e 300 milioni di anni luce.

Nel 2017, con una vita operativa di cinque anni, entrerà in funzione l'interferometro **LISA** (Laser Interferometer Space Antenna), costruito da ESA e NASA. Sarà uno strumento molto più sensibile di quelli terrestri e non soggetto ai disturbi subiti dai rivelatori posti sulla Terra (agitazione termica delle molecole di cui è fatta l'antenna, eventi microsismici, ecc.).

Secondo il progetto, LISA sarà costituito da tre navicelle spaziali in orbita attorno al Sole, poste in modo da formare un triangolo equilatero con i lati lunghi 5 milioni di chilometri.



Fasci laser saranno inviati da una navicella all'altra, per cui il gigantesco interferometro funzionerà sullo stesso principio dell'interferometro VIRGO.



Con tutti questi strumenti realizzati o in via di costruzione, la rilevazione delle onde gravitazionali sarà più facile.

La **cosmologia** è lo studio dell'universo nel suo insieme, dalle sue dimensioni e della sua forma, della sua storia e del suo destino, dall'inizio alla fine del tempo.

Prima che Einstein avanzasse la sua teoria della relatività generale, l'universo era concepito come un'isola di materia fluttuante in uno spazio infinito. E lo spazio era solo un ente di ragione, ossia il non-essere considerato come possibilità di pervenire ad essere, se mai una qualche materia giungesse un giorno ad occuparlo.

Con la relatività generale i costituenti del cosmo, materia più energia, danno forma all'universo, per cui con le equazioni di campo Einstein getta le basi dello studio della natura dell'universo, divenendo così il principale fondatore della cosmologia moderna.

È possibile, infatti, formulare una descrizione relativistica dell'universo che si accorda con le attuali osservazioni astronomiche, e che è in grado da un lato di fare previsioni sull'evoluzione futura dell'universo, dall'altro di ricostruire la sua storia passata ed, eventualmente, di darci delle informazioni sul processo di nascita dell'universo stesso.

Ad aiutare Einstein in questa impresa, almeno nelle prime fasi, fu **Schwarzschild** (1873-1916), che intraprese il tentativo di applicare la teoria di Einstein ai corpi nello spazio.

I primi calcoli di Schwarzschild si concentrarono sulla curvatura dello spaziotempo all'esterno di una stella sferica non rotante e su che cosa sarebbe accaduto all'interno della stella.

In entrambi i casi sembrava possibile, anzi inevitabile, qualcosa di singolare.

Cosa accade se tutta la massa di una stella (o di un qualsiasi corpo) viene compressa in una regione di spazio sufficientemente piccola?

Facciamo le seguenti semplici considerazioni.

Si chiama **velocità di fuga** la minima velocità che un corpo m deve possedere per sfuggire all'attrazione gravitazionale prodotta da una massa M .

Si dimostra che:

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

$G=6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$ costante gravitazione universale



Nella formula della velocità di fuga, R è al denominatore. Quindi, se la massa M di un corpo celeste rimane sostanzialmente la stessa mentre il suo raggio R diminuisce (come accade a una stella che sta esaurendo il proprio combustibile nucleare), la velocità di fuga da esso aumenta.

Se il raggio R continua a diminuire, la velocità di fuga può diventare superiore a quella della luce c .

Cosa sta succedendo?

La teoria della relatività di Einstein stabilisce che nessun oggetto può muoversi a velocità maggiore di quella della luce, quindi è impossibile, in queste condizioni, che un oggetto possa allontanarsi da questo corpo celeste.

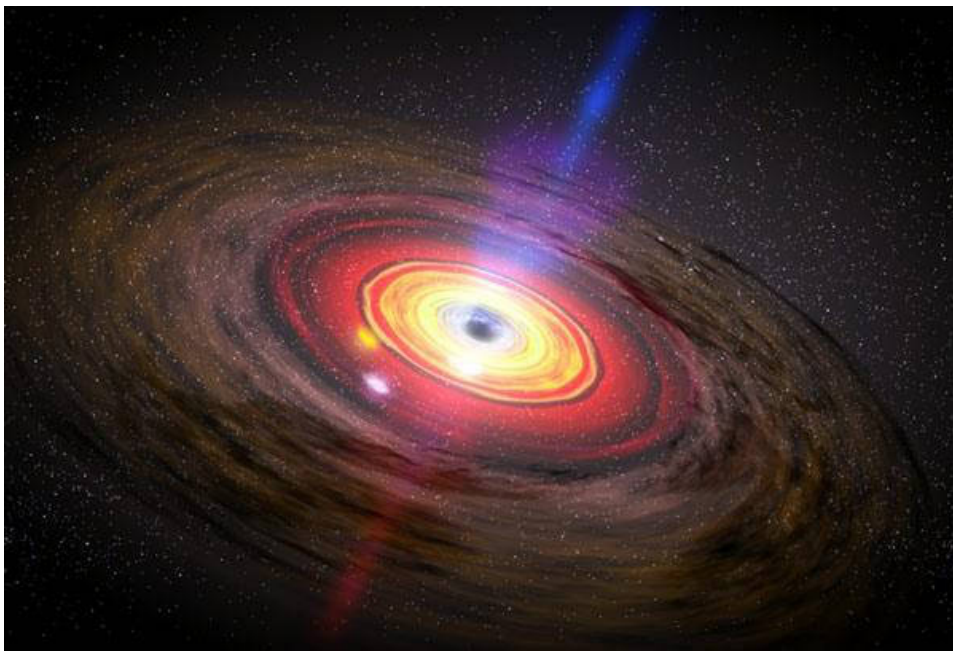
Il corpo celeste si è trasformato in un **buco nero**:

Il **buco nero** è un oggetto, una sorta di pozzo gravitazionale, la cui forza di gravità è talmente intensa che nulla può sfuggirgli, nemmeno la luce.



Il valore di **R** per il quale, dato un corpo celeste di massa M , la velocità di fuga diventa pari a quella della luce ($v=c$), si chiama **raggio di Schwarzschild**.

Affinchè la Terra diventi un buco nero, tutta la sua massa deve essere concentrata entro un raggio R meno di un centimetro; mentre il valore di R per il Sole è meno di tre chilometri.

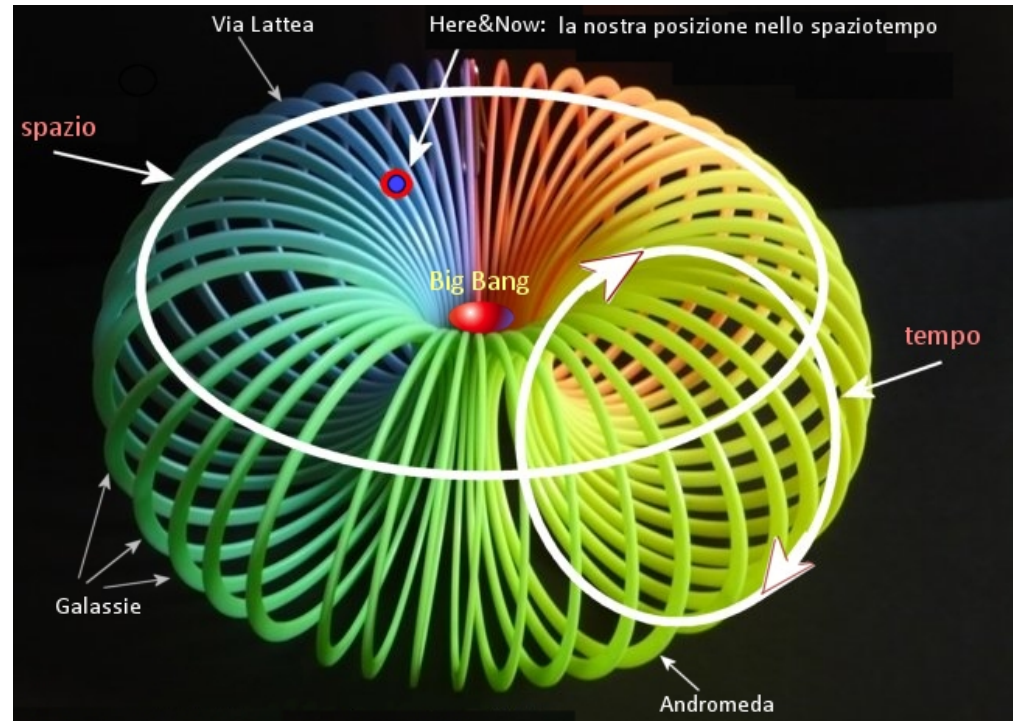


Ma i buchi neri, per loro natura, sono invisibili. Quindi, la loro presenza può essere dimostrata per gli effetti gravitazionali che esercitano sulla materia circostante.

Inoltre, la materia che cade verso un buco nero forma un disco di accrescimento che può essere individuato anche con osservazioni dirette perchè raggiunge temperature elevate ed emette radiazione ad altissima energia.



Nel 1917 Einstein pubblica una nuova idea sull'universo nell'articolo *Considerazioni cosmologiche sulla teoria della relatività generale*, idea che a prima vista sembrava folle: lo spazio non ha bordi perché la gravità lo fa incurvare su sé stesso.



In questo modo l'universo è finito ma privo di contorni. Le masse (energia) presenti nell'universo fanno incurvare lo spazio e, su scala cosmica, fanno in modo che l'intera struttura quadridimensionale dello spaziotempo si curvi completamente richiudendosi su se stessa.

Il sistema è chiuso e finito, ma non ha un confine né un margine. Un tale sistema viene descritto senza difficoltà in termini matematici dalle geometrie non euclidee.

In un simile universo curvo, un raggio di luce che comincia a propagarsi in una qualsiasi direzione potrebbe percorrere quella che sembra una linea retta eppure curvare tornando al punto di partenza.

Questa concezione del cosmo che Einstein dedusse dalla teoria della relatività generale era elegante e magica.

Ma sembrava esserci una difficoltà. La sua teoria indicava che l'universo non sarebbe rimasto statico, ma avrebbe dovuto espandersi o contrarsi.

Einstein, credendo ciecamente in un universo statico, nonostante le implicazioni delle sue equazioni che dimostravano il contrario, ossia un universo in evoluzione dinamica, apportò quella che definì una "leggera modifica" alla sua teoria.

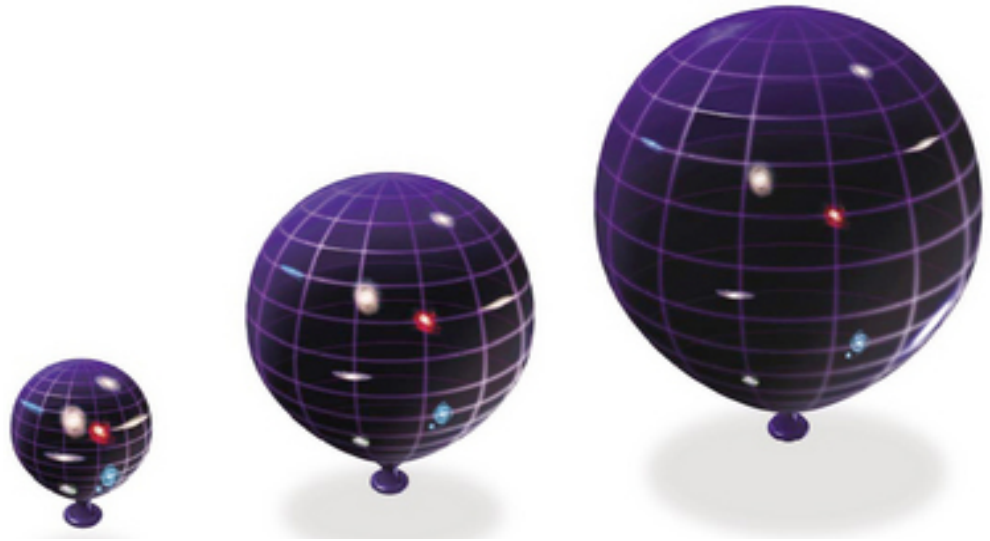
Per impedire alla materia dell'universo di implodere, introdusse una forza repulsiva, una piccola aggiunta alle sue equazioni della relatività generale per controbilanciare la gravità nell'ordine complessivo.

Nelle sue equazioni rivedute, questa modifica era indicata con la lettera greca lambda λ , che Einstein chiamò "costante cosmologica". Ma la sua introduzione non aveva alcuna reale motivazione fisica.

Nel 1929 l'astronomo **Hubble** (1889-1953) scoprì che in realtà l'universo si stava espandendo, esattamente come previsto nei modelli di universo elaborati da **Friedmann** (1888-1925) e **Lemaitre** (1894-1966) a partire dalle equazioni originali di campo. Einstein, venuto a conoscenza della scoperta, avrebbe definito la sua costante cosmologica il suo "più grosso sbaglio".

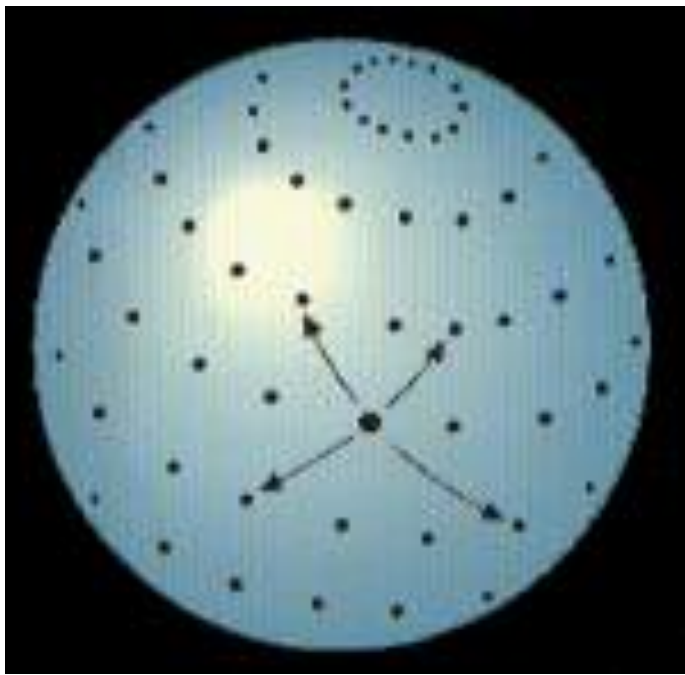
Ma come possiamo raffigurarci questa espansione alla luce della relatività generale, con le sue implicazioni relative all'interazione della curvatura spaziotempo ed il contenuto di massa ed energia?

Immaginiamo di gonfiare un palloncino sul quale abbiamo disegnato dei punti. Una volta gonfiato, qualunque punto scegliamo sul palloncino, noteremo che tutti gli altri punti si sono allontanati da esso.



Questo esperimento aiuta a mettere a fuoco due aspetti essenziali per capire l'espansione dell'universo.

La superficie del pallone rappresenta lo spaziotempo e i punti sono le galassie. Quando si gonfia il pallone, la sua area superficiale aumenta, esattamente come fa lo spaziotempo durante l'espansione dell'universo.



Non esiste alcuna posizione speciale, ciò che si osserva da ciascuna galassia è uguale a ciò che si vede da qualunque altra; ogni cosa sembra allontanarsi da voi, in qualunque luogo vi troviate, e quanto più essa è lontana tanto più velocemente si allontana.

Il limite dell'analogia è che il pallone ha un dentro e un fuori, mentre per l'universo non esistono dentro e fuori, lo spaziotempo, cioè la superficie del pallone, è tutto ciò che esiste. Inoltre, la forma complessiva dell'universo, almeno per quanto riguarda la parte finora osservata, non è curva come la superficie del pallone, ma piana.

Le equazioni di Einstein ci forniscono le modalità dell'espansione dello spaziotempo, specificando in dettaglio in che modo sia controllata dalla materia e dall'energia esistenti nello spaziotempo stesso, per cui se riusciamo a scrivere la storia dell'espansione dell'universo, possiamo ricostruire la sua composizione in ogni dato momento.

Da Aristotele a Cartesio, cioè per due millenni, l'idea democritea di uno spazio come entità diversa, separata dalle cose, non era mai stata accettata come ragionevole.

Per Aristotele, come per Cartesio, le cose sono estese, ma l'estensione è una proprietà delle cose: non esiste estensione senza una cosa estesa. Se fra due cose non c'è nulla, ragionava Aristotele, come fa ad esserci lo spazio?

L'idea di uno spazio vuoto nel quale si muovono gli atomi, posto alla base dell'immagine del mondo di Democrito, in bilico tra "l'Essere" e il "Non Essere", non brillava certo in chiarezza.

Newton era tornato all'idea di Democrito secondo cui i corpi si muovono nello spazio di moto rettilineo uniforme fino a quando le loro traiettorie non vengono curvate dall'azione di una forza.

Newton aveva faticato non poco a superare la resistenza alla sua idea di resuscitare la concezione democritea dello spazio. Solo l'efficacia straordinaria delle sue equazioni, la loro capacità di predizione, aveva finito per tacitare le critiche.

Ma di cosa è fatto questo spazio contenitore del mondo? Che cos'è lo spazio?

Per Newton lo spazio assoluto era il *sensorium dei*, che agisce su tutti gli oggetti materiali senza esserne influenzato e che forma, assieme al tempo assoluto, lo scenario metafisico di ogni evento naturale.

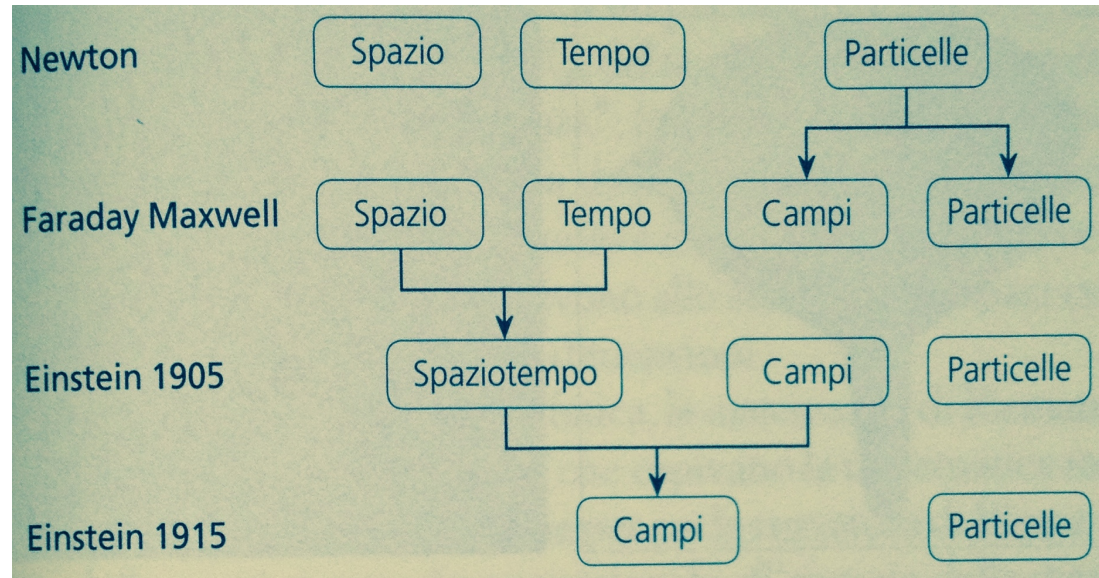
Ma la spiegazione non sembrava per niente convincente, e i dubbi dei filosofi sulla ragionevolezza della nozione newtoniana di spazio persistevano, e Einstein, conoscitore della filosofia, ne era consapevole.

Einstein raccoglie dunque non uno, ma due problemi. Primo: come descrivere il campo gravitazionale? Secondo: che cos'è lo spazio di Newton?

E le risposte sono:

- le equazioni del campo gravitazionale;
- lo spazio di Newton è il campo gravitazionale.

Quindi, il mondo è fatto solo di particelle e campi, e nient'altro. In questa immagine del mondo non c'è posto per lo spazio come ingrediente addizionale.



A differenza dello spazio di Newton, che è piatto e fisso e non è influenzato dalla presenza dei corpi, il campo gravitazionale è incurvato dalla massa e dall'energia e, a sua volta, influenza il moto della materia (massa e energia).

Lo spazio (o meglio lo spaziotempo), ossia il campo gravitazionale, non è più qualcosa di diverso dalla materia. E' una delle componenti "materiali" del mondo, insieme al campo elettromagnetico. È un'entità reale che ondula e s'incurva, e costringe i pianeti a ruotare intorno al Sole o al tempo di fermarsi in un buco nero.

Lo spaziotempo di Einstein, però, non è curvo nel senso che si curva dentro un altro spazio più grande. E' curvo nel senso che la sua geometria intrinseca, cioè la rete delle distanze fra i suoi punti, non è la stessa di uno spazio piano. In sintesi è uno spazio in cui non vale il teorema di Pitagora.

